

1. 두 점 A(-1, 4), B(6, 3) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P(a, b)
라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

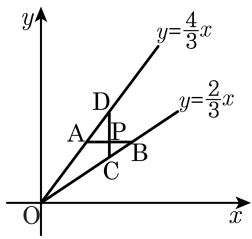
④ 4

⑤ 5

해설

P = ($a, 0$) 이므로 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서
 $(a + 1)^2 + 4^2 = (a - 6)^2 + 9$, $a = 2$
 $\therefore$ P = (2, 0)
 $a + b = 2$

2. 직선 $y = \frac{4}{3}x$ 와 $y = \frac{2}{3}x$ 사이에 위치한 제 1 사분면의 점 P 에서 x 축, y 축에 각각 평행한 선분을 그어 위의 두 직선과 만나는 점을 그림에서와 같이 각각 A,B,C,D 라 하자. 이 때, $\frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}}$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{2}$
 ② $\frac{8}{9}$
 ③ $\frac{9}{8}$
 ④ $\frac{9}{2}$
 ⑤ P 의 위치에 따라 일정하지 않다.

해설

$$\text{직선 } y = \frac{4}{3}x \text{ 의 기울기에서 } \frac{\overline{DP}}{\overline{AP}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{직선 } y = \frac{2}{3}x \text{ 의 기울기에서 } \frac{\overline{CP}}{\overline{BP}} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{DP}} \cdot \frac{\overline{BP}}{\overline{CP}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$$

3. 원점에서 직선 $3x - 4y - 5 = 0$ 에 이르는 거리를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\frac{|0 \times 3 + 0 \times (-4) - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

4. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(2, -1)$ 에서 접선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, ab 의 값은?

① -12 ② -11 ③ -10 ④ -5 ⑤ -2

해설

접점 $(2, -1)$ 에서의 접선의 방정식은

$$2x - y = 5$$

$$\Rightarrow y = 2x - 5 \quad \therefore ab = -10$$

5. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + 1, y - 2)$ 에 의하여 점(3, 3)은 어느 점에서 옮겨진 것인가?

① (0, 0)

② (3, 3)

③ (1, -2)

④ (-1, 2)

⑤ (2, 5)

해설

평행이동 f 는 x 축의 방향으로 +1, y 축의 방향으로 -2만큼 평행 이동하는 변환이므로 $(a+1, b-2) = (3, 3)$ 따라서 $a = 2, b = 5$

6. $\triangle ABC$ 에서 $A(6, 1)$, $B(-1, 2)$, $C(2, 3)$ 이라 한다. 이 삼각형의 외접원의 반지름을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

외심을 $P(a, b)$ 라 하면

$$(1) \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (b-1)^2 = (a+1)^2 + (b-2)^2 \dots\dots\textcircled{1}$$

$$\overline{PA}^2 = \overline{PC}^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (b-1)^2 = (a-2)^2 + (b-3)^2 \dots\dots\textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 각각 전개하여 정리하면

$$7a - b - 16 = 0, \quad 2a - b - 6 = 0$$

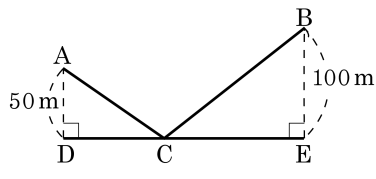
연립하여 풀면 $a = 2, b = -2$

따라서 외심은 $(2, -2)$ 이다.

$$(2) \overline{PA}^2 = (2-6)^2 + (-2-1)^2 = 25$$

$$\therefore PA = 5$$

7. 다음 그림과 같이 고압 전선 $\overline{DE}$ 가 지나는 곳으로부터 각각 50 m, 100 m 떨어진 두 지점에 빌딩 A, B가 위치하고 있다. 변압기를 D와 E 사이의 한 지점에 설치하여 빌딩 A, B에 전력을 공급하려고 한다. D와 E 사이의 거리가 200 m일 때, 전체 전선의 길이 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값을 구하여라.

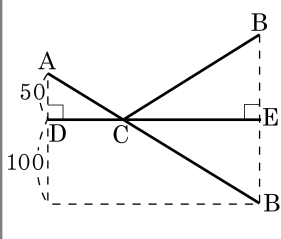


▶ 답 : m

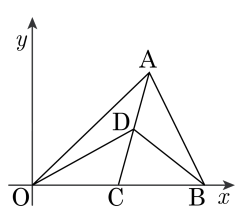
▷ 정답 : 250 m

해설

B를 $\overline{DE}$ 에 대해 대칭이동한 점을 B' 이라 하면
 $\overline{BC} = \overline{CB'}$ 이므로
 $\overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AC} + \overline{CB'} \geq \overline{AB'}$
 따라서 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값은
 $\overline{AB'} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250(\text{m})$



8. 좌표평면 위에 세 점 $O(0, 0)$, $A(2, 2)$, $B(3, 0)$ 이있다. 선분 OB 위의 점 C 와 선분 AC 위의 점 D 에 대하여 4 개의 삼각형 OAD , OCD , ABD , BCD 의 넓이가 모두 같을 때, 점 D 의 x 좌표와 y 좌표의 합을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2.75

해설

$\triangle OCD$ 와 $\triangle BCD$ 의 넓이가 같으므로

$$\overline{OC} : \overline{BC} = 1 : 1$$

즉, 점 C 는 선분 OB 의 중점이고,

$$C\left(\frac{3}{2}, 0\right)$$

또, $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCD$ 의 넓이가 같으므로

$$\overline{CD} : \overline{AD} = 1 : 1$$

즉, 점 D 는 선분 AC 의 중점이므로,

$$D\left(\frac{7}{4}, 1\right)$$

따라서, 점 D 의 x 좌표와 y 좌표의 합은

$$\frac{7}{4} + 1 = \frac{11}{4} = 2.75$$

9. 평행사변형 ABCD의 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(-3, 0)$, $B(-2, -2)$, $C(5, -2)$, $D(a, b)$ 이고, 선분 AC의 중점 $M(c, d)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

해설

평행사변형은 밑변과 윗변이 평행하면서 길이가 같아야 한다.

$A(-2-1, -2+2)$ 이므로 $D(5-1, -2+2)$ 에서

$D(4, 0)$ 임을 알 수 있다.

중점을 구하는 공식을 사용하면

$$c = \{5 + (-3)\} \div 2 = 1,$$

$$d = \{0 + (-2)\} \div 2 = -1$$

$$\text{따라서 } a + b + c + d = 4 + 0 + 1 + (-1) = 4$$

10. 두 점 $A(a, 4)$, $B(1, b)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점을 P , y 축 위의 점을 Q 라 하면, $\triangle OPQ$ 의 무게중심은 $G(-1, 1)$ 이다. 이 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① -1
- ② -2
- ③ -3
- ④ -4
- ⑤ -5

해설

$P(x, 0), Q(0, y)$ 라 하면

$\frac{0 + x + 0}{3} = -1, \frac{0 + 0 + y}{3} = 1$ 에서

$x = -3, y = 3$

$\therefore P(-3, 0), Q(0, 3)$

$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 에서 $(a + 3)^2 + 4^2 = (1 + 3)^2 + b^2$

$a^2 + 6a + 9 = b^2$

$\overline{QA}^2 = \overline{QB}^2$ 에서 $a^2 + (4 - 3)^2 = 1^2 + (b - 3)^2$

$a^2 = b^2 - 6b + 9$

두 식을 변변 빼고 정리하면

$a - b = -3$

11. 직선 $(a+2)x - y - a + b = 0$ 이 x 축의 양의 방향과 45° 의 각을 이루고 y 절편이 4 일 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = (a+2)x - a + b$ 에서
기울기 $= a+2 = \tan 45^\circ = 1$
 $\therefore a = -1$
 y 절편 $-a + b = 4$
 $\therefore b = 3$
 $\therefore a + b = 2$

12. A (1, 1), B (-2, -3), C ($k, k + 1$)이 일직선 위에 있도록 하는 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

A, B, C가 일직선 위에 있으려면
 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 기울기가 일치해야 한다.

$$\therefore \frac{-3-1}{-2-1} = \frac{k+1-(-3)}{k-(-2)}$$

$$\Rightarrow \therefore k = 4$$

13. 직선 $ax + by + c = 0$ 에 대하여 $ab < 0, bc > 0$ 일 때, 이 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$ax + by + c = 0$ 에서

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

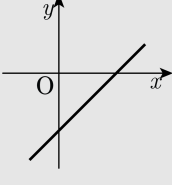
주어진 조건에서

$ab < 0, bc > 0$ 이므로

$$-\frac{a}{b} > 0, -\frac{c}{b} < 0$$

$\therefore$ (기울기) > 0 , (y 절편) < 0

따라서 주어진 직선은 다음 그림과 같으므로 지나지 않는 사분면은 제 2 사분면이다.



14. 좌표평면상의 점 $P(2, 3)$ 에 대하여, 점 P 를 지나고 $\overline{OP}$ 에 수직인 직선의 방정식은?

① $x - 2y = 5$

② $2x + 3y = 13$

③ $x + 3y = 10$

④ $2x + y = 13$

⑤ $3x - 2y = 10$

해설

$\overline{OP}$ 의 기울기가 $\frac{3}{2}$ 이므로

수직인 직선의 기울기는 $-\frac{2}{3}$ 이다.

그리고 $(2, 3)$ 을 지나므로

$$\Rightarrow y = -\frac{2}{3}(x - 2) + 3$$

$$\Rightarrow 2x + 3y = 13$$

15. 두 직선 $ax + by + 1 = 0$, $bx + ay + 1 = 0$ 이 서로 평행할 때, 두 직선 사이의 거리를 a 에 대한 식으로 나타내면?

- ① $\frac{\sqrt{1}}{|a|}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{|a|}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{|a|}$ ④ $\frac{2}{|a|}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{|a|}$

해설

두 직선이 평행하면 $\frac{a}{b} = \frac{b}{a} \neq \frac{1}{1}$

$\therefore a = -b$ ($\because a \neq b$)

직선 $ax + by + 1 = ax - ay + 1 = 0$ 위의 한 점을

잡으면 $P\left(0, \frac{1}{a}\right)$ 이므로 직선

$bx + ay + 1 = 0$ 에서 $-ax + ay + 1 = 0$ 까지의

$$\text{거리는 } \frac{\left|(-a) \cdot 0 + a \cdot \frac{1}{a} + 1\right|}{\sqrt{a^2 + a^2}} = \frac{\sqrt{2}}{|a|}$$

16. 직선 $3x + 4y = 0$ 에 평행하고 원점으로부터 거리가 3 인 직선 중 1 사분면을 지나는 직선의 y 절편은?

① 15 ② -15 ③ $\frac{15}{4}$ ④ $-\frac{15}{4}$ ⑤ 3

해설

직선을 $3x + 4y + a = 0$ 라 하면,

$$\frac{|a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3 \text{ 에서}$$

$$\therefore a = \pm 15$$

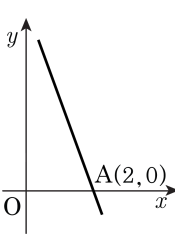
$$y \text{ 에 대해 정리하면 } y = -\frac{3}{4}x \pm \frac{15}{4}$$

기울기가 음수인 직선이 1 사분면을 지나기 위해서는 y 절편은 양수이어야 한다.

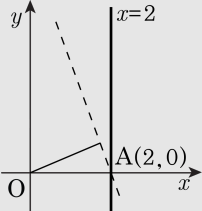
따라서 이 직선의 y 절편은 $\frac{15}{4}$

17. 점 $A(2,0)$ 을 지나는 임의의 직선 l 에 대하여 원점 O 와 직선 l 사이의 거리의 최댓값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ $2\sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{5}$
- ⑤ 4



해설



다음의 그림에서 점 $A(2,0)$ 을 지나고
 y 축에 평행한 직선 l , 곧 직선 $x=2$ 에 대하여
원점 O 와 l 사이의 거리가 최대가 되며
이 때 그 거리는 2 이다

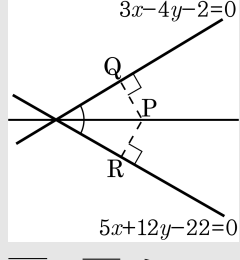
18. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$$13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$$

$$\text{즉, } 13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22) \text{ 또는}$$

$$13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22) \text{ 정리하면}$$

$$x-8y+6=0 \text{ 또는 } 8x+y-17=0 \text{ 에서}$$

기울기가 양이므로

$$\therefore x-8y+6=0$$

$$\therefore a+b+c=-1$$

19. 점 $(1, 1)$ 을 지나고, x 축과 y 축을 동시에 접하는 원은 두 개 존재한다. 이때, 두 원의 중심거리는 얼마인가?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{6}$ ⑤ 4

해설

x 축 및 y 축에 동시에 접하는 원의 중심은 (a, a) 로 나타낼 수 있다.

또한 반지름 역시 a 로 볼 수 있다.

따라서 (a, a) 를 중심으로 하는 원의 방정식은

$(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$ 이다.

점 $(1, 1)$ 은 이 원 위의 점이므로 등식을 만족시킨다.

따라서 $a = 2 \pm \sqrt{2}$ 임을 알 수 있다.

두 점 사이의 거리 공식에 의해 두 원의 중심거리를 구하면

중심거리 d 는 $\sqrt{2((2 + \sqrt{2}) - (2 - \sqrt{2}))^2} = 4$ 이다.

20. 두 원 $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$, $(x - 5)^2 + y^2 = 4$ 의 공통내접선의 길이는?

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

해설

두 원의 중심거리는
 $\overline{OO'} = \sqrt{(5-1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{17}$
 $\overline{O'H} = \overline{O'B} + \overline{BH} = \overline{O'B} + \overline{OA} = 2 + 1 = 3$ 이므로
 $\overline{AB} = \overline{OH} = \sqrt{\overline{OO'}^2 - \overline{O'H}^2} = \sqrt{17 - 3^2} = 2\sqrt{2}$
따라서 공통내접선의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

21. 원 $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$ 과 직선 $3x + 4y - a = 0$ 이 서로 접할 때, a 의 값을 구하면?

- ① 3 또는 20 ② 3 또는 23 ③ 2 또는 18
④ 2 또는 25 ⑤ 4 또는 30

해설

원의 방정식을 표준형으로 바꾸면

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 2^2$$

원의 중심 (3, 1) 에서 직선까지의 거리

d 가 2 이면 접하므로

$$d = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 - a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

$$\therefore |13 - a| = 10 \Leftrightarrow 13 - a = \pm 10$$

따라서, $a = 3$ 또는 23

22. 직선 $y = x + k$ 가 원 $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$ 와 만나서 생기는 현의 길이가 8 일 때, 상수 k 의 값은?
- ① $2\sqrt{3}$ ② $\pm 2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $-3\sqrt{2}$ ⑤ $\pm 3\sqrt{2}$

해설

다음 그림과 같이 주어진 원과 직선의 교점을 A, B라 하고, 원의 중심 $O(1, 1)$ 에서 직선 $x - y + k = 0$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

직각삼각형 OHA에서

$$\overline{OH} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{AH}^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \dots \textcircled{㉠}$$

또 원의 중심 $O(1, 1)$ 에서
 직선 $x - y + k = 0$
 사이의 거리가 $\overline{OH}$ 이므로

$$\overline{OH} = \frac{|1 - 1 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}} \dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $\frac{|k|}{\sqrt{2}} = 3$
 $\therefore k = \pm 3\sqrt{2}$

23. 직선 $(a+2)x + (a-1)y - 3 = 0$ 이 원 $2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y + 3 = 0$ 의 넓이를 이등분할 때, a 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

직선이 원의 넓이를 이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.

$$2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y + 3 = 0$$

$$2(x-1)^2 + 2(y+2)^2 = 7$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = \frac{7}{2}$$

따라서 원의 중심 $(1, -2)$ 가 직선 위에 있으므로 $(a+2) \times 1 + (a-1) \times (-2) - 3 = 0$

$$\therefore a = 1$$

24. 점 $(3, -1)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 5$ 에 그은 접선의 방정식 중 기울기가 음수인 것의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 $(3, -1)$ 을 지나고 접선의 기울기를 m 이라고 하면

접선은 $y + 1 = m(x - 3) \cdots \textcircled{1}$

따라서 원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선

$mx - y - 3m - 1 = 0$ 과의 거리가

원의 반지름 $\sqrt{5}$ 와 같다.

$\frac{|-3m - 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{5}, |-3m - 1| = \sqrt{5} \sqrt{m^2 + 1}$

양변을 제곱하면

$9m^2 + 6m + 1 = 5m^2 + 5, 4m^2 + 6m - 4 = 0$

따라서, 기울기 $m = \frac{1}{2}, -2$

여기서 기울기가 음수인 -2 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$y = -2x + 5$

따라서 y 절편은 5이다.

- 25.** 이차방정식 $x^2 + y^2 = 2|x|$ 과 $x^2 + y^2 = 2|x+y|$ 의 공통근의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$$x^2 + y^2 = 2 |x| \cdots \textcircled{7}$$

$$x^2 + y^2 = 2 |x + y| \cdots \textcircled{L}$$

Ⓣ)과 Ⓛ)에서 $2 \mid x \Rightarrow 2 \mid x + y$
 $\therefore x \mid y = -x$

$$\therefore x + y = \pm x$$

$$\therefore y = 0 \text{ 또는 } y = -2x \cdots \textcircled{c}$$

㉠과 ㉡의 교점의 개수는 다음 그림
에 나타내었다.

에서 5개이다.

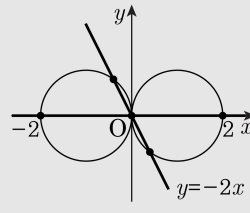
실제로, 교점을 구하면

$$(0, 0), (\pm 2, 0),$$

$$\left(\pm \frac{2}{5}, \mp \frac{4}{5}\right)$$

(복부호동순)

(복부호동순)



26. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$ 을 평행이동하여 원 $x^2 + y^2 = c$ 를 얻었다. 이 때, 상수 c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $c = 5$

해설

원 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$ 을

표준형으로 바꾸면 $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$

$\therefore c = 5$

27. 포물선 $y = x^2 - 4x + 7$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 a , b 만큼 평행이동 하였더니 직선 $y = 2x + 1$ 에 접하였다. 이때, $\sqrt{a^2 + b^2}$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

해설

포물선 $y = x^2 - 4x + 7$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 a , b 만큼 평행 이동하면 포물선 $y = (x - a)^2 - 4(x - a) + 7 + b$ 가 된다.
이 포물선 $y = (x - a)^2 - 4(x - a) + 7 + b$ 와 직선 $y = 2x + 1$ 이 접하므로
두 식을 연립하면 $(x - a)^2 - 4(x - a) + 7 + b = 2x + 1$ 이다.
 $x^2 - 2(a + 3)x + a^2 + 4a + b + 6 = 0$ 이
중근을 가지므로
 $\frac{D}{4} = (a + 3)^2 - (a^2 + 4a + b + 6) = 2a - b + 3 = 0$
 $\therefore b = 2a + 3$
따라서, $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + (2a + 3)^2}$
$$= \sqrt{5\left(a + \frac{6}{5}\right)^2 + \frac{9}{5}}$$
 이므로
 $a = -\frac{6}{5}$ 일 때,
최솟값 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ 를 가진다.

28. 점 A $(-1, 2)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B , 점 B 를 점 $(0, k)$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C 라고 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이가 6 이다. 이 때, 모든 실수 k 의 값의 합은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

점 A $(-1, 2)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점 B $(1, 2)$ 이고, 점 C (x, y) 라고 하면 $\overline{BC}$ 의 중점이 $(0, k)$ 이므로

$$\frac{1+x}{2} = 0, \frac{2+y}{2} = k$$

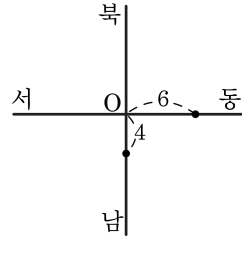
$\therefore x = -1, y = 2k - 2$
 $\therefore C(-1, 2k - 2)$

이 때, 삼각형 ABC 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고 $\overline{AB} = 1 - (-1) = 2, \overline{AC} = |2k - 4|$ 이므로 삼각형 ABC 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot |2k - 4| = |2k - 4|$$

그런데 삼각형 ABC 의 넓이가 6 이므로 $|2k - 4| = 6$
 $2k - 4 = 6$ 또는 $2k - 4 = -6$
 $\therefore k = 5$ 또는 $k = -1$
따라서, 모든 실수 k 의 값의 합은 4 이다.

29. 다음의 그림과 같이 수직으로 만나는 도로가 있다. 교차점에서 A는 동쪽으로 6km, B는 남쪽으로 4km 지점에 있다. 지금 A는 시속 4km의 속도로 서쪽으로, B는 시속 2km의 속도로 북쪽을 향하여 동시에 출발했을 때 A, B 사이의 거리가 가장 짧을 때는 출발 후 몇 시간 후인가?



- ① 1 시간 후 ② 1.2 시간 후 ③ 1.4 시간 후
 ④ 1.6 시간 후 ⑤ 2 시간 후

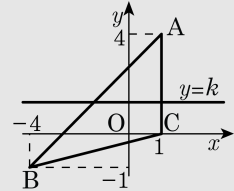
해설

동서를 x 축, 남북을 y 축으로 잡으면 최초의 A, B 의 위치는 $A(6, 0)$, $B(0, -4)$ 이고 t 시간 후의 A,B 의 좌표는 $A(6 - 4t, 0)$, $B(0, -4 + 2t)$ 이다. 따라서, t 시간 후의 $\overline{AB}$ 의 거리는 s 는 $s = \sqrt{(6 - 4t)^2 + (-4 + 2t)^2} = \sqrt{20t^2 - 64t + 52} = \sqrt{20\left(t^2 - \frac{64}{20}t\right) + 52} = \sqrt{20\left(t - \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}}$ 이므로 $t = \frac{8}{5}$ 일 때 최소가 된다. $\therefore$ 출발 후 1.6 시간 후이다.

30. 좌표평면 위의 세 점 $A(1, 4)$, $B(-4, -1)$, $C(1, 0)$ 을 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 직선 $y = k$ 가 이등분할 때, 상수 k 의 값을 구하면?

- ① $4 - \sqrt{5}$ ② $4 - \sqrt{6}$ ③ $4 - \sqrt{7}$
 ④ $4 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $4 - \sqrt{10}$

해설



$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$

$\overline{AB}$ 의 방정식을 구하면, $y = \frac{-1-4}{-4-1}(x-1) + 4$

$\Rightarrow y = x + 3$

$\therefore y = k$ 와 삼각형이 만나는 점의 좌표는 $(k-3, k)$, $(1, k)$

$\Rightarrow$ 이등분된 위쪽 삼각형 넓이를 구해보면

$\frac{1}{2} \times (1 - (k-3)) \times (4-k) = 5$

방정식을 풀면, $k = 4 \pm \sqrt{10}$

$\therefore k = 4 - \sqrt{10}$ ($\because k < 4$)

31. 두 직선 $y = -x + 3$, $y = mx + m + 2$ 이 제 1사분면에서 만나도록 하는 m 의 값의 범위가 $\alpha < m < \beta$ 일 때, $2\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

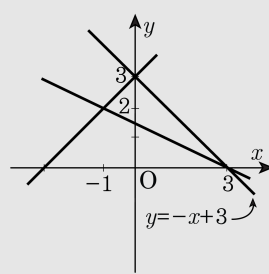
$m(x+1) - (y-2) = 0$ 에서 $y = mx + m + 2$ 는 m 의 값에 관계없이 $(-1, 2)$ 를 지난다.

$(3, 0)$ 을 지날때 $m = -\frac{1}{2}$

$(0, 3)$ 을 지날때 $m = 1$

$\therefore -\frac{1}{2} < m < 1$

따라서 $2\alpha + \beta = 0$



32. 점 (a, b) 가 직선 $y = 2x - 3$ 위를 움직일 때, 직선 $y = ax + 2b$ 는 항상 일정한 점 P를 지난다. 이 때, 점 P의 좌표는?

① $P(-4, 6)$

② $P(-4, -6)$

③ $P(2, 3)$

④ $P(3, 2)$

⑤ $P(-2, -4)$

해설

점 (a, b) 가 직선 $y = 2x - 3$

위에 있으므로 $b = 2a - 3$

따라서 $y = ax + 2b$ 에서

$y = ax + 2(2a - 3)$ 이므로

a 에 대하여 정리하면

$$a(x + 4) - (6 + y) = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 항상 성립해야 하므로 a 에 대한
항등식이다.

$$\therefore x + 4 = 0, 6 + y = 0$$

$$\therefore P(-4, -6)$$

33. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$ 에 외접하고, 동시에 점 $(-2, 0)$ 에서 x 축에 접하는 원의 둘레의 길이는?

- ① $\frac{14}{3}\pi$ ② 5π ③ $\frac{16}{3}\pi$ ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ $\frac{15}{4}\pi$

해설

x 축에 접하는 원의 방정식은
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$
 $(-2, 0)$ 을 지나므로
 $(-2-a)^2 + b^2 = b^2 \Rightarrow a = -2$
 $(x+2)^2 + (y-b)^2 = b^2$
 $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$ 에 외접하므로 중심 사이의
거리는 반지름의 길이 합과 같다.
 $\Rightarrow \sqrt{(1+2)^2 + (4-b)^2} = b+2$
 $\Rightarrow b = \frac{7}{4}$
 $\therefore 2 \cdot \pi \cdot \frac{7}{4} = \frac{7}{2}\pi$

34. 점 $P(a, b)$ 의 직선 $y = 2x$ 에 대한 대칭점을 Q, 점 Q 를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 점을 R 이라 하면 두 점 R 과 P 가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, $3a + b$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{2}$
- ② 3
- ③ $\frac{7}{2}$
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$Q = (X, Y)$ 라 할 때, $\overline{PQ}$ 는 $y = 2x$ 에 수직하고,
P, Q 의 중점은 $y = 2x$ 위에 존재한다.

$\Rightarrow \frac{Y-b}{X-a} \times 2 = -1, \quad \frac{Y+b}{2} = 2 \times \frac{X+a}{2}$

두 식을 연립하면, $X = \frac{4b-3a}{5}, \quad Y = \frac{4a+3b}{5}$

이제 Q 를 x 축으로 1 평행이동 시키면,

$R = \left(\frac{4b-3a+5}{5}, \frac{4a+3b}{5} \right)$

R 과 P 가 $y = x$ 대칭이므로,

$\frac{4b-3a+5}{5} = b, \quad \frac{4a+3b}{5} = a$

정리하면 $3a + b = 5, \quad a = 3b$

두 식을 연립하면, $a = \frac{3}{2}, \quad b = \frac{1}{2}$

$\therefore 3a + b = 5$

35. 좌표평면에서 점 $P(1, 4)$ 를 다음 평행이동식 $f : (x, y) \rightarrow (x+m, y+n)$ 에 의하여 이동시킨 점을 Q 라고 할 때, 두 점 P, Q 는 직선 $y = 2x$ 에 대하여 대칭이다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$Q = (1+m, 4+n)$ 으로 나타낼 수 있다.

$\overline{PQ}$ 의 기울기는 $y = 2x$ 에 수직이므로 $-\frac{1}{2}$ 이고,

$\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{2+m}{2}, \frac{8+n}{2}\right)$ 은

$y = 2x$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \text{i) } \frac{n}{m} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } \frac{8+n}{2} = m+2$$

$$\text{i) 과 ii) 를 연립하면, } m = \frac{8}{5}, n = -\frac{4}{5}$$

$$\therefore m+n = \frac{4}{5}$$