

1.  $x^2 + 3x + 1 = 0$  일 때,  $x - \frac{1}{x}$  의 값을 구하면?

①  $-3$

②  $\pm 3$

③  $\sqrt{5}$

④  $\pm \sqrt{5}$

⑤  $7$

해설

$$x^2 + 3x + 1 = 0, \quad x + \frac{1}{x} = -3$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = (-3)^2 - 4 = 5$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \pm \sqrt{5}$$

2. 서로 다른 두 수  $x, y$  에 대하여  $5x^2 - 10xy + 5y^2 = 2x - 2y$  의 관계가 성립할 때,  $x - y$  의 값으로 알맞은 것을 고르면?(단,  $x + y \neq 0$ )

①  $\frac{1}{5}$

②  $\frac{2}{5}$

③  $\frac{3}{5}$

④  $\frac{4}{5}$

⑤ 1

해설

$$\text{좌변: } 5(x^2 - 2xy + y^2) = 5(x - y)^2,$$

$$\text{우변: } 2x - 2y = 2(x - y)$$

$$5(x - y) = 2 (\because x \neq y),$$

$$x - y = \frac{2}{5}$$

3.  $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$ ,  $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$  일 때,  $x^2 - y^2$  의 값은?

①  $\sqrt{6}$

②  $2\sqrt{3}$

③  $2\sqrt{2}$

④  $-\sqrt{6}$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\&= \left( \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \right) \\&\quad \left( \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \right) \\&= \left( \frac{2\sqrt{3}}{2} \right) \times \left( \frac{2\sqrt{2}}{2} \right) \\&= \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}\end{aligned}$$

4.  $x - y = \sqrt{2}$  일 때,  $x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 4$  의 값은?

①  $2 + 4\sqrt{2}$

②  $3 + 4\sqrt{2}$

③  $4 + 4\sqrt{2}$

④  $5 + 4\sqrt{2}$

⑤  $6 + 4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 4 \\ &= (x - y)^2 + 4(x - y) + 4 \\ &= (\sqrt{2})^2 + 4\sqrt{2} + 4 = 6 + 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

5. 이차함수  $y = 2x^2 + 4x + k$  의 그래프가  $x$  축과 한 점에서 만난다고 한다.  $k$  의 값은?

① -1

② 1

③ 0

④ -2

⑤ 2

해설

$x$  축과 한 점에서 만나려면

$y = a(x - p)^2$  꼴이 되어야 한다.

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x + k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + k \\ &= 2(x + 1)^2 - 2 + k\end{aligned}$$

$$\therefore -2 + k = 0, k = 2$$

해설

$2x^2 + 4x + k = 0$  이 중근을 가지므로 판별식  $D = 0$  이다.

$$D = 4^2 - 8k = 0$$

$$\therefore k = 2$$

6. 이차함수  $y = -2x^2 - 4x + k$  의 그래프가  $x$  축과 두 점에서 만나게 되는  $k$  의 값의 범위를 구하면?

①  $k > 2$

②  $k < 2$

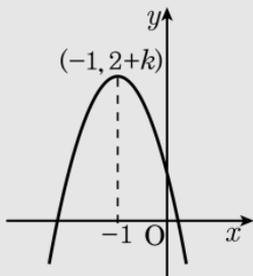
③  $k > 4$

④  $k < -2$

⑤  $k > -2$

해설

$y = -2x^2 - 4x + k = -2(x^2 + 2x) + k = -2(x + 1)^2 + 2 + k$   
 다음 그림처럼 이 그래프가  $x$  축과 두 점에서 만나려면 꼭짓점의  $y$  좌표가 0 보다 커야 한다.



$$2 + k > 0$$

$$\therefore k > -2$$

해설

$y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가  $x$  축과 두 점에서 만날 때  $D = b^2 - 4ac > 0$  이 되어야 한다.

$$y = -2x^2 - 4x + k \text{ 에서 } D = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot k > 0, 8k > -16 \therefore k > -2$$

7. 이차함수의 그래프가  $x$  축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

①  $y = 4x^2 - 4x + 1$

②  $y = x^2 - 3x + 2$

③  $y = 2x^2 + 3x + 4$

④  $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤  $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

②  $3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤  $(-1)^2 - 4 \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

8. 이차함수  $y = x^2 - 3x + k$  의 그래프가  $x$  축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수  $k$  의 값의 범위는?

- ①  $k > \frac{9}{8}$       ②  $k > \frac{9}{4}$       ③  $k > \frac{9}{2}$       ④  $k < \frac{9}{4}$       ⑤  $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$  가  $x$  축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$  이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = (-3)^2 - 4k > 0$$

$$9 - 4k > 0$$

$$\therefore k < \frac{9}{4}$$

9. 임의의 실수  $x$  의 정수 부분이  $a$  일 때,  $[x] = a$  로 나타내기로 한다.  
 $2 \leq x < 3$  일 때, 방정식  $[x]x^2 - x - 5[x] = 0$  의 해는?

①  $\frac{5}{2}$

②  $\frac{7}{3}$

③  $\frac{3}{2}$

④  $-2$

⑤  $-\frac{5}{2}$

해설

$2 \leq x < 3$  이므로  $[x] = 2$  이다.

$[x] = 2$  를 대입하면  $2x^2 - x - 10 = 0$  이고, 인수분해를 하면  
 $(2x - 5)(x + 2) = 0$  이다.

$$\therefore x = \frac{5}{2} \quad (\because 2 \leq x < 3)$$

10. 두 근이 2, -5 이고  $x^2$  의 계수가 1 인 이차방정식의 상수항은?

① 10

② -10

③ 3

④ -3

⑤ -5

해설

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

11. 이차방정식  $6x^2 + 11x - 35 = 0$  의 두 근 중에서 큰 근이  $x^2 + 3x + 9a = 0$  의 근이라 할 때,  $a$  의 값은?

①  $-\frac{70}{9}$

②  $-\frac{70}{3}$

③  $-\frac{70}{81}$

④ 70

⑤  $\frac{70}{3}$

해설

$6x^2 + 11x - 35 = 0$  을 인수분해하면  $(2x + 7)(3x - 5) = 0$  이므로

$x = -\frac{7}{2}, \frac{5}{3}$  이고 이 중에서 큰 근  $x$  는  $\frac{5}{3}$  이다.

$x = \frac{5}{3}$  가  $x^2 + 3x + 9a = 0$  의 근이므로 대입하면

$$\frac{25}{9} + 3 \times \frac{5}{3} + 9a = 0, 9a = -\frac{70}{9}$$

$$\therefore a = -\frac{70}{81}$$

12. 이차방정식  $x^2 - 4x - 12 = 0$  의 근 중 음수가 이차방정식  $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$  의 한 근일 때,  $a$  의 값은?

① 3

② 2

③ 1

④ -2

⑤ -3

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$  을 인수분해하면  $(x - 6)(x + 2) = 0$  이다.

$x = 6, -2$

음수의 근  $-2$  가  $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$  의 근이므로

$$(-2)^2 - 4a + a + 2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

13. 이차방정식  $x^2 + ax + 9b = 0$  이 중근을 가질 때,  $a$  의 값이 최대가 되도록  $b$  의 값을 정하려고 한다. 이 때,  $a$  의 값은? (단,  $a, b$  는 두 자리의 자연수)

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$  이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서  $b$  는 제곱수이어야 하고,  $b$  가 최대일 때  $a$  가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로  $b = 81$  이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

14. 다음 보기에서 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

보기

㉠  $(x - 4)(x - 4) = 0$

㉡  $x^2 - 4x = 0$

㉢  $x^2 + 9 = 6x$

㉣  $2x^2 + 12x = -9$

㉤  $(x - 1)(x + 1) = 12x^2 - 5x$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

이차방정식이 중근을 가지려면  $(ax + b)^2 = 0$ 이다.

㉠  $x = 4$  (중근)

㉢  $x^2 + 9 = 6x$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ (중근)}$$

15. 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  이 중근을 가질 때, 다음 중 옳은 것은?

①  $b^2 - 4ac = 0$

②  $c = a^2$

③  $x = \frac{b}{2a}$

④  $b^2 - 4ac < 0$

⑤  $ac > 0$

해설

이차방정식이 중근을 가지면  $D = b^2 - 4ac = 0$  이다.

16. 두 이차방정식  $x^2 - 12x + a = 0$ ,  $(x - b)^2 = 0$ 의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때,  $a + b$ 의 값은?

① 6

② 12

③ 24

④ 36

⑤ 42

해설

$x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고,  $(x - b)^2 = 0$ 도 같은 근을 가진다.

따라서  $a = 36$ ,  $b = 6$  이므로

$a + b = 42$  이다.

17. 어떤 무리수  $x$ 가 있다.  $x$ 의 소수 부분을  $y$ 라 할 때  $x$ 의 제곱과  $y$ 의 제곱의 합이 33이다.  
무리수  $x$ 의 값은? ( 단,  $x > 0$  )

$$\textcircled{1} x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}$$

$$\textcircled{3} x = \frac{5 + \sqrt{37}}{3}$$

$$\textcircled{5} x = \frac{3 + \sqrt{37}}{4}$$

$$\textcircled{2} x = \frac{2 + \sqrt{41}}{5}$$

$$\textcircled{4} x = \frac{-2 + \sqrt{41}}{5}$$

### 해설

$$x^2 + y^2 = 33, 0 \leq y < 1$$

$$0 \leq y^2 = 33 - x^2 < 1, \sqrt{32} < x \leq \sqrt{33}$$

따라서  $x$ 의 정수 부분은 5이고  $y = x - 5$

$$x^2 + (x - 5)^2 = 33$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} (\because x > 0)$$

18. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 이들 세 수의 합은?

① 9

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 15

해설

세 자연수를  $x-1$ ,  $x$ ,  $x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2 = (x-1)^2 + x^2$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$\therefore x = 4 (\because x > 0)$$

$$\therefore 3 + 4 + 5 = 12$$

19. 차가 4 인 두 양의 정수의 곱이 117 일 때, 이 두 양의 정수의 합은?

① 20

② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

해설

두 양의 정수를  $x$ ,  $x - 4$ 라 하면

$$x(x - 4) = 117$$

$$x^2 - 4x - 117 = 0$$

$$(x - 13)(x + 9) = 0$$

$$\therefore x = 13 (\because x > 4)$$

두 양의 정수는 13, 9이다.

따라서 양의 정수의 합은 22 이다.

20. 차가 5이고 곱이 104인 두 자연수  $A, B$ 가 있을 때,  $A^2 - B^2$ 의 값은?  
(단,  $A > B$ )

① 95

② 100

③ 105

④ 110

⑤ 115

해설

두 자연수를  $x, x - 5$ 라 하면

$$x(x - 5) = 104$$

$$x^2 - 5x - 104 = 0$$

$$x = 13 (\because x > 5)$$

따라서 두 수는  $A = 13, B = 8$ 이다.

따라서 두 수의 제곱의 차는  $169 - 64 = 105$ 이다.

21. 포물선  $y = x^2 + ax + a - 1$  이  $x$  축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때,  $a$  의 값들의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$y = x^2 + ax + a - 1$  의  
 $x$  절편을  $\alpha, \beta$  ( $\alpha > \beta$ ) 라고 하면  
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a - 1$  이다.

$\alpha - \beta = 2$  이므로

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$4 = a^2 - 4a + 4$$

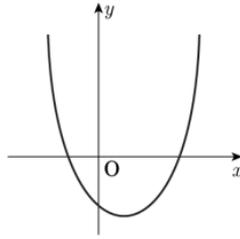
$$a^2 - 4a = 0$$

$$a(a - 4) = 0$$

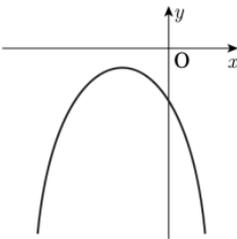
$\therefore a = 0$  또는  $a = 4$

따라서  $a$  의 값의 합은 4이다.

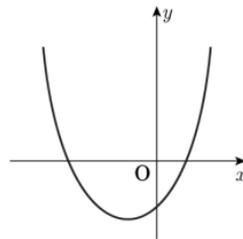
22.  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 다음과 같을 때,  $y = cx^2 + bx + a$  의 개형 (대략의 모양)은 어느 것인가?



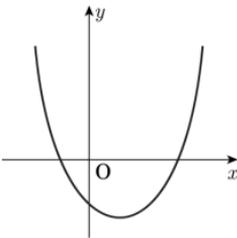
①



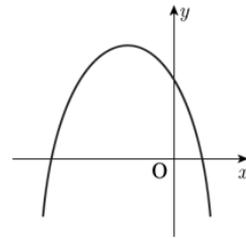
②



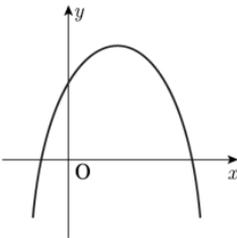
③



④



⑤



### 해설

아래로 볼록한 포물선이므로  $a > 0$

꼭짓점의  $x$  좌표  $-\frac{b}{2a} > 0$  이므로  $b < 0$

$y$  절편  $c < 0$

따라서  $y = cx^2 + bx + a$  의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의  $x$

좌표  $-\frac{b}{2c} < 0$ ,  $y$  절편  $a > 0$  인 포물선이다.

∴ ④

23.  $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x$  의 그래프가 지나지 않는 곳은?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

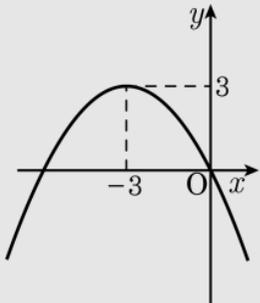
③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 원점

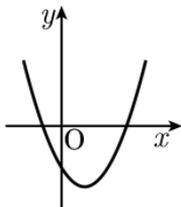
해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}x^2 - 2x \\&= -\frac{1}{3}(x^2 + 6x + 9 - 9) \\&= -\frac{1}{3}(x + 3)^2 + 3\end{aligned}$$

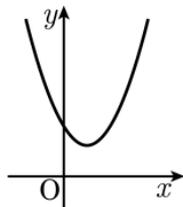


24. 다음 중 이차함수  $y = x^2 - 4x + 7$  의 그래프로 적당한 것은?

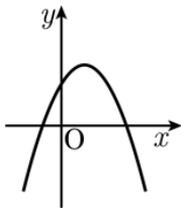
①



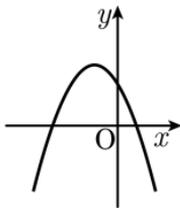
②



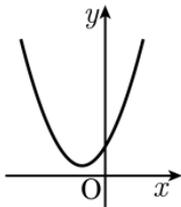
③



④



⑤



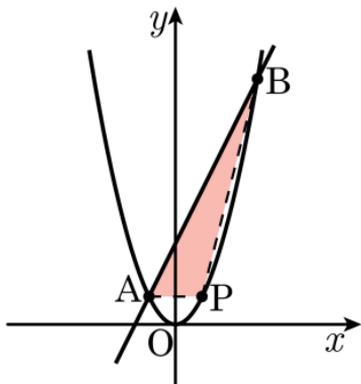
해설

$x^2$  의 계수가 양수이므로 아래로 볼록한 모양이다.

$$y = x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 + 3$$

꼭짓점이 (2, 3) 으로 제1 사분면에 위치한다.

25. 포물선  $y = x^2$  과 직선  $y = 2x + 3$  의 교점을 A, B라하고, 원점을 O라 한다. 점 P가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B까지 움직일 때,  $\triangle APB$ 의 넓이와  $\triangle OAB$ 의 넓이가 같게 되는 점 P의 좌표는?



- ① (1, 1)      ② (1, 2)      ③ (2, 1)      ④ (2, 4)      ⑤ (3, 2)

### 해설

$\triangle APB$ 와  $\triangle AOB$ 의 넓이가 같으면 직선 AB와 직선 OP는 평행하므로

직선 OP의 기울기는 2이고 직선 OP는  $y = 2x$ 이다. 점 P는  $y = x^2$ 과  $y = 2x$ 의 교점이므로

$$x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0$$

$\therefore x = 2, y = 4$  또는  $x = 0, y = 0$  (원점)

그런데 P는 원점이 아니므로 P(2, 4)이다.

26. 이차함수  $y = -x^2$  의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 점  $(3, -9)$  를 지난다.
- ② 위로 볼록한 그래프이다.
- ③ 축의 방정식이  $x = 0$  이다.
- ④  $y = x^2$  의 그래프와  $x$  축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ 항상  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값도 증가한다.

해설

$y = -x^2$  은 위로 볼록한 포물선이고 원점  $(0, 0)$  을 꼭짓점으로 한다.  $y$  축에 대칭이므로 축의 방정식이  $x = 0$  이다.  $y = x^2$  의 그래프와  $x$  축에 대하여 대칭이고  $x < 0$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값도 증가하고  $x > 0$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값은 감소한다. 따라서 ⑤이 답이다.

27. 다음은 이차함수  $y = ax^2 (a \neq 0)$  의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $y$  축을 축으로 한다.
- ② 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ③  $a < 0$  일 때, 위로 볼록하다.
- ④  $a$  의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.
- ⑤  $y = -ax^2$  의 그래프와  $y$  축에 대하여 대칭이다.

### 해설

$y = ax^2$  의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.

꼭짓점은  $(0, 0)$  , 대칭축은  $y$  축, 즉  $x = 0$  이다.

$a > 0$  이면 아래로 볼록,  $a < 0$  이면 위로 볼록하다.

$|a|$  이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

$y = -ax^2$  와  $x$  축에 대하여 대칭이다. 따라서 ⑤가 옳지 않다.

28. 다음 보기는 이차함수  $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 꼭짓점이 원점이고,  $y$ 축에 대하여 대칭이다.
- ㉡  $y = -3x^2$ 의 그래프와  $x$ 축에 대해 대칭이다.
- ㉢ 아래로 볼록하며,  $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
- ㉣  $y$ 의 값의 범위는  $y \geq 0$ 이다.
- ㉤  $x < 0$ 인 범위에서  $x$ 가 증가하면  $y$ 도 증가한다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.

꼭짓점은  $(0, 0)$ , 대칭축은  $y$ 축, 즉  $x = 0$ ,  $a > 0$ 이면 아래로 볼록,  $a < 0$ 이면 위로 볼록

$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

$y = -ax^2$ 과  $x$ 축에 대하여 대칭.

㉣ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로  $y \geq 0$  이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉢, ㉣은 옳다.

㉤ 아래로 볼록하고 축이  $x = 0$ 이므로  $x > 0$ 일 때,  $x$ 가 증가하면  $y$ 도 증가한다.

$\therefore$  옳지 않다.