

1. 다음 이차함수 중 최솟값이 -2 가 되는 것은?

① $y = x^2 + 2x$

② $y = 2x^2 - 2$

③ $y = -(x + 3)^2 + 2$

④ $y = -(x - 2)^2 + 3$

⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

① 최솟값 -1 ③ 최댓값 2

④ 최댓값 3 ⑤ 최솟값 0

2. 부등식 $3x + 2 \geq 8$ 을 풀면?

① $x \geq -2$

② $x \geq -1$

③ $x \geq -\frac{1}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \geq 2$

해설

$$3x + 2 \geq 8, 3x \geq 6 \therefore x \geq 2$$

3. 연립부등식 $\begin{cases} x-4 < 2x+1 \\ 3x+6 \geq -1+4x \end{cases}$ 를 풀어라.

① $5 < x \leq 7$

② $-5 < x, 7 \leq x$

③ $-5 < x \leq 7$

④ $-7 \leq x < 5$

⑤ $-7 \leq x < -5$

해설

$$\begin{cases} x-4 < 2x+1 \\ 3x+6 \geq -1+4x \end{cases} \quad \begin{cases} x > -5 \\ x \leq 7 \end{cases}$$

$$\therefore -5 < x \leq 7$$

4. 연립부등식 $\begin{cases} x-1 > 2x-3 \\ x^2 \leq x+2 \end{cases}$ 의 해는?

① $x \leq -1$

② $-1 \leq x < 1$

③ $-1 \leq x < 2$

④ $1 < x < 2$

⑤ $2 \leq x < 4$

해설

$$x-1 > 2x-3 \text{에서 } -x > -2$$

$$\therefore x < 2 \cdots (가)$$

$$x^2 \leq x+2 \text{에서 } x^2-x-2 \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 2 \cdots (나)$$

따라서 (가), (나)의 공통 범위를 구하면

$-1 \leq x < 2$ 이다.

5. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$$A(\sqrt{5}-1, 1-\sqrt{2}), B(\sqrt{5}, 1+\sqrt{2})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{5}+1)^2 + (1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{1+8} = 3\end{aligned}$$

6. 두 점 A(3, 2), B(a , b) 를 1 : 3으로 내분하는 점을 P(2, 1) 이라고 할 때, ab 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$P\left(\frac{1 \cdot a + 3 \cdot 3}{1 + 3}, \frac{1 \cdot b + 3 \cdot 2}{1 + 3}\right) = P(2, 1) \text{ 이므로,}$$

$$\frac{1 \cdot a + 3 \cdot 3}{1 + 3} = 2, a + 9 = 8 \therefore a = -1$$

$$\frac{1 \cdot b + 3 \cdot 2}{1 + 3} = 1, b + 6 = 4 \therefore b = -2$$

$$\therefore ab = 2$$

7. 다음 주어진 조건을 만족하는 직선의 방정식을 구한 것 중 틀린 것을 고르면?

① 기울기가 2 이고, y 절편이 1 인 직선 : $y = 2x + 1$

② 점(1,0) 을 지나고, 기울기가 3 인 직선 : $y = 3x - 3$

③ 점 (3,5) 를 지나고, y 축에 평행한 직선 : $x = 3$

④ 두 점 (2,0), (0,-1) 을 지나는 직선 : $\frac{1}{2}x - y = 1$

⑤ 두 점 (-1,-1), (3,1) 을 지나는 직선 : $x + 2y - 1 = 0$

해설

⑤ $y = \frac{1 - (-1)}{3 - (-1)}(x - 3) + 1, y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow x - 2y - 1 = 0$

8. 두 점 A(1, -4), B(3, 2)를 지나는 직선과 수직인 직선의 기울기는?

- ① -3 ② $-\frac{1}{3}$ ③ -1 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 3

해설

직선 AB의 기울기는 $\frac{2 - (-4)}{3 - 1} = 3$ 이므로
수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{3}$ 이다.

9. 두 점 $A(-3, -2)$, $B(1, 1)$ 로부터 같은 거리에 있는 점 P 의 자취의 방정식을 구하면?

① $x + 2y + 3 = 0$

② $2x + y + 3 = 0$

③ $4x - 6y + 15 = 0$

④ $4x + 6y + 7 = 0$

⑤ $8x + 6y + 11 = 0$

해설

$P(x, y)$ 라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$

즉, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = (x - 1)^2 + (y - 1)^2$$

$$\therefore 8x + 6y + 11 = 0$$

10. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

- ① $m < -1, m > 3$ ② $m < 1, m > 5$ ③ $-1 < m < 3$
④ $-1 < m < 5$ ⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면
 $x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$
 $m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$
 $\therefore m < 1, m > 5$

11. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

12. 삼차방정식 $x^3 + x - 2 = 0$ 의 해를 구하면?

- ㉠ $1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$ ㉡ $-1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$ ㉢ $-1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$
㉣ -1 ㉤ 1

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ & & 1 & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^2+x+2)=0$$

$$x^2+x+2=0 \text{ 의 근 : } \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

$$\therefore \text{ 해 : } 1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

13. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

14. 모든 실수 x 에 대하여 $a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 가 성립할 때 a 의 최솟값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5 \text{에서}$$

$$(a - 2)x^2 + 2(a - 2)x + (2a - 5) \geq 0$$

이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$a - 2 > 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{판별식 } \frac{D}{4} = (a - 2)^2 - (a - 2)(2a - 5) \leq 0 \text{이므로}$$

$$a^2 - 4a + 4 - (2a^2 - 9a + 10)$$

$$= a^2 - 4a + 4 - 2a^2 + 9a - 10$$

$$= -a^2 + 5a - 6$$

$$= -(a^2 - 5a + 6)$$

$$= -(a - 2)(a - 3) \leq 0$$

따라서 $(a - 2)(a - 3) \geq 0$ 이므로

$$a \leq 2 \text{ 또는 } a \geq 3 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $a \geq 3$

따라서 a 의 최솟값은 3

15. x 축 위의 점 P로부터 직선 $4x + 3y + 2 = 0$ 까지의 거리가 2인 점은 두 개 있다. 이 때, 이 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

P의 좌표를 $(\alpha, 0)$ 이라 하면

P에서 직선까지의 거리가 2이므로

$$\frac{|4 \cdot \alpha + 3 \cdot 0 + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

$$\therefore |4\alpha + 2| = 10$$

$$4\alpha + 2 = \pm 10$$

$$\therefore \alpha = 2, -3$$

$$\therefore \text{거리 } l \text{ 은 } l = 2 - (-3) = 5$$

16. 둘레의 길이가 24 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때, 이 부채꼴의 호의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 12 cm

해설

반지름 x cm, 호의 길이를 $(24 - 2x)$ cm 라 두면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}x(24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36) + 36 \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점이 (6, 36) 이므로 반지름의 길이가 6 cm 일 때,
부채꼴의 넓이가 최댓값 36 cm² 를 가진다.
따라서 호의 길이는 $24 - 2x = 12$ cm 이다.

17. 다음 방정식의 해가 아닌 것은?

$$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$$

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$ 에서 $x^2 + x = X$ 라 하면

$$X^2 - 8X + 12 = 0, (X - 2)(X - 6) = 0$$

$\therefore X = 2$ 또는 $X = 6$

(i) $X = 2$ 일 때, $x^2 + x = 2$ 에서

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$(x - 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -2$$

(ii) $X = 6$ 일 때, $x^2 + x = 6$ 에서

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 2$$

(i), (ii) 에서 주어진 방정식의 해는

$$x = -3 \text{ 또는 } x = -2 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서, 해가 아닌 것은 ③

18. $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^{50} + \omega^{51} + \omega^{52}$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근이 ω 일때
 $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$ 에서
 $\omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0$ 이 성립한다.
주어진 문제식을 ω^{50} 으로 묶으면
 $\omega^{50}(\omega^2 + \omega + 1)$ 이고
 $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 이므로 답은 0이다.

19. 다음 연립방정식의 해가 아닌 것은?

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ 2x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

- ① $\begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases}$ ② $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases}$
- ④ $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$ ⑤ $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - xy - 2y^2 &= 0 \\ \Rightarrow (x+y)(x-2y) &= 0 \\ \Rightarrow x &= -y \text{ 또는 } x = 2y \\ \text{i) } x &= -y \quad 2x^2 + y^2 = 2y^2 + y^2 = 9 \\ y &= \pm\sqrt{3}, \quad x = \mp\sqrt{3} \\ \text{ii) } x &= 2y \quad 2x^2 + y^2 = 8y^2 + y^2 = 9 \\ y &= \pm 1, \quad x = \pm 2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{해} : \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ y = \mp\sqrt{3} \end{cases}, \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 1 \end{cases}$$

(복부호동순)

20. 0이 아닌 실수 x, y 가 $(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0$ 을 만족할 때, x 에 관한 이 방정식은 실수 a 에 관계없이 일정한 근을 갖는다. 그 근을 모두 구하여라. ($a \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : -1

해설

$(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0$ 에서
 $x^2y^2 + 4a^2x^2 + y^2 + 4a^2 - 8axy = 0$
 $(x^2y^2 - 4axy + 4a^2) + (y^2 - 4axy + 4a^2x^2) = 0$
 $(xy - 2a)^2 + (y - 2ax)^2 = 0$
 $xy - 2a, y - 2ax$ 는 실수이므로
 $xy - 2a = 0, y - 2ax = 0$
 $\therefore xy = 2a, y = 2ax$
두 식을 연립하면, $2ax^2 = 2a$
($a \neq 0$) 이므로 $x^2 = 1, x = \pm 1$

21. $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 의 해가 $x < -\frac{1}{3}$ 일 때, 부등식 $(a-3b)x + (b-2a) > 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

$$(a+b)x + (2a-3b) < 0$$

$$(a+b)x < 3b-2a$$

$$\Rightarrow x < \frac{3b-2a}{a+b} = -\frac{1}{3} \quad (a+b > 0)$$

$$\Rightarrow a+b = -3(3b-2a)$$

$$\Rightarrow a = 2b, \quad a+b = 3b > 0 \rightarrow b > 0$$

$$(a-3b)x + (b-2a) > 0 \Leftrightarrow -bx - 3b > 0$$

$$bx < -3b$$

$$\therefore x < -3 \quad (\because b > 0)$$

22. 연립부등식 $-4 + 5x < 3x - 7 \leq 4x + 1$ 을 만족하는 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

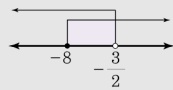
▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$-4 + 5x < 3x - 7 \leq 4x + 1$$

$$\rightarrow \begin{cases} -4 + 5x < 3x - 7 \\ 3x - 7 \leq 4x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x \geq -8 \end{cases}$$



가장 큰 정수 : -2

가장 작은 정수 : -8

$$\therefore (-2) + (-8) = -10$$

23. 세 점 A(0, 0), B(1, 0), C(1, 2)에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 이 최소가 되도록 점 P의 좌표를 정하면?

- ① $P\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ ② $P\left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right)$ ③ $P\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$
④ $P\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ⑤ $P\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

해설

P(x, y)라 두면

$$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$$

$$= x^2 + y^2 + (x-1)^2 + y^2 + (x-1)^2 + (y-2)^2$$

$$= 3x^2 - 4x + 3y^2 - 4y + 6$$

$$= 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + 3\left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{10}{3}$$

∴ $P\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ 일 때 최소

※ 점 P는 △ABC의 무게중심이 된다.

$$\left(\frac{0+1+1}{3}, \frac{0+0+2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

24. 점 $(2, 1)$ 에서 직선 $x - y + 3 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, H의 좌표는?

① $H(3, 0)$

② $H(0, 3)$

③ $H(0, -3)$

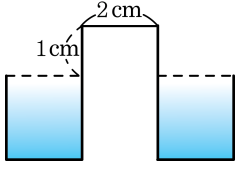
④ $H(-3, 0)$

⑤ $H(0, 0)$

해설

점 $P(2, 1)$ 을 지나고
직선 $x - y + 3 = 0 \cdots \textcircled{1}$ 에
수직인 직선 l 의 기울기는 -1 이므로,
 $l : y - 1 = -1 \cdot (x - 2)$,
즉 $l : x + y - 3 = 0 \cdots \textcircled{2}$
점 H는 직선 $\textcircled{1}$ 과 직선 l 의 교점이므로,
 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 를 연립하여 풀면 $x = 0, y = 3$
 $\therefore H(0, 3)$

25. 폭이 100 cm 인 긴 양철판을 구부려서 두 줄기로 물이 흘러가도록 하였다. 직사각형 단면이 다음 그림과 같이 대칭인 모양으로 물이 가장 많이 흘러갈 수 있도록 했을 때, 물이 흘러가는 단면 중 한 개 단면의 최대 넓이는 몇 cm^2 인가? (단, 아래 그림의 실선은 양철판을 나타낸다.)



- ① 125 cm^2 ② 288 cm^2 ③ 350 cm^2
④ 420 cm^2 ⑤ 120 cm^2

해설

직사각형 단면의 세로의 길이를 a , 가로 길이를 b 라 하면
총길이는 $a + b + a + 1 + 2 + a + 1 + b + a = 100$ 에서
 $4a + 2b = 96$
 $\therefore 2a + b = 48$ 이므로 $b = 48 - 2a$
한 개 단면의 넓이는 ab 이므로
 $a(48 - 2a) = -2a^2 + 48a$
 $= -2(a^2 - 24a)$
 $= -2(a^2 + 24a + 144 - 144)$
 $= -2(a - 12)^2 + 288$
따라서 $a = 12$ 일 때 최대 넓이 288 cm^2