

1. 방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -1$ (증근), $-\frac{1}{2}$, 2

② $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 1

③ $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 2

④ $x = -1, \frac{1}{2}, 2$ (증근)

⑤ $x = -1, \frac{1}{2}$ (증근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$ 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

-1	2	-1	-6	-1	2
-1		-2	3	3	-2
2	2	-3	-3	2	0
2		4	2	-2	
2	2	1	-1	0	

조립제법에 의하면 주어진 방정식은

$$(x+1)(x-2)(2x^2+x-1) = 0$$

$$(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -1, \frac{1}{2}, 2$$

2. 삼차방정식 $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^3 + 3^3 = 0, (x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 0$$

$$\therefore x = -3, \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

$$\text{합} : -3 + \frac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \frac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$$

해설

$x^3 + 27 = 0$ 에서 x^2 의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

3. 방정식 $(x-1)(x^2-x-2) = 0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -1, 1, 2$$

$$\therefore -1 + 1 + 2 = 2$$

4. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \dots \textcircled{\Gamma} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \dots \textcircled{\Delta} \end{cases}$$

① (2, 3)

② (-2, 3)

③ (3, 2)

④ (3, -2)

⑤ (-3, -2)

해설

①, ②의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \dots\dots \textcircled{\Gamma} \\ 2x + 3y = 12 & \dots\dots \textcircled{\Delta} \end{cases}$$

① - ②×3을 하면 $-4y = -8$

$\therefore y = 2$ 를 ②대입하면 $x = 3$

$\therefore x = 3, y = 2$

5. 연립방정식 $ax + by = 8$, $2ax - by = -2$ 의 근이 $x = 1$, $y = 2$ 일 때, a , b 의 값은?

① $a = -2$, $b = -3$

② $a = 3$, $b = 2$

③ $a = 2$, $b = -3$

④ $a = 2$, $b = 3$

⑤ $a = -3$, $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이 $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

6. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2$, $y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$x = 2, y = -3 \text{을}$$

두 방정식

$2x + ay = 10$, $x - y = b$ 에 대입하면

모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$

$$\therefore a = -2$$

$$2 - (-3) = b$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore a + b = 3$$

7. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

가장 작은 근 $a = -\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b = \sqrt{6}$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

8. 방정식 $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

① $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

② $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③ $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④ $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로 $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서 $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근은 $1 \pm \sqrt{2}$

$\therefore a = -3$, 나머지 근은 $1 \pm \sqrt{2}$

9. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

10. 연립방정식 $\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 의 해를

$x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$\begin{cases} y = x + 1 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 5, 2x^2 + 2x - 4 = 0,$$

$$2(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -2$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } y = 2,$$

$$x = -2 \text{ 일 때, } y = -1$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = -1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 3$$

11. 두 방정식 $(x + y - 1)(x - y - 1) = 0$, $x^2 - y^2 = 0$ 을 동시에 만족하는 해의 개수는?

① 없다.

② 1쌍

③ 2쌍

④ 3쌍

⑤ 4쌍

해설

연립방정식

$$\begin{cases} (x + y - 1)(x - y - 1) = 0 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 - y^2 = 0 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $y = \pm(x - 1) \dots \textcircled{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하면

$$x^2 - (x - 1)^2 = 0,$$

$$2x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}$$

㉢에서 $y = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

\therefore 연립방정식의 해는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 의 2쌍이다.

12. $x = \alpha$, $y = \beta$ 가 연립방정식

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = -2 \\ 2x^2 - 3xy - 2y^2 = -3 \end{cases} \quad \text{의 해일 때, } \alpha^2 + \beta^2 \text{의 값은?}$$

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = -2 & \dots \textcircled{1} \\ 2x^2 - 3xy - 2y^2 = -3 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

상수항을 소거하기 위해 $\textcircled{1} \times 3 - \textcircled{2} \times 2$ 하면

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0, (x - 2y)(x - y) = 0,$$

$$x = 2y \text{ or } x = y$$

$x = 2y$ 를 $\textcircled{1}$ 식에 대입하면

$$4y^2 - 2y^2 - 2y^2 = -2, 0 = -2 \text{ 불능}$$

$x = y$ 를 $\textcircled{1}$ 식에 대입하면

$$y^2 - y^2 - 2y^2 = -2$$

$$y^2 = 1, y \pm 1, x \pm 1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 1 + 1 = 2$$

13. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + 4y^2 - 4y + 1 + y^2 - 4y + 4 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + (2y - 1)^2 + (y - 2)^2 \\ &= (x - 2y + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0 \\ &\therefore x - 2y + 1 = 0, y - 2 = 0 \text{ 이므로} \\ &y = 2, x - 4 + 1 = 0 \quad \therefore x = 3 \\ &\text{따라서 } x + y = 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

14. $xy - 3x - 3y + 4 = 0$ 을 만족하는 양의 정수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$xy - 3x - 3y + 4 = 0$ 에서

$x(y - 3) - 3(y - 3) - 5 = 0, (x - 3)y - 3 = 5$

$x \geq 1, y \geq 1$ 이므로 $x - 3 \geq -2, y - 3 \geq -2$

(i) $x - 3 = 1, y - 3 = 5$ 일 때, $x = 4, y = 8$

(ii) $x - 3 = 5, y - 3 = 1$ 일 때, $x = 8, y = 4$

따라서, 구하는 값은 $x + y = 4 + 8 = 8 + 4 = 12$

15. 이차방정식 $x^2 - ax + a + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되게 하는 모든 상수 a 에 대한 설명 중 옳은 것은?

① a 는 -10 이상 -2 이하이다.

② a 는 -2 이상 6 이하이다.

③ a 는 6 이상이다.

④ a 는 0 이하이다.

⑤ a 는 0 이상 8 이하이다.

해설

두 정수근을 α, β 라 하면 (단, $\beta \geq \alpha$)

$$\alpha + \beta = a, \alpha\beta = a + 2$$

이 두 식에서 a 를 소거하면

$$\alpha\beta - \alpha - \beta = 2, (\alpha - 1)(\beta - 1) = 3$$

$\alpha - 1, \beta - 1$ 이 정수이므로

$$\therefore \alpha = 2, \beta = 4 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = 0$$

$$\therefore a = 6, -2$$