1. $x^2 - px + q = 0$의 두 근이 α, β이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$일 때 $p^2 + q^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

2. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켤레근인 $1 + i$ 이므로
두 근의 합 : $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore \ a = -2$
두 근의 곱 : $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore \ b = 2$
$\therefore \ a + b = -2 + 2 = 0$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) > 5x+2 \\ -2(x+7) \le 3x+21 \end{cases}$ 을 만족하는 해 중에서 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$3x-6 > 5x+2,\quad x < -4$ 이고 $-2x-14 \le 3x+21,\quad 5x \ge -35,\quad x \ge -7$ 이므로 $-7 \le x < -4$ 이다.
따라서 가장 작은 정수는 -7 이고 가장 큰 정수는 -5 이므로 -12 이다.

4. 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$이다. $a+b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

(i) $x < -1$

$-(x+1)-(x-1) \geq 4,\ x \leq -2$

(ii) $-1 \leq x < 1$

$x+1-(x-1) \geq 4$

$2 \geq 4$ (성립 안함)

(iii) $x \geq 1$

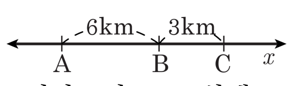
$x+1+x-1 \geq 4$

$x \geq 2$

(i), (iii)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

$\therefore\ a+b=0$

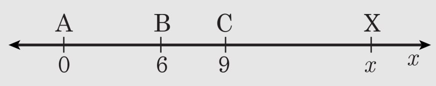
5. 그림에서 A, B, C는 도로가 통과하는 세 마을이다. A마을과 B마을 사이의 거리는 6 km, B마을과 C마을 사이의 거리는 3 km이다. 이 도로 위에 또 하나의 다른 마을이 있는데, 그 마을과 A 사이의 거리는 그 마을과 C 마을 사이의 거리의 2배이다. 그 마을과 B마을 사이의 거리는?



① 6 km ② 9 km ③ 12 km
④ 15 km ⑤ 18 km

해설

그림과 같이 A마을을 원점으로 하고, 구하고자 하는 마을을 X라 하면



A(0), B(6), C(9), X(x)
A마을과 X마을 사이의 거리는
C마을과 X마을 사이의 거리의 2배이므로
$|x-0| = 2|x-9|$
곧, $|x| = 2|x-9|$
$\therefore\ 2(x-9) = \pm x$
$\therefore\ x = 6$ 또는 $x = 18$
여기서 $x = 6$이면 X $=$ B가 되므로 성립하지 않는다.
따라서 $x = 18$
이 때, X마을과 B마을 사이의 거리는 $18 - 6 = 12$(km)

6. 두 직선 $(k-2)x+3y-1=0, y=kx+3$ 이 수직이 되도록 하는 모든 k 의 값을 구하면?

① 3, 1 ② 3, −1 ③ 4, 2
④ 1, 5 ⑤ −2, −3

해설

$y=kx+3 \Rightarrow kx-y+3=0$
$(k-2)k+3\cdot(-1)=0$
$k^2-2k-3=0$
$(k-3)(k+1)=0$
$\therefore\ k=3,-1$

해설

기울기의 곱이 −1 임을 이용하면
$-\dfrac{k-2}{3}\times k=-1$
$\therefore\ k(k-2)=3$
$\therefore k=3,\ -1$

7. 방정식 $x^2+y^2+kx-2y+10=0$ 이 원을 나타낼 때, k 의 범위를 구하면?

① $-4<k<5$
② $k<-4$ 또는 $k>5$
③ $-6<k<6$
④ $k<-6$ 또는 $k>6$
⑤ $-4<k<6$

해설

준 식 : $\left(x+\frac{k}{2}\right)^2+(y-1)^2=\frac{k^2}{4}-9$

중심이 $\left(-\frac{k}{2},\ 1\right)$,

반지름이 $\sqrt{\frac{k^2}{4}-9}$ 인 원이 되려면

$\frac{k^2}{4}-9>0$

$\therefore\ k^2-36>0$

$\therefore\ (k+6)(k-6)>0$

$\therefore\ k<-6$ 또는 $k>6$

8. 점 (2, 1) 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 (2, 1) 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 (r, r) 이다.
$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$ 이고
또한 (2, 1) 을 지나므로
$(2-r)^2+(1-r)^2=r^2$,
$(r-1)(r-5)=0$
$\therefore$ $r=1$ 또는 5
$\therefore$ $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 또는 $(x-5)^2+(y-5)^2=5^2$
$\therefore 1+5=6$

9. 원 $x^2 + y^2 = 6$ 에 접하고 기울기가 2인 접선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x \pm \sqrt{10}$　② $y = 2x \pm 3\sqrt{2}$　③ $y = 2x \pm 2\sqrt{5}$
④ $y = 2x \pm 2\sqrt{6}$　⑤ $y = 2x \pm \sqrt{30}$

해설

기울기가 2 인 직선의 방정식은
$y = 2x + k$ 직선이 원에 접하므로 직선과 원의
중심 사이 거리는 반지름과 같다.

$\therefore \quad \dfrac{|2 \times 0 + (-1) \times 0 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{6}$

$\Rightarrow \quad |k| = \sqrt{30}$

$\Rightarrow \quad k = \pm\sqrt{30}$

$\therefore$ 접선의 방정식은 $y = 2x \pm \sqrt{30}$

10. 평면위의 한 점 $(a,\ b)$를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(2,\ 5)$이다. 이 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(a+3,\ b+2)=(2,\ 5)$이므로 $a=-1,\ b=3$
따라서 $a+b=2$

11. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0　　② 2　　③ -2　　④ 4　　⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은
(3차항)×(상수항), (2차항) ×(1차항)
2쌍씩이다.
$4\times1\times2+(-3)\times2\times2 \ =8+(-12)=-4$

12. 모든 모서리의 합이 36, 겉넓이가 56인 직육면체의 대각선의 길이는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 $a,\ b,\ c$라 하자.

$4(a+b+c)=36,\ 2(ab+bc+ca)=56$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$a^2+b^2+c^2=81-56=25$

$\therefore$ (대각선의 길이) $=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$=\sqrt{25}=5$

13. 다음 중에서 겉넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24 인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$　② $\sqrt{12}$
③ $\sqrt{13}$　④ $\sqrt{14}$
⑤ 유일하지 않다.

해설

겉넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$
모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$
대각선 : $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$　$\therefore\ d = \sqrt{14}$
$= (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx)$
$= 6^2 - 22 = 14$

14. 다음 보기 중 항상 옳다고 할 수 없는 등식은?

㉠ $x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$
㉡ $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
㉢ $(x^2+x+1)(x^2-x-1)=x^4+x+1$
㉣ $x^2-x-2=(x-2)(x+1)$
㉤ $(x-y)^3=x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

㉢ $x+1=A$로 치환하여 전개하면
$(x^2+A)(x^2-A)=x^4-A^2=x^4-x^2-2x-1$

15. 복소수 $(1+i)x^2+2(2+i)x+3-3i$를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수 x의 값은?
(단, $i^2=-1$)

① -1　② 1　③ -3　④ 3　⑤ 7

해설

$(x^2+4x+3)+(x^2+2x-3)i$가 순허수이어야 하므로
$x^2+4x+3=0,\ x^2+2x-3\neq 0$
$(x+3)(x+1)=0,\ x=-1,\ x=-3$
$(x+3)(x-1)\neq 0,\ x\neq 1,\ x\neq -3$
$\therefore\ x=-1$

16. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-4<14 \\ 2x+5>-1 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\begin{cases} 3x-4<14 \\ 2x+5>-1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x<18 \\ 2x>-6 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x<6 \\ x>-3 \end{cases}$

$\therefore\ -3<x<6$

$\therefore\ x=-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

17. 연속하는 세 자연수의 합이 69 보다 크고 72 이하일 때, 세 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

▷ 정답 : 24

▷ 정답 : 25

해설

세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라하면

$69 < x-1+x+x+1 \le 72$

$69 < 3x \le 72$

$23 < x \le 24$

$\therefore \quad x = 24$

따라서 연속하는 세 자연수는 23, 24, 25 이다.

18. 모든 실수 x에 대하여 $x^2-2mx-m\ge 0$을 만족하는 실수 m의 범위는 $a\le m\le b$이다. $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=-1$

해설

$x^2-2mx-m\ge 0$이
항상 성립하려면 판별식 $D\le 0$

$\frac{D}{4}=m^2+m\le 0$

$m(m+1)\le 0$, $-1\le m\le 0$

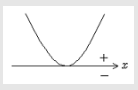
$\therefore\ a+b=(-1)+0=-1$

19. 이차부등식 $(k-1)x^2-2(k-1)x+1<0$을 만족하는 실수 x가 존재하지 않도록 하는 실수 k값의 범위는?

① $k>1$ ② $k \le 1,\ k \ge 2$ ③ $k<1,\ k>2$
④ $1 \le k \le 2$ ⑤ $1<k \le 2$

해설

모든 실수 x에 대해
$(k-1)x^2-2(k-1)x+1 \ge 0$



$k \ne 1$이고 아래로 볼록이면서 $\dfrac{D}{4} \le 0$

$k-1>0,\ \therefore\ k>1 \cdots$ ①

$\dfrac{D}{4}=(k-1)^2-(k-1) \le 0$

$k^2-3k+2=(k-1)(k-2) \le 0$

$\therefore\ 1 \le k \le 2 \cdots$ ②

①과 ②를 동시에 만족해야 하므로 $1<k \le 2$

20. $\begin{cases} (x-4)(x-2) \geq 0 \\ x^2 - x - 12 < 0 \end{cases}$ 을 만족하는 해의 범위가

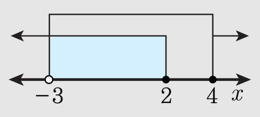
$a < x \leq b$일 때, $a+b$의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$(x-4)(x-2) \geq 0,\ x \leq 2, x \geq 4$

$(x+3)(x-4) < 0,\ -3 < x < 4$



$\therefore -3 < x \leq 2$

$a = -3,\ b = 2$

$\therefore a + b = -1$

21. 두 점 $\mathrm{A}(2,3), \mathrm{B}(3,4)$ 에 대하여 점 P가 x축 위를 움직일 때, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최소값은?

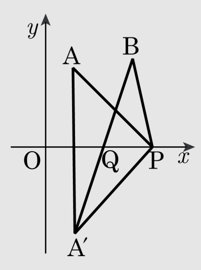
① $\sqrt{15}$　　② 7　　③ $5\sqrt{2}$　　④ $2\sqrt{13}$　　⑤ $\sqrt{53}$

해설

점 $\mathrm{A}(2,3)$ 과 x축에 대하여 대칭인 점은 $\mathrm{A}'(2,-3)$ 이다. 그림에서

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}} \geq \overline{\mathrm{A'Q}}+\overline{\mathrm{BQ}}=\overline{\mathrm{A'B}}$

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은 선분 $\mathrm{A'B}$ 의 길이와 같다.



$\mathrm{A}'(2,\ -3), \mathrm{B}(3,\ 4)$

$\overline{\mathrm{A'B}}=\sqrt{(3-2)^2+(4-(-3))^2}$

$=\sqrt{50}$

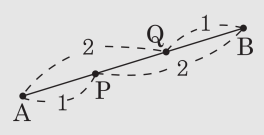
$=5\sqrt{2}$

22. 두 점 $A(1,\ -3)$, $B(4,\ 3)$ 에 대하여 선분 AB 의 삼등분점을 P, Q 라 할 때, 선분 PQ를 $2\ :\ 1$ 로 외분하는 점 R 의 좌표는? (단, 점 A 에 가까운 점을 P 라 한다.)

① $R(1,\ -3)$　② $R(-3,\ 1)$　③ $R(4,\ 3)$　④ $R(3,\ 4)$　⑤ $R(2,\ -1)$

해설

그림에서와 같이, 두 점 $A(1,\ -3)$, $B(4,\ 3)$ 에 대한 선분 AB 를 $1\ :\ 2$ 로 내분하는 점과
$2\ :\ 1$ 로 내분하는 점이 각각 삼등분점
P, Q 가 되므로,
선분 PQ 를 $2\ :\ 1$ 로 외분하는 점 R 의 좌표는 점 $B(4,\ 3)$ 와 같다.



23. 좌표평면의 원점을 O라 할 때 곡선 $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$ 위의 점 P에 대하여 선분 $\overline{\mathrm{OP}}$의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$

$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 2^2$

$\overline{\mathrm{OP}}$ 의 최댓값은 원점과 원의 중심 사이의 거리에 원의 반지름의 길이를 더한 것이므로 $\overline{\mathrm{OP}}$ $\sqrt{4^2 + 3^2} + 2 = 7$

24. $a-b=1+i$, $b-c=1-i$일 때, $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$a-b=1+i \cdots\cdots$ ㉠

$b-c=1-i \cdots\cdots$ ㉡

㉠+㉡을 계산하면 $a-c=2$

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

$=\frac{1}{2}\{(1+i)^2+(1-i)^2+(-2)^2\}$

$=\frac{1}{2}\{1+2i-1+1-2i-1+4\}$

$=2$

25. $y=0$, $y=(k-2)x^2-6(k-1)x+9k+1$ 을 동시에 만족하는 $(x,\ y)$ 가 2개일 때, 정수 k 의 최댓값은?

① 8　　② 9　　③ 10　　④ 11　　⑤ 12

해설

$y=(k-2)x^2-6(k-1)x+9k+1$ 의 그래프는 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.
이 때, 방정식 $(k-2)x^2-6(k-1)x+9k+1=0$ 은 이차방정식이어야 하므로 $k-2\neq 0$
$\therefore k\neq 2 \cdots\cdots$ ㉠
또, 이차방정식의 판별식을 D 라하면 $D>0$ 이어야 하므로
$\frac{D}{4}=\{3(k-1)\}^2-(k-2)(9k+1)>0$
$9(k^2-2k+1)-(9k^2-17k-2)>0$
$-k+11>0$
$\therefore k<11 \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $k<11,\ k\neq 2$
따라서, 정수 k 의 최댓값은 10 이다.

26. $x^3+1=0$의 한 허근을 ω라 할 때, 다음 값을 차례대로 구하여라.

(1) $\omega^{20}+\omega^{10}+1$
(2) $\omega^{101}+\overline{\omega}^{101}-\omega^{11}\cdot\overline{\omega}-\omega\cdot\overline{\omega}^{11}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 2

해설

ω가 x^2-x+1의 근이므로
$\overline{\omega}$도 x^2-x+1의 근이다.
즉, $\omega^3=-1,\ \overline{\omega}^3$
$=-1,\ \omega^2-\omega+1=0$
(1) $\omega^{20}+\omega^{10}+1$
$=(\omega^3)^6\cdot\omega^2+(\omega^3)^3\cdot\omega+1$
$=(-1)^6\cdot\omega^2+(-1)^3\cdot\omega+1$
$=\omega^2-\omega+1=0$

(2) $\omega^{101}+\overline{\omega}^{101}-\omega^{11}\overline{\omega}-\omega\overline{\omega}^{11}$
$=(\omega^3)^{33}\cdot\omega^2+(\overline{\omega}^3)^{33}\cdot\overline{\omega}^2-$
$\omega\overline{\omega}\left\{(\omega^3)^3\cdot\omega+(\overline{\omega}^3)^3\cdot\overline{\omega}\right\}$
$=(-1)\omega^2+(-1)\overline{\omega}^2-\left\{(-1)\omega+(-1)\overline{\omega}\right\}$
$=-(\omega^2-\omega)-(\overline{\omega}^2-\overline{\omega})$
$=-(-1)-(-1)=2$

27. 이차방정식 $x^2-(p+1)x+2p-1=0$의 두 근이 모두 -2와 2사이에 있도록 실수 p의 값의 범위를 구하면?

① $p>5, p<1$　② $-\frac{5}{4}<p<1$　③ $-5<p<3$

④ $p>1, p<-1$　⑤ $p>5, p<-1$

해설

$f(x)=x^2-(p+1)x+2p-1$로 놓으면

(i) 이차방정식이 두 근을 가지므로 $D>0$에서

$(p+1)^2-4(2p-1)>0,\ \ p^2+2p+1-8p+4>0$

$p^2-6p+5>0,\ \ (p-5)(p-1)>0$

$\therefore\ p>5,\ p<1$

(ii) $f(-2)>0$에서

$4+2(p+1)+2p-1>0$

$4p+5>0,\ 4p>-5\quad \therefore\ p>-\frac{5}{4}$

(iii) $f(2)>0$에서

$4-2p-2+2p-1>0$ ∴ 성립

(iv) 대칭축이 -2 와 2 사이에 있어야 하므로

$-2<\frac{p+1}{2}<2\qquad -4<p+1<4$

$\therefore\ -5<p<3$

따라서 (i), (ii), (iii), (iv) 에서

$\therefore\ -\frac{5}{4}<p<1$

28. x, y가 실수일 때, $\sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2}+\sqrt{(x-3)^2+(y-1)^2}$ 의 최솟값은?

① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

해설

다음 그림에서

$\sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2}$ +

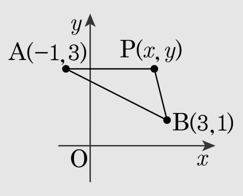
$\sqrt{(x-3)^2+(y-1)^2}$

$=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$를 의미 하므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}\geq\overline{\mathrm{AB}}$

그러므로 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값은

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(3+1)^2+(1-3)^2}=2\sqrt{5}$



29. 원 $x^2+y^2+2ax+2y-6=0$ 이 원 $x^2+y^2+2x-2ay-2=0$ 의 둘레를 이등분할 때, a^2 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 4　　④ 8　　⑤ 9

해설

원 $x^2+y^2+2ax+2y-6=0$ 이
원 $x^2+y^2+2x-2ay-2=0$ 의
둘레를 이등분하려면
두 원의 교점을 지나는 직선이
원 $x^2+y^2+2x-2ay-2=0$ 의 중심을 지나야
한다. 두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은
$(x^2+y^2+2ax+2y-6)-(x^2+y^2+2x-2ay-2)=0$
$2(a-1)x+2(a+1)y-4=0$
$\therefore\ (a-1)x+(a+1)y-2=0\ \cdots$ ㉠
또, 원 $x^2+y^2+2x-2ay-2=0$ 을
표준형으로 바꾸면,
$(x+1)^2+(y-a)^2=a^2+3$ 이므로
중심의 좌표는 $(-1,\ a)$ 이다. 이 때, 직선 ㉠ 이
점 $(-1,\ a)$ 를 지나야 하므로 $-(a-1)+a(a+1)-2=0$
$a^2-1=0$,
$\therefore\ a^2=1$

30. 좌표평면에서 점 $\mathrm{P}(1,4)$ 를 다음 평행이동식 $f:(x,y)\rightarrow(x+m,y+n)$ 에 의하여 이동시킨 점을 Q 라고 할 때, 두 점 P, Q 는 직선 $y=2x$ 에 대하여 대칭이다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{2}{5}$　　② $-\frac{1}{2}$　　③ $\frac{1}{3}$　　④ $\frac{3}{2}$　　⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$\mathrm{Q}=(1+m,4+n)$ 으로 나타낼 수 있다.

$\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 기울기는 $y=2x$ 에 수직이므로 $-\frac{1}{2}$ 이고,

$\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 중점 $\left(\frac{2+m}{2},\frac{8+n}{2}\right)$ 은

$y=2x$ 위에 있다.

$\Rightarrow$ i) $\frac{n}{m}=-\frac{1}{2}$

ii) $\frac{8+n}{2}=m+2$

i) 과 ii) 를 연립하면, $m=\frac{8}{5}$, $n=-\frac{4}{5}$

$\therefore\ m+n=\frac{4}{5}$

31. 다항식 $f(x)$는 $(x+2)^2$으로 나누어떨어지고 $x+4$로 나누면 3이 남는다. $f(x)$를 $(x+2)^2(x+4)$로 나눌 때, 나머지를 구하면?

① $\frac{3}{4}(x+2)^2$ ② $\frac{3}{2}(x+2)^2$ ③ $3(x+2)^2$
④ $(x+2)(x+4)$ ⑤ $3x^2+4x+3$

해설

$f(x)=(x+2)^2(x+4)Q(x)+ax^2+bx+c$라 놓으면 $f(x)$는 $(x+2)^2$으로 나누어떨어지므로
$ax^2+bx+c=a(x+2)^2$
$\therefore\ f(x)=(x+2)^2(x+4)Q(x)+a(x+2)^2$
또 $f(x)$를 $(x+4)$로 나눌 때 나머지가 3이므로 $f(-4)=3$
$\therefore\ 4a=3,\ a=\frac{3}{4}$
$\therefore$ 구하는 나머지는 $\frac{3}{4}(x+2)^2$

32. 사차방정식 $x^4 - 10x^3 + 28x^2 - 45x + a + 20 = 0$과 이차방정식 $x^2 - 8x + 8 = 0$이 공통근을 가질 때, a의 값은?

① $6\sqrt{2}$　　② $\pm 6\sqrt{2}$　　③ $2\sqrt{6}$

④ $\pm 2\sqrt{6}$　　⑤ $\pm 5\sqrt{3}$

해설

두 방정식의 공통근을 α라 하면

$\alpha^4 - 10\alpha^3 + 28\alpha^2 - 45\alpha + a + 20 = 0 \cdots$ ①

$\alpha^2 - 8\alpha + 8 = 0 \cdots$ ②

①의 좌변을 ②의 좌변으로 나누어 정리하면,

$(\alpha^2 - 8\alpha + 8)(\alpha^2 - 2\alpha + 4) + 3\alpha + a - 12 = 0$

$\therefore\ 3\alpha + a - 12 = 0 \cdots$ ③

②에서 $\alpha = 4 \pm 2\sqrt{2}$

이것을 ③에 대입하여 a를 구하면

$a = \pm 6\sqrt{2}$

33. 사탕봉지 A, B, C, D, E, F 중 5 개에는 무게가 같은 사탕을 4 개씩 넣었으나, 1 개에는 실수로 사탕을 3 개밖에 넣지 않았다. A, B, C 의 무게의 합은 D, E, F 의 무게의 합보다 크고, B, C, D 의 무게의 합은 A, E, F 의 무게의 합보다 크다. 또한 B 와 F 의 무게의 합은 C 와 E 의 무게의 합보다 클 때, 사탕이 3 개 들어있는 사탕봉지를 찾아라.

▶ 답 :

▷ 정답 : E

해설

6 개의 사탕봉지 A, B, C, D, E, F 의 무게를 각각 a, b, c, d, e, f 라 하면

$a+b+c>d+e+f\cdots$ ㉠

$b+c+d>a+e+f\cdots$ ㉡

$b+f>c+e\cdots$ ㉢

㉠ 과 ㉡ 에서 A 와 D 만 바꿨을 때 부등호의 방향이 변하지 않으므로 A, D 의 사탕봉지의 무게는 같다.

따라서 ㉠ 에서 $b+c>e+f$ 이므로 사탕이 3 개 든 사탕봉지는 E, F 중 하나이고, ㉢ 에 의해 사탕이 3 개 든 사탕봉지는 C, E 중 하나이므로, 사탕이 3 개 들어있는 사탕봉지는 E 이다.