

1. 다음 연립부등식을 풀면?

$$2x - 3 < 3x + 1 \leq 5x - 3$$

- ① $x \leq 1$ ② $x \geq 2$ ③ $x \geq 1$ ④ $x \leq 2$ ⑤ $x \geq 3$

해설

$$\begin{cases} 2x - 3 < 3x + 1 \\ 3x + 1 \leq 5x - 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\therefore x \geq 2$$

2. y절편이 3이고, 직선 $2x + y - 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ① $y = -2x + 3$ ② $y = -\frac{1}{2}x - 3$ ③ $y = -x + 3$
④ $y = \frac{1}{2}x - 3$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

두 직선이 수직일 조건은
가울기의 곱이 -1 일 때이다.
 $2x + y - 1 = 0$ 에서 $y = -2x + 1$
구하고자 하는 직선의 방정식을
 $y = mx + 3$ 이라면

$$m \times (-2) = -1, \therefore m = \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 3$$

3. 삼차방정식 $x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\alpha + \beta + \gamma = 3$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2$, $\alpha\beta\gamma = -1$ 이므로
 $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) = 3^2 - 2 \cdot (2) = 9 - 4 = 5$

4. 방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

② $\omega + \frac{1}{\omega} = -1$

③ $(1 + \omega^2)^2 = \omega$

④ $(1 + \omega)^{10} = \omega^2$

⑤ $\omega^3 = 1$

해설

$$x^3 = 1$$

$$(x^3 - 1) = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

ω 는 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 근이다.

$$\omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

①식을 ω 로 나누면

$$\omega + \frac{1}{\omega} = -1 (\textcircled{\times})$$

$$\textcircled{3} \quad (1 + \omega^2)^2 = (-\omega)^2 = \omega^2 (\textcircled{\times})$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad (1 + \omega)^{10} &= (-\omega^2)^{10} \\ &= \omega^{20} \\ &= (\omega^3)^6 \omega^2 \\ &= \omega^2 \quad (\textcircled{\times}) \end{aligned}$$

5. 방정식 $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 을 만족하는 두 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 에서
 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$
 x, y 는 실수이므로 $x = -1, y = 2$
 $\therefore x + y = -1 + 2 = 1$

6. 연립부등식 $3(2x - 1) \leq 2(x + 6)$, $2(x + 6) \leq 5(x + 1)$ 의 해가 모두 자연수일 때, 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$A : 3(2x - 1) \leq 2(x + 6) \Rightarrow 6x - 3 \leq 2x + 12$$

$$\Rightarrow 4x \leq 15 \Rightarrow x \leq \frac{15}{4}$$

$$B : 2(x + 6) \leq 5(x + 1) \Rightarrow 2x + 12 \leq 5x + 5$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{7}{3}$$

$$\therefore \frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}$$

x 는 자연수이므로 부등식의 해는 3이다.

7. 두 부등식 A 는 $0.3x + 2 > 0.5x - 1$ 이고, B 는 $\frac{2}{5}x + 1.5 \leq 0.7x - \frac{1}{2}$ 일 때, 다음 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ A 와 $x > 8$ 의 공통해는 $x < 8$ 이다.
- ㉡ B 와 $x < 30$ 의 공통해는 $\frac{20}{3} \leq x < 30$ 이다.
- ㉢ A 와 B 의 공통해는 $\frac{20}{3} \leq x < 15$ 이다.
- ㉣ A 와 B 를 합한 부분은 존재하지 않는다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

A 의 부등식의 양변에 10을 곱하면

$$3x + 20 > 5x - 10$$

$$-2x > -30$$

$$x < 15$$

B 의 부등식의 양변에 10을 곱하면

$$4x + 15 \leq 7x - 5$$

$$3x \geq 20$$

$$x \geq \frac{20}{3}$$

A 와 $x > 8$ 의 공통해는 $8 < x < 15$, B 와 $x < 30$ 의 공통해는 $\frac{20}{3} \leq x < 30$ 이다. A 와 B 를 합하면 모든 실수이다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} x+a \geq 3+2x \\ 3(x-1) \geq 2x-5 \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x 의 개수가 5개 일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $5 \leq a < 6$ ② $5 < a \leq 6$ ③ $5 \leq a \leq 6$
④ $6 \leq a < 7$ ⑤ $6 < a \leq 7$

해설

1. $x+a \geq 3+2x$
 $x \leq a-3$
2. $3(x-1) \geq 2x-5$
 $x \geq -2$
 $\therefore -2 \leq x \leq a-3$ 만족하는 정수 x 의 개수가 5 개이므로
 $2 \leq a-3 < 3$
 $\therefore 5 \leq a < 6$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 7x-4 > -3(x-2) \\ 8(x+1) > 2x-a \end{cases}$ 의 해가 $x > 1$ 일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a < -2$ ② $a \leq -2$ ③ $a \geq -14$
④ $a > -14$ ⑤ $a \leq -14$

해설

(i) $7x-4 > -3(x-2), x > 1$

(ii) $8(x+1) > 2x-a, x > \frac{-a-8}{6}$

연립부등식의 해가 $x > 1$ 이므로

$$\frac{-(a+8)}{6} \leq 1, -a-8 \leq 6$$

$$\therefore a \geq -14$$

10. 어떤 정수의 3 배에서 16 을 더하면 1보다 크고, 이 정수의 4 배에서 5 를 빼면 -13 보다 작다. 이 때, 이러한 정수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

▷ 정답 : -3

해설

$$\begin{cases} 3x + 16 > 1 \\ 4x - 5 < -13 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x > -15 \\ 4x < -8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > -5 \\ x < -2 \end{cases}$$

따라서 $-5 < x < -2$ 를 만족하는 정수는 $-4, -3$ 이다.

11. 어떤 삼각형의 세변의 길이가 a , $a+4$, $a+6$ 이라고 할 때, 가능한 a 의 범위로 옳은 것은?

① $a < 2$

② $a > 2$

③ $0 < a < 2$

④ $0 \leq a < 2$

⑤ $0 < a \leq 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a+6 < a+(a+4)$ 이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

12. 모든 실수 x 에 대해 이차부등식 $x^2 - x(kx - 3) + 3 > 0$ 이 항상 성립하기 위한 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 부등식을 정리하면

$$(1 - k)x^2 + 3x + 3 > 0$$

$$D = 3^2 - 4 \times (1 - k) \times 3 < 0$$

$$\therefore k < \frac{3}{12} = 0.25$$

최대 정수 $k = 0$

13. 이차부등식 $ax^2 + bx + 10 < 0$ 의 해가 $x < -2$ 또는 $x > 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

해가 $x < -2$, $x > 5$ 이므로, $a < 0$ 이다

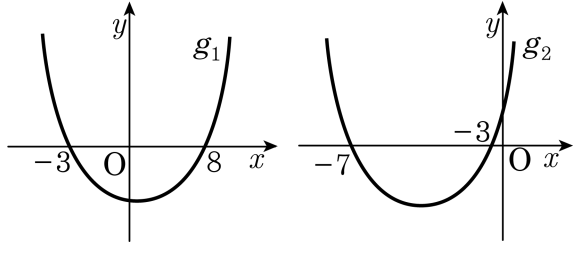
$$ax^2 + bx + 10 < 0$$

$$\Leftrightarrow a(x+2)(x-5) < 0$$

$$ax^2 - 3ax - 10a < 0$$

$$\therefore a = -1, \quad b = 3, \quad a + b = 2$$

14. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 를 갑은 일차항의 계수를 잘못 보고 그래프 g_1 을, 을은 상수항을 잘못 보고 그래프 g_2 를 그렸다. 이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 13개

해설

갑은 상수항을 바르게 보았으므로
 g_1 의 상수항 $b = -24$ ($\because$ 두 근의 곱)
 을은 일차항의 계수를 바르게 보았으므로
 g_2 의 일차항 $a = 10$
 ($\because$ 대칭축의 방정식은 $x = -\frac{a}{2} = -5$)
 이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 에 a, b 를 대입하면
 $x^2 + 10x - 24 < 0$, $(x + 12)(x - 2) < 0$
 $\therefore -12 < x < 2$
 따라서 만족하는 정수는 13 (개)

15. 이차함수 $y = -2x^2 - 2x + 1$ 의 그래프가 직선 $y = mx + n$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $-1 < x < \frac{3}{2}$ 일 때, 상수 m, n 의 곱 mn 의 값은?

① -6 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

부등식 $-2x^2 - 2x + 1 > mx + n$,

즉 $2x^2 + (m+2)x + n - 1 < 0$ 의 해가

$-1 < x < \frac{3}{2}$ 이므로

방정식 $2x^2 + (m+2)x + n - 1 = 0$ 의 해가

$x = -1$ 또는 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$-\frac{m+2}{2} = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}, \frac{n-1}{2} = (-1) \cdot \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$ 이므로

$m = -3, n = -2$

$\therefore mn = 6$

16. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=2 \\ cx+y=3 \end{cases}$ 의 해 (x, y) 가 제1사분면에 있을 상수 c 의 조건은?

- ① $c = -1$ ② $c > -1$ ③ $c < \frac{3}{2}$
④ $0 < c < \frac{3}{2}$ ⑤ $-1 < c < \frac{3}{2}$

해설

$$\begin{cases} x-y=2 \\ cx+y=3 \end{cases} \text{ 을 풀면 } x = \frac{5}{c+1}, y = \frac{3-2c}{c+1}$$

$x > 0, y > 0$ 인 c 의 범위를 구한다.

$$c+1 > 0, \quad 3-2c > 0$$

$$\therefore -1 < c < \frac{3}{2}$$

17. 두 점 $A(-2, -3)$, $B(-5, 4)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하면?

① $(0, -2)$

② $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

③ $(0, 1)$

④ $(0, 2)$

⑤ $\left(0, \frac{14}{3}\right)$

해설

P 의 좌표를 $(0, \alpha)$ 라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(0 - (-2))^2 + (\alpha - (-3))^2}$$

$$= \sqrt{(0 - (-5))^2 + (\alpha - 4)^2}, \alpha = 2$$

$$\therefore P = (0, 2)$$

18. 세 점 A(4, 2), B(0, -2), C(-2, 0) 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형

② 둔각삼각형

③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형

④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 구하면

$\overline{AB}$

$$= \sqrt{(0-4)^2 + (-2-2)^2}$$

$$= \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

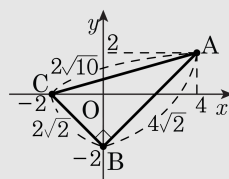
$$\overline{BC} = \sqrt{(-2-0)^2 + \{0-(-2)\}^2} =$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{\{4-(-2)\}^2 + (2-0)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

따라서 $\overline{CA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로

$\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.



19. 세 점 A(0, 0), B(2, 4), C(6, 6)에 대해 △ABC의 외심의 좌표는?

- ① (6, 0)
- ② (6, -1)
- ③ (7, -1)
- ④ (7, 0)
- ⑤ (8, 0)

해설

외심의 성질 : 삼각형의 세 점에서의 거리가 같다.
외심을 (x,y)라 하면
 $\sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2} \dots \textcircled{1}$
 $\sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(x-6)^2+(y-6)^2} \dots \textcircled{2}$
①, ②의 양변을 제곱하여 정리하면
 $x+2y=5, x+y=6$
두 식을 연립하여 풀면 $(x,y)=(7,-1)$
외심이 세 변의 수직이등분선의 교점이라는 것을 이용하여 구할 수도 있다.

20. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 원 밖의 두 점 A(1, 6), B(5, 2) 가 있다. 원 위를 움직이는 임의의 점 P(x_1 , y_1) 에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 24
- ② 48
- ③ 66
- ④ 70
- ⑤ 96

해설

중선정리를 이용한다.
 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 = 2(\overline{PM}^2 + \overline{BM}^2)$
 $\overline{BM}^2 = 8$ 이므로 $\overline{PM}$ 이 최소일 때
 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 의 최솟값을 구할 수 있다.
 $M\left(\frac{1+5}{2}, \frac{6+2}{2}\right) = M(3, 4)$ 이므로
 $\overline{PM} \geq \overline{OM} - 1 = 4$
따라서 구하는 최솟값은 $2(4^2 + 8) = 48$

21. 좌표평면 위의 세 점 A(3, 3), B(-3, 0), C(3, 0) 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 값이 최소가 되는 점을 P(a , b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \\ &= (a-3)^2 + (b-3)^2 + (a+3)^2 + b^2 + (a-3)^2 + b^2 \\ &= 3(a^2 + b^2 - 2a - 2b + 12) \\ &= 3(a-1)^2 + 3(b-1)^2 + 30 \end{aligned}$$

따라서 $a = 1$, $b = 1$ 일 때, 최솟값 30 을 갖는다.
 $\therefore a + b = 2$

22. 두 점 $(-1, 2), (3, 4)$ 를 지나는 직선이 x 축, y 축과 각각 점 A, B 에서 만날 때, 삼각형 OAB 의 넓이는? (단 O 는 원점)

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{25}{4}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ $\frac{37}{6}$

해설

두 점 $(-1, 2), (3, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y - 4 = \frac{4 - 2}{3 - (-1)}(x - 3)$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$y = 0$ 을 대입하면

$$0 = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}, x = -5$$

따라서 x 축과 만나는 점 A 의 좌표는 $A(-5, 0)$

㉠의 y 절편이 $\frac{5}{2}$ 이므로

y 축과 만나는 점 B 의 좌표는 $B(0, \frac{5}{2})$,

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$$

23. 사차방정식 $x^4 + 8x^3 + 17x^2 + 8x + 1 = 0$ 의 해는?

- ① $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 또는 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$
② $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 또는 $x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$
③ $x = \frac{-15 \pm \sqrt{221}}{2}$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$
④ $x = \frac{15 \pm \sqrt{221}}{2}$ 또는 $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$
⑤ $x = 15 \pm \sqrt{221}$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{3}i$

해설

$x^4 + 8x^3 + 17x^2 + 8x + 1 = 0$ 의 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 + 8x + 17 + \frac{8}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + 8\left(x + \frac{1}{x}\right) + 17 = 0$$

$\therefore x + \frac{1}{x} = A$ 라 하자.

$$A^2 + 8A + 15 = (A + 3)(A + 5)$$

$$= \left(x + \frac{1}{x} + 3\right)\left(x + \frac{1}{x} + 5\right) = 0$$

$$(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 5x + 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}, \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

24. 연립방정식 $x+y+z = -\frac{1}{2}$, $xy+yz+zx = -\frac{5}{2}$, $xyz = -1$ 을 만족시키는
해의 쌍 (x,y,z) 의 개수는?

- ① 3 개
- ② 4 개
- ③ 5 개
- ④ 6 개
- ⑤ 7 개

해설

근과 계수와의 관계에서
 x, y, z 를 세 근으로 하는
삼차방정식을 만들면
$$t^3 + \frac{1}{2}t^2 - \frac{5}{2}t + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2t^3 + t^2 - 5t + 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow (t-1)(2t-1)(t+2) = 0$$
$$\therefore (x,y,z) =$$
$$\left(1, \frac{1}{2}, -2\right), \left(1, -2, \frac{1}{2}\right),$$
$$\left(\frac{1}{2}, 1, -2\right), \left(\frac{1}{2}, -2, 1\right),$$
$$\left(-2, 1, \frac{1}{2}\right), \left(-2, \frac{1}{2}, 1\right)$$

25. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식	$\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$	의 해는 없다.
㉡ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식	$\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$	의 해는 $x > a$ 이다.
㉢ $a > b$ 일 때, 연립부등식	$\begin{cases} x > a \\ x \leq b \end{cases}$	의 해는 없다.
㉣ $a < b$ 일 때, 연립부등식	$\begin{cases} x < -a + 1 \\ x - 1 > -b \end{cases}$	의 해는 없다.
㉤ $a = b$ 일 때, 연립부등식	$\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$	의 해는 1개이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤은 모두 옳다.
㉣ $a < b$ 의 양변에 -1 을 곱하면 $-a > -b$
 $-a > -b$ 의 양변에 같은 수 1 을 더하면 $1 - a > 1 - b$
$$\begin{cases} x < -a + 1 \\ x - 1 > -b \end{cases} \quad \text{을 정리하면} \quad \begin{cases} x < -a + 1 \\ x > -b + 1 \end{cases}$$

그런데 위에서 $1 - b < 1 - a$ 가 성립되었기 때문에 $-b + 1 < x < -a + 1$ 이 성립한다.
따라서 해가 있다.

26. 연립부등식 $-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$ 의 해가 $\frac{2}{5} < x < b$ 일때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$$

$$\rightarrow \begin{cases} -7.2 < 2x-a \\ 2x-a < -6x \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x > \frac{a-7.2}{2} \\ x < \frac{a}{8} \end{cases}$$

$$\frac{a-7.2}{2} < x < \frac{a}{8} \text{ 가 } \frac{2}{5} < x < b \text{ 이므로}$$

$$\frac{a-7.2}{2} = \frac{2}{5}$$

$$5a-36 = 4$$

$$\therefore a = 8$$

$$\therefore b = \frac{a}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

27. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근은 -1 과 0 사이에 있고, 다른 근은 0 과 2 사이에 있을 때 정수 a, b 에 대하여, $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f(x) = x^2 + ax + b$ 라고 놓을 때

$$\begin{cases} f(-1) = 1 - a + b > 0 & \dots \textcircled{1} \\ f(0) = b < 0 & \dots \textcircled{2} \\ f(2) = 4 + 2a + b > 0 & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{3}$ 하면 $6 + 3b > 0$

$\therefore b > -2$

이것과 $\textcircled{2}$ 에서 $-2 < b < 0$

$\therefore b = -1$ ($\because b$ 는 정수)

이 값을 $\textcircled{1}, \textcircled{3}$ 에 대입하면

$1 - a - 1 > 0, 4 + 2a - 1 > 0$

$\therefore -\frac{3}{2} < a < 0$

$\therefore a = -1$ ($\because a$ 는 정수)

$\therefore a = -1, b = -1, a + b = -2$

28. 좌표평면 위의 두 점 A(7, 4), B(8, 6) 과 직선 $y = x$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값을 최소가 되게 하는 점 P의 x 좌표를 a 라 할 때, $5a$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

A(7, 4)를 $y = x$ 에 대칭이동한 점 C(4, 7)에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 가 최소인 점 P는

선분 BC와 직선 $y = x$ 의 교점이다.

$$y = -\frac{1}{4}x + 8 \text{와 } y = x \text{의 교점은 } \left(\frac{32}{5}, \frac{32}{5}\right)$$

$$\therefore 5a = 32$$

29. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A의 좌표가 (5, 6)이고 무게중심 G의 좌표가 (3, 4)일 때, 변 BC 의 중점의 좌표는?

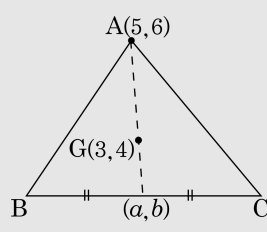
- ① (1, 2) ② (2, 5) ③ (2, 3)
④ (3, 4) ⑤ (4, 5)

해설

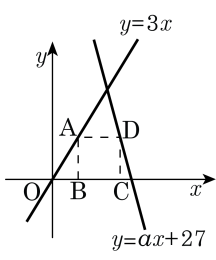
무게중심은 중선을 2 : 1로 내분한다.

$$\therefore G\left(\frac{2a+5}{2+1}, \frac{2b+6}{2+1}\right) = (3, 4)$$

$$\therefore a=2, b=3$$



30. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD가 있다. 일차함수 $y = 3x$ 의 그래프가 점 A를 지나고, 일차함수 $y = ax + 27$ 의 그래프가 점 D를 지날 때, 기울기 a 의 값은? (단, 두 점 B, C는 x 축 위의 점이다.)



- ① -4 ② $-\frac{9}{2}$ ③ -5
 ④ $-\frac{11}{2}$ ⑤ -6

해설

$\overline{AB} = 3$ 이므로 점 A의 y 좌표는 3이고,
 점 A는 일차함수 $y = 3x$ 의 그래프 위의 점이므로 x 좌표가 1이다.
 점 A와 x 좌표가 같은 점 B의 좌표는 (1, 0)이고, $\overline{BC} = 3$ 이므로 점 C의 좌표는 (4, 0)이다.
 점 C와 x 좌표가 같고, 점 A와 y 좌표가 같은 점 D의 좌표는 (4, 3)이다.
 점 D가 일차함수 $y = ax + 27$ 위의 점이므로 $x = 4$, $y = 3$ 를 대입하면 $3 = a \times 4 + 27$
 $\therefore a = -6$

31. 좌표평면 위의 세 점 A(1, 4), B(-4, -1), C(1, 0)을 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 직선 $y = k$ 가 이등분할 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① $4 - \sqrt{5}$

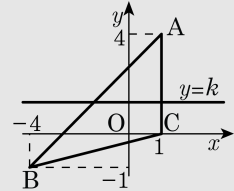
② $4 - \sqrt{6}$

③ $4 - \sqrt{7}$

④ $4 - 2\sqrt{2}$

⑤ $4 - \sqrt{10}$

해설



$$\triangle ABC \text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$$

$$\overline{AB} \text{의 방정식을 구하면, } y = \frac{-1-4}{-4-1}(x-1) + 4$$

$$\Rightarrow y = x + 3$$

$$\therefore y = k \text{와 삼각형이 만나는 점의 좌표는 } (k-3, k), (1, k)$$

$\Rightarrow$ 이등분된 위쪽 삼각형 넓이를 구해보면

$$\frac{1}{2} \times (1 - (k-3)) \times (4-k) = 5$$

$$\text{방정식을 풀면, } k = 4 \pm \sqrt{10}$$

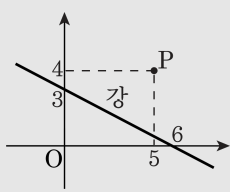
$$\therefore k = 4 - \sqrt{10} \text{ (} \because k < 4 \text{)}$$

32. 다음 그림과 같이 직선으로 흐르는 강이 마을 O로부터 동쪽으로 6 km, 북쪽으로 3 km 떨어져 있다. 또 마을 O로부터 동쪽으로 5 km, 북쪽으로 4 km의 위치에 마을 P가 있다. 이 때, 마을 P에서 강까지의 최단 거리를 구하시오. (단위는 km)

- ① $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

마을 O를 원점 O로 하여 다음 그림과 같이 좌표축을 잡는다.
강을 나타내는 직선의 방정식을 구하면,
 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 즉, $x + 2y - 6 = 0$
이때, 마을 P의 좌표는 (5, 4)이다.
따라서, 점 (5, 4)에서 직선 $x + 2y - 6 = 0$ 까지의 거리를 구하면
 $\frac{|5 + 8 - 6|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5} (km)$



33. 세 직선 $2x - y - 4 = 0$, $3x - 4y + 9 = 0$, $4x + 3y + 12 = 0$ 으로

둘러싸인 삼각형의 넓이는?

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$2x - y - 4 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

$3x - 4y + 9 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$

$4x + 3y + 12 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $x = 5, y = 6$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉢}$ 을 연립하여 풀면 $x = 0, y = -4$

$\textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 을 연립하여 풀면 $x = -3, y = 0$

세 직선 $2x - y - 4 = 0$, $3x - 4y + 9 = 0$, $4x + 3y + 12 = 0$ 으로 이루어지는

삼각형은 세 점 $A(5, 6)$, $B(0, -4)$, $C(-3, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 이다.

따라서 점 $(5, 6)$ 과 직선 $4x + 3y + 12 = 0$

사이의 거리는 $\frac{|4 \times 5 + 3 \times 6 + 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|50|}{5} = 10$

또, $\overline{BC} = \sqrt{(-3 - 0)^2 + (0 + 4)^2} = 5$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25$

34. 삼차다항식 $f(x)$ 와 이차다항식 $g(x)$ 가 다음의 세 조건을 만족한다.

- (A) $f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나누면, 몫이 $x-2$ 이고 나머지가 $x+6$ 이다.
(B) $f(x) - (x-7)g(x)$ 는 $x+1$ 로 나누어떨어진다.
(C) 방정식 $g(x) = 2x+5$ 의 해는 $-2, 1$ 이다.

이 때, 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근 중 가장 작은 것을 구하면 ?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

(A)에서 $f(x) = (x-2)g(x) + x+6$ 이므로 $x = -1$ 을 대입하면
 $f(-1) = -3g(-1) + 5 \cdots \cdots \textcircled{A}$
(B)에서 $f(-1) + 8g(-1) = 0 \cdots \cdots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 를 연립하면,
 $f(-1) = 8, g(-1) = -1 \cdots \cdots \textcircled{C}$
(C)에서 $g(x) - (2x+5) = 0$ 의 해가 $-2, 1$ 이므로,
 $g(x) - (2x+5) = a(x+2)(x-1)$
 $g(x) = a(x+2)(x-1) + 2x+5$
 $\textcircled{C}$ 에서 $g(-1) = -2a+3 = -1$ 이므로 $a = 2$
 $\therefore g(x) = 2x^2 + 4x + 1$
 $\therefore f(x) = (x-2)g(x) + x+6$
 $\qquad = 2x^3 - 6x + 4 = 2(x-1)^2(x+2)$
따라서 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근 중 가장 작은 것은 -2 이다.

35. $3(x^4 + y^4 + z^4) = 2x^2y^2 + 2y^2z^2 + 2z^2x^2 + 3$ 을 만족시키는 양의정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는?

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

해설

조건식에서
 $3(x^4 + y^4 + z^4 - x^2y^2 - y^2z^2 - z^2x^2)$
 $= 3 - (x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2) \geq 0$
 $\therefore x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 \leq 3$
 $\therefore xy = yz = zx = 1$
 $\therefore (x, y, z) = (1, 1, 1)$