1. $x^2+3x+1=0$ 일 때, $x-\frac{1}{x}$ 의 값을 구하면?

① -3 ② ± 3 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\pm\sqrt{5}$ ⑤ 7

해설

$x^2+3x+1=0,\ x+\frac{1}{x}=-3$

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=(-3)^2-4=5$

$\therefore x-\frac{1}{x}=\pm\sqrt{5}$

2. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $5x^2 - 10xy + 5y^2 = 2x - 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x - y$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?(단, $x + y \neq 0$)

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

해설

좌변: $5(x^2 - 2xy + y^2) = 5(x - y)^2$,

우변: $2x - 2y = 2(x - y)$

$5(x - y) = 2$ ($\because$ $x \neq y$) ,

$x - y = \frac{2}{5}$

3. $x = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$, $y = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $-\sqrt{6}$ ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= (x+y)(x-y) \\ &= \left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}\right) \\ &\quad \left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= \left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right) \times \left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6} \end{aligned}$$

4. $x - y = \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 4$ 의 값은?

① $2 + 4\sqrt{2}$ ② $3 + 4\sqrt{2}$ ③ $4 + 4\sqrt{2}$
④ $5 + 4\sqrt{2}$ ⑤ $6 + 4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 4$
$= (x - y)^2 + 4(x - y) + 4$
$= (\sqrt{2})^2 + 4\sqrt{2} + 4 = 6 + 4\sqrt{2}$

5. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만난다고 한다. k 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

x 축과 한 점에서 만나려면
$y = a(x-p)^2$ 꼴이 되어야 한다.

$$y = 2x^2 + 4x + k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + k$$
$$= 2(x+1)^2 - 2 + k$$

$\therefore -2 + k = 0, k = 2$

해설

$2x^2 + 4x + k = 0$ 이 중근을 가지므로 판별식 $D = 0$ 이다.
$D = 4^2 - 8k = 0$
$\therefore k = 2$

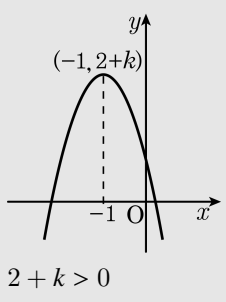
6. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나게 되는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k > 2$　　② $k < 2$　　③ $k > 4$

④ $k < -2$　　⑤ $k > -2$

해설

$y = -2x^2 - 4x + k = -2(x^2 + 2x) + k = -2(x+1)^2 + 2 + k$
다음 그림처럼 이 그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면 꼭짓점의 y 좌표가 0 보다 커야 한다.



$2 + k > 0$
$\therefore\ k > -2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만날 때 $D = b^2 - 4ac > 0$ 이 되어야 한다.
$y = -2x^2 - 4x + k$ 에서 $D = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot k > 0$,$8k > -16$ $\therefore$ $k > -2$

7. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $(-1)^2 - 4\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

8. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

① $k > \frac{9}{8}$ ② $k > \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{2}$ ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$가 x축과 두 점에서 만난다.
$\Leftrightarrow f(x) = 0$이 서로 다른 두 실근을 갖는다.
$D = (-3)^2 - 4k > 0$
$9 - 4k > 0$
$\therefore\ k < \frac{9}{4}$

9. 임의의 실수 x 의 정수 부분이 a 일 때, $[x] = a$ 로 나타내기로 한다. $2 \le x < 3$ 일 때, 방정식 $[x]x^2 - x - 5[x] = 0$ 의 해는?

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{5}{2}$

해설

$2 \le x < 3$ 이므로 $[x] = 2$ 이다.
$[x] = 2$ 를 대입하면 $2x^2 - x - 10 = 0$ 이고, 인수분해를 하면 $(2x-5)(x+2) = 0$ 이다.
$\therefore x = \frac{5}{2}$ $(\because 2 \le x < 3)$

10. 두 근이 2, -5 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식의 상수항은?

① 10 ② -10 ③ 3 ④ -3 ⑤ -5

해설

$(x-2)(x+5)=0$
$x^2+3x-10=0$

11. 이차방정식 $6x^2+11x-35=0$ 의 두 근 중에서 큰 근이 $x^2+3x+9a=0$ 의 근이라 할 때, a 의 값은?

① $-\frac{70}{9}$ ② $-\frac{70}{3}$ ③ $-\frac{70}{81}$ ④ 70 ⑤ $\frac{70}{3}$

해설

$6x^2+11x-35=0$을 인수분해하면 $(2x+7)(3x-5)=0$ 이므로

$x=-\frac{7}{2}, \frac{5}{3}$ 이고 이 중에서 큰 근 x는 $\frac{5}{3}$ 이다.

$x=\frac{5}{3}$ 가 $x^2+3x+9a=0$ 의 근이므로 대입하면

$\frac{25}{9}+3\times\frac{5}{3}+9a=0$, $9a=-\frac{70}{9}$

$\therefore a=-\frac{70}{81}$

12. 이차방정식 $x^2-4x-12=0$ 의 근 중 음수가 이차방정식 $x^2+2ax+a+2=0$ 의 한 근 일 때, a 의 값은?

① 3　　② 2　　③ 1　　④ -2　　⑤ -3

해설

$x^2-4x-12=0$ 을 인수분해하면 $(x-6)(x+2)=0$ 이다.
$x=6, -2$
음수의 근 -2 가 $x^2+2ax+a+2=0$ 의 근이므로
$(-2)^2-4a+a+2=0$
$\therefore a=2$

13. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a , b 는 두 자리의 자연수)

① 18　　② 27　　③ 36　　④ 45　　⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면
$D = 0,\ \ a^2 - 4 \times 9b = 0$
$\therefore a^2 = 36b = 6^2 b$
따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.
두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.
$\therefore\ a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$
$\therefore\ a = 54$ ($\because$ a는 자연수)

14. 다음 보기에서 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $(x-4)(x-4)=0$

㉡ $x^2-4x=0$

㉢ $x^2+9=6x$

㉣ $2x^2+12x=-9$

㉤ $(x-1)(x+1)=12x^2-5x$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax+b)^2=0$이다.

㉠ $x=4$ (중근)

㉢ $x^2+9=6x$

$x^2-6x+9=0 \leftrightarrow (x-3)^2=0$

$\therefore\ x=3$ (중근)

15. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 옳은 것은?

① $b^2-4ac=0$　② $c=a^2$　③ $x=\frac{b}{2a}$
④ $b^2-4ac<0$　⑤ $ac>0$

해설

이차방정식이 중근을 가지면 $D=b^2-4ac=0$ 이다.

16. 두 이차방정식 $x^2-12x+a=0$, $(x-b)^2=0$의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a+b$ 의 값은?

① 6　　② 12　　③ 24　　④ 36　　⑤ 42

해설

$x^2-12x+a=0$은 중근을 가지고, $(x-b)^2=0$ 도 같은 근을 가진다.
따라서 $a=36,\ b=6$ 이므로
$a+b=42$ 이다.

17. 어떤 무리수 x가 있다. x의 소수 부분을 y라 할 때 x의 제곱과 y의 제곱의 합이 33이다.
무리수 x의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \dfrac{5+\sqrt{41}}{2}$
② $x = \dfrac{2+\sqrt{41}}{5}$
③ $x = \dfrac{5+\sqrt{37}}{3}$
④ $x = \dfrac{-2+\sqrt{41}}{5}$
⑤ $x = \dfrac{3+\sqrt{37}}{4}$

해설

$x^2 + y^2 = 33,\ 0 \le y < 1$
$0 \le y^2 = 33 - x^2 < 1,\quad \sqrt{32} < x \le \sqrt{33}$
따라서 x의 정수 부분은 5이고 $y = x - 5$
$x^2 + (x-5)^2 = 33$
$\therefore\ x = \dfrac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$
$\therefore\ x = \dfrac{5+\sqrt{41}}{2}\ (\because x > 0)$

18. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 이들 세 수의 합은?

① 9　　② 10　　③ 12　　④ 14　　⑤ 15

해설

세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$이라 하면

$(x+1)^2 = (x-1)^2 + x^2$

$x^2 - 4x = 0$

$\therefore x = 4(\because x > 0)$

$\therefore 3 + 4 + 5 = 12$

19. 차가 4 인 두 양의 정수의 곱이 117 일 때, 이 두 양의 정수의 합은?

① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

두 양의 정수를 x, $x-4$라 하면

$x(x-4)=117$

$x^2-4x-117=0$

$(x-13)(x+9)=0$

$\therefore\ x=13\ (\because x>4)$

두 양의 정수는 13, 9이다.

따라서 양의 정수의 합은 22 이다.

20. 차가 5이고 곱이 104인 두 자연수 A, B가 있을 때, $A^2 - B^2$의 값은? (단, $A > B$)

① 95 ② 100 ③ 105 ④ 110 ⑤ 115

해설

두 자연수를 x, $x-5$라 하면

$x(x-5) = 104$

$x^2 - 5x - 104 = 0$

$x = 13(\because x > 5)$

따라서 두 수는 $A = 13$, $B = 8$이다.

따라서 두 수의 제곱의 차는 $169 - 64 = 105$이다.

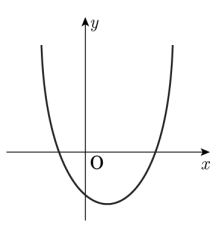
21. 포물선 $y = x^2 + ax + a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

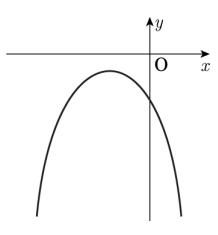
① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

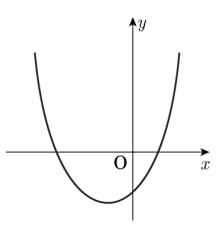
해설

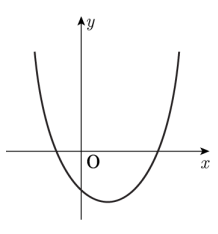
$y = x^2 + ax + a - 1$ 의
x 절편을 $\alpha,\ \beta\ (\alpha > \beta)$ 라고 하면
$\alpha + \beta = -a,\ \alpha\beta = a - 1$ 이다.
$\alpha - \beta = 2$ 이므로
$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
$4 = a^2 - 4a + 4$
$a^2 - 4a = 0$
$a(a - 4) = 0$
$\therefore\ a = 0$ 또는 $a = 4$
따라서 a 의 값의 합은 4 이다.

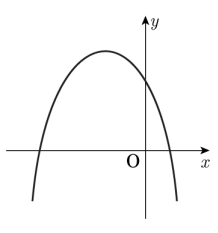
22. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 개형(대략의 모양)은 어느 것인가?

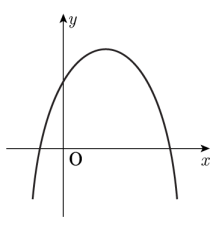


①


②


③


④


⑤


해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\dfrac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\dfrac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

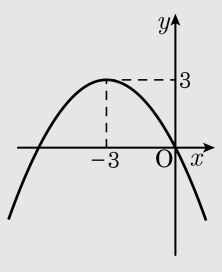
$\therefore$ ④

23. $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 곳은?

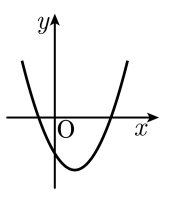
① 제 1 사분면　② 제 2 사분면　③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면　⑤ 원점

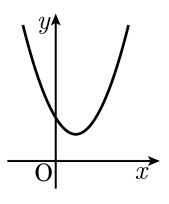
해설

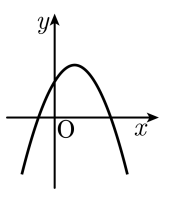
$$y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x$$
$$= -\frac{1}{3}(x^2 + 6x + 9 - 9)$$
$$= -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 3$$

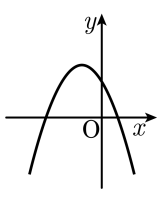


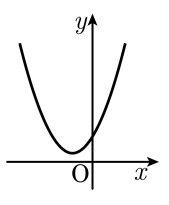
24. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 7$ 의 그래프로 적당한 것은?

①


②


③


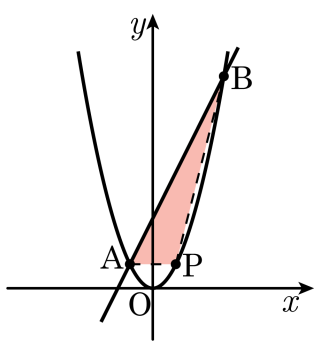
④


⑤


해설

x^2 의 계수가 양수이므로 아래로 볼록한 모양이다.
$y = x^2 - 4x + 7 = (x-2)^2 + 3$
꼭짓점이 $(2, 3)$ 으로 제1 사분면에 위치한다.

25. 포물선 $y = x^2$과 직선 $y = 2x + 3$의 교점을 A, B라하고, 원점을 O라 한다. 점 P가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B까지 움직일 때, △APB의 넓이와 △OAB의 넓이가 같게 되는 점 P의 좌표는?



① $(1, 1)$ ② $(1, 2)$ ③ $(2, 1)$ ④ $(2, 4)$ ⑤ $(3, 2)$

해설

△APB와 △AOB의 넓이가 같으면 직선 AB와 직선 OP는 평행하므로
직선 OP의 기울기는 2이고 직선 OP는 $y = 2x$이다. 점 P는 $y = x^2$과 $y = 2x$의 교점이므로
$x^2 = 2x$, $x^2 - 2x = 0$, $x(x - 2) = 0$
$\therefore x = 2,\ y = 4$또는 $x = 0,\ y = 0$ (원점)
그런데 P는 원점이 아니므로 $P(2,\ 4)$이다.

26. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 점 $(3,\ -9)$를 지난다.

② 위로 볼록한 그래프이다.

③ 축의 방정식이 $x = 0$ 이다.

④ $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ 항상 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0,\ 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 따라서 ⑤이 답이다.

27. 다음은 이차함수 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① y 축을 축으로 한다.

② 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.

④ a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

⑤ $y = -ax^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$ 이다.
$a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
$y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다. 따라서 ⑤가 옳지 않다.

28. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 꼭짓점이 원점이고, y축에 대하여 대칭이다.

㉡ $y = -3x^2$ 의 그래프와 x축에 대해 대칭이다.

㉢ 아래로 볼록하며, $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

㉣ y의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.

㉤ $x < 0$인 범위에서 x가 증가하면 y도 증가한다.

① ㉠
② ㉠, ㉡
③ ㉠, ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y축, 즉 $x = 0$, $a > 0$이면 아래로 볼록, $a < 0$이면 위로 볼록
$|a|$이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
$y = -ax^2$ 과 x축에 대하여 대칭.
㉣ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$
이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉢, ㉣은 옳다.
㉤ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$이므로
$x > 0$일 때, x가 증가하면 y도 증가한다.
∴옳지 않다.