

1. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$$A(-3, 5), B(6, -13)$$

▶ 답:

▷ 정답:  $9\sqrt{5}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(6 + 3)^2 + (-13 - 5)^2} = \sqrt{405} = 9\sqrt{5}$$

2. 두 점 A (-5, 1), B (3, 5) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점의 좌표는?

① (0, 0)

② (0, 1)

③ (0, 3)

④ (0, 4)

⑤ (0, -1)

해설

y 축 위의 점을 Q (0, a) 라 하면  $\overline{AQ} = \overline{QB}$

$$\therefore (0 + 5)^2 + (a - 1)^2 = (0 - 3)^2 + (a - 5)^2$$

정리하면  $a = 1$   $\therefore Q (0, 1)$

3. 세 점  $A(-1, -1)$ ,  $B(1, -5)$ ,  $C(3, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는  $\triangle ABC$  어떤 삼각형인가?

- ① 이등변삼각형이다.
- ② 정삼각형이다.
- ③  $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
- ④  $\angle B$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
- ⑤ 예각삼각형이다

해설

두 점 사이의 거리를 모두 구해본다.

$$\overline{AB} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}$$

$\triangle ABC$ 는  $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형

4. 두 점  $A(1, 2), B(3, -2)$  를 이은  $\overline{AB}$  의 B 방향으로의 연장선 위에  $\overline{AC} : \overline{BC} = 2 : 1$  을 만족시키는 점  $C$  의 좌표를  $(a, b)$  라 할 때,  $a^2 + b^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 61

해설

점  $C$  는 선분  $AB$  를  $2 : 1$  로 외분하는 점이므로  $C(5, -6)$  이다.

$$\therefore a^2 + b^2 = 5^2 + (-6)^2 = 61$$

5. 점  $(-2, 3)$  을 지나고  $y = -2x + 7$  에 평행인 직선의 방정식은?

①  $y = 2x + 1$

②  $y = 2x - 1$

③  $y = -2x + 1$

④  $y = -2x - 1$

⑤  $y = -x + 2$

해설

구하고자 하는 직선이 직선  $y = -2x + 7$  에 평행이므로,  
기울기는  $-2$  이고, 점  $(-2, 3)$  을 지나므로,  
 $y - 3 = -2(x + 2)$ , 즉  $y = -2x - 1$

6. 세 점  $(3, 1)$ ,  $(-2 - a, 4)$ ,  $(7, -a)$  가 한 직선 위에 있도록 하는 양수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

세 점  $A(3, 1)$ ,  $B(-2 - a, 4)$ ,  $C(7, -a)$ 가

동일 직선 위에 있으려면

(직선 AB의 기울기) = (직선 BC의 기울기) 이므로

$$\frac{4 - 1}{-2 - a - 3} = \frac{-a - 4}{7 - (-2 - a)}$$

$$\frac{3}{-a - 5} = \frac{-a - 4}{9 + a}$$

$$(-a - 5)(-a - 4) = 3(9 + a)$$

$$a^2 + 6a - 7 = (a + 7)(a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -7 \text{ 또는 } a = 1$$

따라서 양수  $a$ 의 값은 1

7. 두 점  $(2, 1)$ ,  $(3, 4)$  를 지나는 직선에 평행하고,  $x$  절편이 2 인 직선의 기울기를  $a$ ,  $y$  절편을  $b$  라 할 때  $a - b$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

두 점  $(2, 1)$ ,  $(3, 4)$  를 지나는

직선의 기울기는  $a = \frac{4-1}{3-2} = 3$

$$\therefore y = 3(x - 2)$$

$y = 3x - 6$ 에서

$y$  절편은  $b = -6$  이므로

$$\therefore a - b = 9$$

8. 중심이  $(2, -1)$  이고 원점을 지나는 원의 방정식을 구하면?

①  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$

②  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 7$

③  $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 8$

④  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$

⑤  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$

### 해설

구하는 원의 방정식을

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = r^2 \quad \dots \textcircled{1} \text{으로 놓으면}$$

이 원이 원점  $(0,0)$  을 지나므로

$$(0-2)^2 + (0+1)^2 = r^2$$

$$\therefore r^2 = 5$$

이것을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

9. 직선  $2x + 3y + 7 = 0$  을  $x$  축의 방향으로  $-2$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $k$  만큼 평행이동하면 직선  $2x + 3y + 2 = 0$  이 된다. 이때, 상수  $k$  의 값은?

①  $-3$

②  $-2$

③  $1$

④  $2$

⑤  $3$

해설

직선  $2x + 3y + 7 = 0$  을  $x$  축의 방향으로  $-2$  만큼,  
 $y$  축의 방향으로  $k$  만큼 평행이동하면,

$$2(x + 2) + 3(y - k) + 7 = 0$$

$$\therefore 2x + 3y + 11 - 3k = 0$$

이 직선이  $2x + 3y + 2 = 0$  과 일치하므로

$$11 - 3k = 2 \quad \therefore k = 3$$

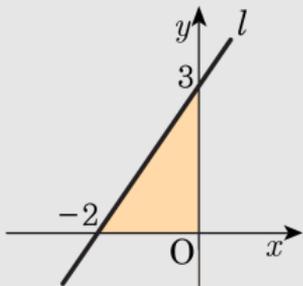
10. 직선  $3x - 2y + 6 = 0$ 이  $x$  축 및  $y$  축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$  빗금 친 부분의 넓이 :  $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

11.  $ac < 0$ ,  $bc > 0$  일 때, 일차함수  $ax + by + c = 0$  이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답: 사분면

▷ 정답: 제 2사분면

해설

$b \neq 0$  이므로,

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \text{㉠}$$

$ac < 0$ ,  $bc > 0$  에서  $ac \cdot bc < 0$

$\therefore abc^2 < 0$  즉,  $ab < 0$

$ab < 0$  에서 기울기  $-\frac{a}{b} > 0$

$bc > 0$  에서  $y$  절편  $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 ㉠은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

12. 두 직선  $3x - 2y + 1 = 0$ ,  $ax + 4y - 3 = 0$ 이 평행할 때의  $a$  값과 수직일 때  $a$  값의 곱은?

- ① -16      ② -12      ③ -8      ④ -4      ⑤ -1

해설

$$3x - 2y + 1 = 0 \text{에서 } y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \dots\dots \text{㉠}$$

$$ax + 4y - 3 = 0 \text{에서 } y = -\frac{a}{4}x + \frac{3}{4} \dots\dots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡이 평행일 때, } \frac{3}{2} = -\frac{a}{4} \quad \therefore a = -6$$

$$\text{㉠, ㉡이 수직일 때, } \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{a}{4}\right) = -1 \quad \therefore a = \frac{8}{3}$$

$$\therefore (-6) \times \frac{8}{3} = -16$$

13. 두 직선  $3x - 2y - 4 = 0$ ,  $x + 2y - 4 = 0$  의 교점과 점  $(1, -4)$  를 지나는 직선의 방정식은?

①  $5x - y - 9 = 0$

②  $5x + y - 9 = 0$

③  $x - 2y - 1 = 0$

④  $2x - 3y - 1 = 0$

⑤  $2x - y + 3 = 0$

해설

$$\begin{cases} 3x - 2y - 4 = 0 \cdots \text{㉠} \\ x + 2y - 4 = 0 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

$$\text{㉠} + \text{㉡} : x = 2, y = 1$$

$\therefore$  교점 :  $(2, 1)$

$$\therefore \text{구하는 직선은 } y - 1 = \frac{-4 - 1}{1 - 2}(x - 2) = 5(x - 2)$$

$$\therefore 5x - y - 9 = 0$$

14. 두 점  $(2, -1)$ ,  $(4, 3)$  을 지나는 직선과 원점 사이의 거리는 ?

① 1

②  $\sqrt{2}$

③  $\sqrt{3}$

④ 2

⑤  $\sqrt{5}$

해설

두 점  $(2, -1)$ ,  $(4, 3)$  을 지나는 직선은

$$y + 1 = \frac{3 - (-1)}{4 - 2}(x - 2)$$

$$\therefore 2x - y - 5 = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리는

$$\frac{|2 \times 0 - 0 - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

15. 복소수  $z = a + bi$ 를 좌표평면 위의 점  $P(a, b)$ 에 대응시킬 때,  $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점  $P$ 가 그리는 도형은? (단,  $a, b$ 는 실수,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2 - 3i)z &= (2 - 3i)(a + bi) \\ &= (2a + 3b) + (2b - 3a)i \cdots \textcircled{\Gamma}\end{aligned}$$

⑦ 이 실수이려면  $2b = 3a$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a$$

따라서, 기울기가 양인 직선이다.

16. 이차방정식  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - k = 0$  이 원을 나타내도록 상수  $k$  의 값의 범위를 정하면?

①  $k < -5$

②  $k > -5$

③  $-5 < k < 5$

④  $k < \sqrt{5}$

⑤  $k > -\sqrt{5}$

해설

원  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - k = 0$  을 표준형으로 고치면,

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = k + 5$$

이 때,  $k + 5 > 0$  이어야 하므로  $k > -5$

17. 점  $(2, 1)$  을 지나고  $x$  축,  $y$  축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

### 해설

원이 점  $(2, 1)$  을 지나고  $x$  축,  $y$  축에 접하면 제 1 사분면에 위치하므로 반지름이  $r$  이면 중심이  $(r, r)$  이다.

$$(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2 \text{ 이고}$$

또한  $(2, 1)$  을 지나므로

$$(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2 ,$$

$$(r-1)(r-5) = 0$$

$$\therefore r = 1 \text{ 또는 } 5$$

$$\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ 또는 } (x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$$

$$\therefore 1 + 5 = 6$$

18. 평행이동  $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$ 에 의하여 점  $(-4, 8)$ 은 점  $(a, b)$ 로 옮겨진다. 이때  $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$ 이므로

$(-4, 8) \rightarrow (-4 + 2, 8 - 1) = (-2, 7)$

$\therefore a + b = 5$

19. 평행사변형 ABCD에서  $A(2, 3)$ ,  $B(-5, 4)$ ,  $C(-2, 5)$ ,  $D(a, b)$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$\overline{BA} \parallel \overline{CD}$  이므로

점 B에서 점 A로의 이동을 생각할 때

$x$ 축 방향으로  $+7$ ,  $y$ 축 방향으로  $-1$ 인 것을

점 C에서 점 D로의 이동에 적용시킬 수 있다

$$\therefore D(a, b) = (-2 + 7, 5 - 1) = (5, 4)$$

$$\therefore a + b = 9$$

20. 모든 실수  $k$  에 대하여 직선  $(1+k)x+y-2k=0$  에 대칭이고, 반지름의 길이가 3 인 원의 방정식을 구하면?

①  $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 9$

②  $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 9$

③  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$

④  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$

⑤  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$

해설

$$(1+k)x + y - 2k = 0$$

$$x + kx + y - 2k = 0 \quad (k \text{ 는 임의의 실수})$$

$$x + y + k(x-2) = 0$$

이 직선은 항상  $(2, -2)$  를 지난다.

따라서 이와 같은 모든 직선에 대칭인 원의 중심은  $(2, -2)$  이다.

$$\therefore (x-2)^2 + (y+2)^2 = 9$$

21.  $x^2 + y^2 + 2ax - 4ay + 4a^2 + 2a - 4 = 0$ 이 나타내는 자취의 최소 면적은 ?

①  $2\pi$

②  $3\pi$

③  $4\pi$

④  $5\pi$

⑤  $6\pi$

해설

$$\text{준식} = x^2 + 2ax + y^2 - 4ay + 4a^2 + 2a - 4 = 0$$

$$\rightarrow (x+a)^2 + (y-2a)^2 = a^2 - 2a + 4$$

그러므로 준식은 중심  $(-a, 2a)$  이고

반지름이  $\sqrt{a^2 - 2a + 4}$  이다.

$$\therefore \text{면적 } S = \pi(\sqrt{a^2 - 2a + 4})^2$$

$$= \pi(a^2 - 2a + 4) = \pi(a-1)^2 + 3\pi$$

$\therefore a = 1$  일 때 최소 면적 :  $3\pi$

22. 두 원  $x^2 + y^2 = r^2$  ( $r > 0$ ),  $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$ 가 외접할 때,  $r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

### 해설

두 원  $x^2 + y^2 = r^2$  ( $r > 0$ ),  $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$ 의 중심 사이의 거리  $d = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$   
두 원이 외접하면  $r + 2 = 5$ 이므로  $r = 3$

23. 다음 두 원  $x^2 + y^2 = 3^2, (x-9)^2 + y^2 = 2^2$  의 공통접선의 개수를 구하여라.

▶ 답:            개

▷ 정답: 4 개

해설

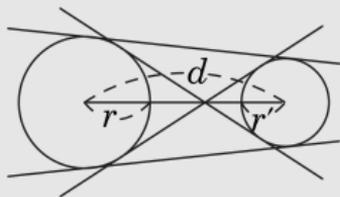
먼저 두 원의 반지름의 길이의 합  $r+r'$ , 차  $r-r'$ , 중심거리  $d$  를 구하여

두 원의 위치관계를 파악한다.

두 원의 반지름의 길이를 각각  $r=3, r'=2$  로 놓으면

$r+r'=5, r-r'=1, d=9$  이므로

$r+r' < d$  (한 원이 다른 원 밖에 있다.)  $\therefore$  공통접선은 모두 4 개



24. 직선  $3x - y - 1 = 0$  에 평행하고 원  $x^2 + y^2 = 10$  에 접하는 접선의 방정식을  $y = mx \pm n$  이라고 할 때,  $mn$  의 값은?

①  $3\sqrt{10}$

②  $-3\sqrt{10}$

③ 30

④ -30

⑤  $\frac{10}{3}$

### 해설

접선이 직선  $3x - y - 1 = 0$ , 즉  $y = 3x - 1$  에 평행하므로 접선의 기울기는 3이다.

공식을 이용하면 접선의 방정식은

$$y = 3x \pm \sqrt{10} \sqrt{1 + 3^2}, y = 3x \pm 10 \text{ 이므로}$$

$$m = 3, n = 10 \therefore mn = 30$$

25. 두 점  $P(-1, 2)$ ,  $Q(5, 8)$  이 직선  $y = ax + b$  에 대하여 대칭일 때,  $a + b$  의 값은?

① 10

② 9

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

$\overline{PQ}$  의 중점이  $y = ax + b$  위에 있으므로,

$\overline{PQ}$  의 중점 :

$$\left( \frac{-1+5}{2}, \frac{2+8}{2} \right) = (2, 5)$$

$$\therefore 5 = 2a + b$$

$$\overline{PQ} \text{ 기울기} : \frac{2-8}{-1-5} = 1$$

$$\therefore a = -1$$

$$\text{위 식에 대입하면} : b = 7$$

$$\therefore a + b = -1 + 7 = 6$$

