

1. 방정식  $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$ 을 풀면?

- ①  $x = -1$  (중근),  $-\frac{1}{2}$ , 2
- ②  $x = -1$  (중근),  $\frac{1}{2}$ , 1
- ③  $x = -1$  (중근),  $\frac{1}{2}$ , 2
- ④  $x = -1, \frac{1}{2}, 2$  (중근)
- ⑤  $x = -1, \frac{1}{2}$  (중근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$  라 하면  $f(-1) = 0$  ,  $f(2) = 0$  이므로  $(x+1)(x-2)$  를 인수로 갖는다.

|    |  |   |    |    |    |    |   |
|----|--|---|----|----|----|----|---|
| -1 |  | 2 | -1 | -6 | -1 | 2  |   |
|    |  |   | -2 | 3  | 3  | -2 |   |
|    |  | 2 | -3 | -3 | 2  |    | 0 |
| 2  |  |   | 4  | 2  | -2 |    |   |
|    |  | 2 | 1  | -1 |    |    | 0 |

조립제법에 의하면 주어진 방정식은  
 $(x+1)(x-2)(2x^2+x-1) = 0$   
 $(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$   
 $\therefore x = -1, \frac{1}{2}, 2$

2. 삼차방정식  $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

- ① 0                      ② 1                      ③ 2                      ④ 3                      ⑤ 4

해설

$$x^3 + 3^3 = 0, (x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 0$$

$$\therefore x = -3, \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

$$\text{합} : -3 + \frac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \frac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$$

해설

$x^3 + 27 = 0$ 에서  $x^2$ 의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

3. 방정식  $(x-1)(x^2-x-2)=0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1)=0$$

$$\therefore x=-1, 1, 2$$

$$\therefore -1+1+2=2$$

4. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

- ① (2,3)

② (-2,3)

③

(3,2)
- ④ (3,-2)

⑤ (-3,-2)

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ - ㉣×3을 하면  $-4y = -8$   
∴  $y = 2$ 를 ㉣대입하면  $x = 3$   
∴  $x = 3, y = 2$

5. 연립방정식  $ax + by = 8$ ,  $2ax - by = -2$ 의 근이  $x = 1$ ,  $y = 2$  일 때,  $a$ ,  $b$ 의 값은?

①  $a = -2$ ,  $b = -3$

②  $a = 3$ ,  $b = 2$

③  $a = 2$ ,  $b = -3$

④  $a = 2$ ,  $b = 3$

⑤  $a = -3$ ,  $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이  $x = 1, y = 2$  이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

6. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가  $x = 2$ ,  $y = -3$  일 때,  $a + b$ 의 값은?

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

해설

$x = 2$ ,  $y = -3$ 을

두 방정식

$2x + ay = 10$ ,  $x - y = b$ 에 대입하면

모두 성립시키므로  $4 - 3a = 10$

$\therefore a = -2$

$2 - (-3) = b$

$\therefore b = 5$

$\therefore a + b = 3$

7. 사차방정식  $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을  $a$ , 가장 큰 근을  $b$ 라 할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

$$\text{가장 작은 근 } a = -\sqrt{6}, \text{ 가장 큰 근 } b = \sqrt{6}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

8. 방정식  $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 일 때, 상수  $a$ 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

①  $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

②  $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③  $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④  $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤  $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로  $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서  $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \text{의 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore a = -3, \text{ 나머지 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

9.  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$  이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는  $a$  값은?

①  $a = -1$

②  $a = 1$

③  $a = \pm 1$

④  $a \neq \pm 1$  인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

$a$ 의 값은  $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

10. 연립방정식  $\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$  의 해를

$x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$ 의 값은?

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

$$\begin{cases} y = x + 1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①을 ②에 대입하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 5, 2x^2 + 2x - 4 = 0,$$

$$2(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -2$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } y = 2,$$

$$x = -2 \text{ 일 때, } y = -1$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = -1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 3$$

11. 두 방정식  $(x+y-1)(x-y-1)=0$ ,  $x^2-y^2=0$ 을 동시에 만족하는 해의 개수는?

① 없다.      ② 1쌍      ③ 2쌍      ④ 3쌍      ⑤ 4쌍

해설

연립방정식

$$\begin{cases} (x+y-1)(x-y-1)=0 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2-y^2=0 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A}$ 에서  $y=\pm(x-1)\cdots\textcircled{C}$

$\textcircled{C}$ 을  $\textcircled{B}$ 에 대입하면

$$x^2-(x-1)^2=0,$$

$$2x-1=0$$

$$\therefore x=\frac{1}{2}$$

$$\textcircled{C}\text{에서 } y=\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

$\therefore$  연립방정식의 해는  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 의 2쌍이다.

12.  $x = \alpha, y = \beta$ 가 연립방정식

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = -2 \\ 2x^2 - 3xy - 2y^2 = -3 \end{cases} \quad \text{의 해일 때, } \alpha^2 + \beta^2 \text{의 값은?}$$

- ① 2                      ② 4                      ③ 6                      ④ 8                      ⑤ 10

해설

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = -2 & \dots \textcircled{1} \\ 2x^2 - 3xy - 2y^2 = -3 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

상수항을 소거하기 위해  $\textcircled{1} \times 3 - \textcircled{2} \times 2$  하면

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0, (x - 2y)(x - y) = 0,$$

$$x = 2y \text{ or } x = y$$

$x = 2y$ 를  $\textcircled{1}$  식에 대입하면

$$4y^2 - 2y^2 - 2y^2 = -2, 0 = -2 \text{ 불능}$$

$x = y$ 를  $\textcircled{1}$ 식에 대입하면

$$y^2 - y^2 - 2y^2 = -2$$

$$y^2 = 1, y = \pm 1, x = \pm 1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 1 + 1 = 2$$

13. 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$  일 때,  $x + y$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + 4y^2 - 4y + 1 + y^2 - 4y + 4 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + (2y - 1)^2 + (y - 2)^2 \\ &= (x - 2y + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0 \\ &\therefore x - 2y + 1 = 0, y - 2 = 0 \text{ 이므로} \\ &y = 2, x - 4 + 1 = 0 \quad \therefore x = 3 \\ &\text{따라서 } x + y = 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

14.  $xy - 3x - 3y + 4 = 0$ 을 만족하는 양의 정수  $x, y$ 의 합  $x + y$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$xy - 3x - 3y + 4 = 0$ 에서

$x(y - 3) - 3(y - 3) - 5 = 0, (x - 3)y - 3 = 5$

$x \geq 1, y \geq 1$ 이므로  $x - 3 \geq -2, y - 3 \geq -2$

( i )  $x - 3 = 1, y - 3 = 5$ 일 때,  $x = 4, y = 8$

( ii )  $x - 3 = 5, y - 3 = 1$ 일 때,  $x = 8, y = 4$

따라서, 구하는 값은  $x + y = 4 + 8 = 8 + 4 = 12$

15. 이차방정식  $x^2 - ax + a + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되게 하는 모든 상수  $a$ 에 대한 설명 중 옳은 것은?

①  $a$ 는  $-10$  이상  $-2$  이하이다.

②  $a$ 는  $-2$  이상  $6$  이하이다.

③  $a$ 는  $6$  이상이다.

④  $a$ 는  $0$  이하이다.

⑤  $a$ 는  $0$  이상  $8$  이하이다.

해설

두 정수근을  $\alpha, \beta$ 라 하면 (단,  $\beta \geq \alpha$ )

$$\alpha + \beta = a, \alpha\beta = a + 2$$

이 두 식에서  $a$ 를 소거하면

$$\alpha\beta - \alpha - \beta = 2, (\alpha - 1)(\beta - 1) = 3$$

$\alpha - 1, \beta - 1$ 이 정수이므로

$$\therefore \alpha = 2, \beta = 4 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = 0$$

$$\therefore a = 6, -2$$