

1. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

2. 두 이차방정식 $x^2 - 12x + a = 0$, $(x - b)^2 = 0$ 의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a + b$ 의 값은?

① 6

② 12

③ 24

④ 36

⑤ 42

해설

$x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고, $(x - b)^2 = 0$ 도 같은 근을 가진다.

따라서 $a = 36$, $b = 6$ 이므로
 $a + b = 42$ 이다.

3. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 옳은 것은?

① $b^2 - 4ac = 0$

② $c = a^2$

③ $x = \frac{b}{2a}$

④ $b^2 - 4ac < 0$

⑤ $ac > 0$

해설

이차방정식이 중근을 가지면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이다.

4. 이차방정식 $x(x-6) = a$ 가 중근을 가질 때, 상수 a 의 값은?

① -9

② -6

③ 0

④ 6

⑤ 9

해설

$$x^2 - 6x - a = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (-6)^2 + 4a = 0$$

$$\therefore a = -9$$

5. 어떤 무리수 x 가 있다. x 의 소수 부분을 y 라 할 때 x 의 제곱과 y 의 제곱의 합이 33이다.
무리수 x 의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}$

② $x = \frac{2 + \sqrt{41}}{5}$

③ $x = \frac{5 + \sqrt{37}}{3}$

④ $x = \frac{-2 + \sqrt{41}}{5}$

⑤ $x = \frac{3 + \sqrt{37}}{4}$

해설

$$x^2 + y^2 = 33, 0 \leq y < 1$$

$$0 \leq y^2 = 33 - x^2 < 1, \quad \sqrt{32} < x \leq \sqrt{33}$$

따라서 x 의 정수 부분은 5 이고 $y = x - 5$

$$x^2 + (x - 5)^2 = 33$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} (\because x > 0)$$

6. 다음을 만족하는 수들의 제곱의 합은?

어떤 수와 그 수의 제곱의 합은 30이다.



① 61

② 63

③ 65

④ 67

⑤ 77

해설

어떤 수를 x 라고 하면

$$x + x^2 = 30$$

$$x^2 + x - 30 = 0$$

$$x = -6 \text{ 또는 } x = 5$$

$$\therefore 36 + 25 = 61$$

7. 어떤 수 x 에 4를 더하여 제공해야 할 것을 잘못하여 4배를 하였다. 그런데도 결과는 같았다. 이 때, x 의 값은?(단, $x < 0$)

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$(x + 4)^2 = 4(x + 4)$$

$$x^2 + 4x = 0$$

$$x(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = -4 (\because x < 0)$$

8. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배 하였더니, 제공한 것보다 24 가 작아졌다. 어떤 자연수를 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

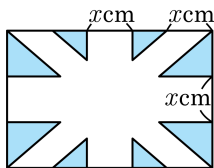
$$x^2 = 2x + 24, x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x - 6)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = -4$$

따라서 x 는 자연수이므로 $x = 6$

9. 가로, 세로 길이가 각각 9 cm, 6 cm 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 일정한 폭으로 오려내어 조각의 합이 12 cm^2 가 되도록 하려고 한다. 오려낸 부분의 폭은?



① 2 cm

② 3 cm

③ 4 cm

④ 2 cm 또는 7 cm

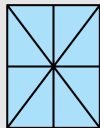
⑤ 3 cm 또는 6 cm

해설

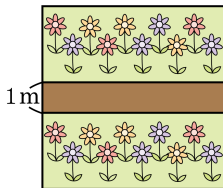
조각들을 모아 보면 다음 그림처럼 가로가 $9 - 3x$, 세로가 $6 - x$ 인 직사각형이 됨을 알 수 있다. 넓이가 12 이므로 $(9 - 3x)(6 - x) = 12$

정리하면 $x^2 - 9x + 14 = (x - 2)(x - 7) = 0$

$x < 3$ 이므로 $x = 2$



10. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 1m 가 되는 길을 1개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 30 m^2 였다. 꽃밭의 가로 길이는?



- ① 3m ② 4m ③ 5m
 ④ 6m ⑤ 7m

해설

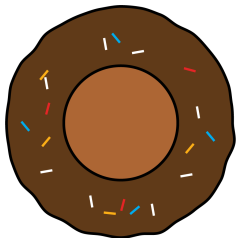
정사각형의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면

$$(\text{꽃밭의 넓이}) = x(x - 1)$$

$$x(x - 1) = 30$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

11. 다음 그림과 같이 원 모양의 빵의 둘레에 폭이 20 cm 인 크림을 바르려고 한다. 크림의 넓이가 빵과 크림의 넓이의 합의 $\frac{3}{4}$ 이라고 할 때, 빵의 반지름은?



① 17

② 19

③ 20

④ 22

⑤ 23

해설

빵의 반지름을 x cm 라 하면

$$\pi(x+20)^2 - \pi x^2 = \frac{3}{4}\pi(x+20)^2$$

$$\frac{1}{4}\pi(x+20)^2 = \pi x^2$$

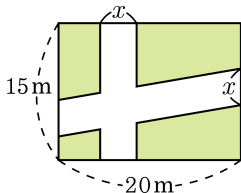
$$(x+20)^2 = 4x^2$$

$$3x^2 - 40x - 400 = 0$$

$$(x-20)(3x+20) = 0$$

$$\therefore x = 20 (\because x > 0)$$

12. 다음 그림과 같이 가로 20 m, 세로 15 m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 176 m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭은?



① 3 m

② 4 m

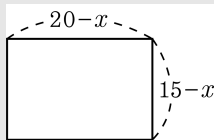
③ 5 m

④ 6 m

⑤ 7 m

해설

다음 그림처럼 길을 한쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.



식을 세우면

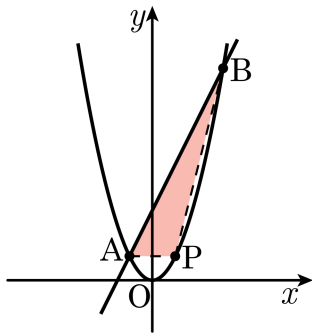
$$(20 - x)(15 - x) = 176$$

$$x^2 - 35x + 124 = 0$$

$$x = 31 \text{ 또는 } x = 4$$

$$x < 15 \text{ 이므로 } x = 4$$

13. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = 2x + 3$ 의 교점을 A, B라하고, 원점을 O라 한다. 점 P가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B까지 움직일 때, $\triangle APB$ 의 넓이와 $\triangle OAB$ 의 넓이가 같게 되는 점 P의 좌표는?



- ① (1,1) ② (1,2) ③ (2,1) ④ (2,4) ⑤ (3,2)

해설

$\triangle APB$ 와 $\triangle AOB$ 의 넓이가 같으면 직선 AB와 직선 OP는 평행하므로

직선 OP의 기울기는 2이고 직선 OP는 $y = 2x$ 이다. 점 P는 $y = x^2$ 과 $y = 2x$ 의 교점이므로

$$x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0$$

$\therefore x = 2, y = 4$ 또는 $x = 0, y = 0$ (원점)

그런데 P는 원점이 아니므로 P(2, 4)이다.

14. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 꼭짓점이 원점이고, y 축에 대하여 대칭이다.
- ㉡ $y = -3x^2$ 의 그래프와 x 축에 대해 대칭이다.
- ㉢ 아래로 볼록하며, $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
- ㉤ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.
- ㉥ $x < 0$ 인 범위에서 x 가 증가하면 y 도 증가한다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.

꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$, $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록

$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

$y = -ax^2$ 과 x 축에 대하여 대칭.

㉤ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$ 이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉢, ㉤은 옳다.

㉥ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$ 이므로 $x > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.

$\therefore$ 옳지 않다.

15. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① y 축에 대하여 대칭이다.

② 아래로 볼록하다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

④ $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 꼭짓점이 원점, y 축이 대칭축이다. $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다. $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다. $y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
 $\therefore$ ②가 옳지 않다.

16. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점은 원점이다.

② 대칭축은 y 축이다.

③ 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ y 의 값의 범위는 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이다.

해설

③ 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.