

1. $\sqrt{120}$ 에 $\sqrt{a}$ 를 곱했더니 자연수가 되었다. a 의 최솟값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\sqrt{120} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5}$ 이므로 지수가 홀수인 경우 짝수가 되도록 맞춘다. 이렇게 해서 최솟값으로 만들기 위해서는 $\sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5^2}$ 이 되어야 한다.

$$\text{따라서 } \sqrt{120} \sqrt{a} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5} \sqrt{a} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5^2}$$

$$\therefore \sqrt{a} = \sqrt{2 \times 3 \times 5}$$

$$\therefore a = 2 \times 3 \times 5$$

2. $\sqrt{2.13}$ 의 값을 A 라 하고, $\sqrt{B} = 1.552$ 일 때, A, B 의 값을 바르게 구한 것은?

수	0	1	2	3	...
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	...
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	...
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	...
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	...
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	...

- ① $A: 1.517, B: 2.32$ ② $A: 1.517, B: 2.41$
 ③ $A: 1.459, B: 2.41$ ④ $A: 1.459, B: 2.33$
 ⑤ $A: 1.414, B: 2.03$

해설

표에서 2.13 을 찾으면 1.459 이므로 $\sqrt{2.13} = 1.459$ 이고, 제곱근의 값이 1.552 인 것을 찾으면 2.41 이므로 $\sqrt{2.41} = 1.552$ 이다.

3. $\left(-\frac{1}{4}x - \frac{2}{5}\right)^2$ 을 전개하면?

① $-\frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{5}x - \frac{4}{25}$

③ $\frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{4}{25}$

⑤ $\frac{1}{16}x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{4}{25}$

② $-\frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{10}x - \frac{4}{25}$

④ $\frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{4}{25}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1}{4}x\right)^2 + 2 \times \left(-\frac{1}{4}x\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right)^2 \\ &= \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{4}{25} \end{aligned}$$

4. $(x+4)(x-4) - 6x = (x+a)(x+b)$ 일 때, a, b 의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}(x+4)(x-4) - 6x &= x^2 - 6x - 16 \\ &= (x+2)(x-8) \\ &= (x+a)(x+b)\end{aligned}$$

a 와 b 의 차는 $2 - (-8) = 10$ 이다.

5. $x^2 - 2xy + y^2 - 9$ 를 인수분해하여 x, y 의 계수와 상수항의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy + y^2 - 9 &= (x - y)^2 - 3^2 \\&= (x - y - 3)(x - y + 3)\end{aligned}$$

$$\therefore 1 - 1 - 3 + 1 - 1 + 3 = 0$$

6. 이차방정식 $x^2 + x + 3k = 0 (k \neq 0)$ 의 한 근이 k 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 식에 k 를 대입하면

$$k^2 + k + 3k = 0, \quad k^2 + 4k = 0$$

$$k(k + 4) = 0$$

$$\therefore k = -4 (k \neq 0)$$

7. 이차방정식 $x^2 + 8x + 24 - m = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 m 의 값은?

① -8

② -6

③ 0

④ 6

⑤ 8

해설

중근을 가지려면 $x^2 + 8x + 24 - m = 0$ 이 완전제곱식이 되어야
하므로 $24 - m = 16$

$$\therefore m = 8$$

8. 다음 중 3에 가장 가까운 수는?

① $2\sqrt{2}$

② 2

③ $2\sqrt{3}$

④ $3\sqrt{2}$

⑤ 3.5

해설

① $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$

② 2

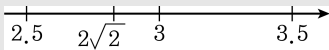
③ $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$

④ $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$

⑤ $3.5 = \frac{7}{2} = \sqrt{\frac{49}{4}}$

이고 $3 = \sqrt{9}$ 이고 $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$, $3.5 = \frac{7}{2} = \sqrt{\frac{49}{4}}$ 이다.

여기서 세 수를 수직선 상에 나타내면 다음과 같다.



따라서 3과 가장 가까운 수는 $2\sqrt{2}$ 이다.

9. $\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인가?
(단, a, b 는 자연수)

① 7개

② 10개

③ 11개

④ 13개

⑤ 15개

해설

$$\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$$

$$7 < 2a+3b < 15$$

$$b=1 \text{ 일 때, } a=3, 4, 5$$

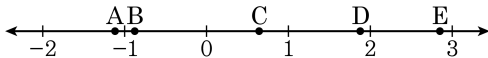
$$b=2 \text{ 일 때, } a=1, 2, 3, 4$$

$$b=3 \text{ 일 때, } a=1, 2$$

$$b=4 \text{ 일 때, } a=1$$

$\therefore$ 10개

10. 다음 수직선 위의 점 중에서 $-\sqrt{17} + 6$ 에 대응하는 점은?



① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

$-\sqrt{25} < -\sqrt{17} < -\sqrt{16}$ 에서

$-5 < -\sqrt{17} < -4$ 이므로 $1 < -\sqrt{17} + 6 < 2$ 이다.

$\therefore -\sqrt{17} + 6$ 에 대응하는 점은 점 D 이다.

11. 다음 중 $(2x + 3y + 1)(2x - 3y + 1)$ 을 바르게 전개한 것은?

① $4x^2 + 9y^2 - 4x + 1$

② $4x^2 - 9y^2 + 4x + 1$

③ $4x^2 + 9y^2 + 4x + 1$

④ $4x^2 - 9y^2 - 4x + 1$

⑤ $4x^2 - 9y^2 + 1$

해설

$$2x + 1 = t \text{라 하면}$$

$$(2x + 1 + 3y)(2x + 1 - 3y)$$

$$= (t + 3y)(t - 3y) = t^2 - 9y^2$$

$$= (2x + 1)^2 - 9y^2$$

$$= 4x^2 + 4x + 1 - 9y^2$$

12. 5.1×4.9 를 간편하게 계산하기 위하여 이용되는 곱셈 공식으로 적절한 것은?

① $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

② $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

③ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

④ $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

⑤ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

해설

$$5.1 \times 4.9 = (5 + 0.1)(5 - 0.1) = 25 - 0.01$$

따라서 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ 을 사용한다.

13. 다음 보기 중 $xy(2x + 3y) - xy(x + y)$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

㉠ xy

㉡ $x + y$

㉢ $x + 2y$

㉤ $2x + 3y$

㉥ $x(x + 2y)$

㉦ $y(x + y)$

① ㉢, ㉦

② ㉠, ㉢, ㉥

③ ㉠, ㉡, ㉦

④ ㉡, ㉤, ㉥

⑤ ㉢, ㉥, ㉦

해설

$$\begin{aligned} xy(2x + 3y) - xy(x + y) &= xy\{(2x + 3y) - (x + y)\} \\ &= xy(x + 2y) \end{aligned}$$

14. 이차방정식 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 의 두 근 중 양수인 근이 이차방정식 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \text{ 에서 } (x + 2)(x - 5) = 0$$

$$(x + 2) = 0 \text{ 또는 } (x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 5$$

따라서 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 한 근이 5 이므로

$$5^2 - 5a + 40 = 0$$

$$\therefore a = 13$$

15. 두 자연수 a, b 가 $(a+b)(a+b-6)-7=0$ 을 만족할 때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 7

③ 8

④ -1, 7

⑤ -7, 1

해설

$$(a+b)(a+b-6)-7=0$$

$a+b=A$ 로 치환하면

$$A(A-6)-7=0$$

$$A^2-6A-7=0$$

$$(A-7)(A+1)=0$$

$\therefore A=a+b=7 (\because a, b \text{는 자연수})$

16. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 해가 -4 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 근은 -4 이므로

$$(-4)^2 + a \times (-4) - a - 6 = 0$$

$$16 - 4a - a - 6 = 0, 10 - 5a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

17. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 4 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a + b - ab$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ $-\frac{8}{3}$ ④ -1 ⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$$3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$(3x + 2)(x - 2) = 0$$

$$x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 2$$

$$a + b - ab = -\frac{2}{3} + 2 - \left(-\frac{2}{3} \times 2\right) = \frac{8}{3}$$

18. 두 이차방정식 $x^2 + 3x - 4 = 0$, $x^2 + x - 12 = 0$ 의 공통인 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$x = -4, 1$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$x = -4, 3$$

따라서 공통인 근은 -4 이다.

19. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x^2 + 4x - 1 = (x + 2)^2 - 5 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 5$$

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore ab = 10$$

20. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m , $-\sqrt{0.0144}$ 를 n 이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① $-12a$

② $12a$

③ $12a^2$

④ $-12a^2$

⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2$ 이므로, $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore m = a$

$$-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$$

$$\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$$

21. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1

② 2

③ 4

④ 7

⑤ 9

해설

$$5x + y = 15 \Rightarrow y = 15 - 5x$$

$$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x+15-5x} = \sqrt{15-3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15-3x} = \sqrt{9}$$

$$15-3x = 9$$

$$\therefore x = 2$$

22. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이 무리수인 n 의 개수는?

- ① 11 개 ② 10 개 ③ 9 개 ④ 8 개 ⑤ 7 개

해설

7 ~ 14 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.

7, 8, 10, 11, 12, 13, 14 (7 개)

23. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6 - 4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤ $-6 + 4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2} \\ &= |3-2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2}-3| \\ &= 3-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}-3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

24. $\sqrt{32} + \frac{8}{\sqrt{2}} - \sqrt{50} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{0.2} \times \sqrt{\frac{4}{5}} \times \sqrt{125} = b\sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad \therefore a = 3$$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{20}{100}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} &= \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = 1$$

25. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(175) - 2f(28) = a\sqrt{7} + b$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하면?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$\text{i) } 13 < \sqrt{175} = 5\sqrt{7} < 14$$

$$\therefore f(175) = 5\sqrt{7} - 13$$

$$\text{ii) } 5 < \sqrt{28} = 2\sqrt{7} < 6$$

$$\therefore f(28) = 2\sqrt{7} - 5$$

$$\begin{aligned}\therefore f(175) - 2f(28) &= 5\sqrt{7} - 13 - 4\sqrt{7} + 10 \\ &= \sqrt{7} - 3\end{aligned}$$

$$\sqrt{7} - 3 = a\sqrt{7} + b \text{ 이므로}$$

$$a = 1, b = -3$$

$$\therefore ab = 1 \times (-3) = -3$$

26. $(3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1)$ 을 전개하면?

① $3a^2 - 2b^2 - 1$

② $9a^2 - 4b^2 - 1$

③ $9a^2 + 2b - 2b^2 - 1$

④ $9a^2 + 2b - 4b^2 - 1$

⑤ $9a^2 - 4b^2 + 4b - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1) \\ &= \{3a - (2b - 1)\} \{3a + (2b - 1)\} \\ &= (3a)^2 - (2b - 1)^2 \\ &= 9a^2 - (4b^2 - 4b + 1) \\ &= 9a^2 - 4b^2 + 4b - 1 \end{aligned}$$

27. $x^4 - 13x^2 + 36$ 을 인수분해했을 때, 일차식으로 이루어진 인수들의 합을 구하면?

① $4x + 13$

② $4x$

③ $4x - 13$

④ $2x^2 - 13$

⑤ $2x^2 + 5$

해설

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 9)(x^2 - 4)$$

$$= (x + 3)(x - 3)(x + 2)(x - 2)$$

∴ (일차식 인수들의 합)

$$= x + 3 + x - 3 + x + 2 + x - 2 = 4x$$

28. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c = 0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

① 삼각형이 될 수 없다.

② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형

④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.

따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$

$\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.

29. $3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}} &= 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{(2 \times 3^2)^2}}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{18 \times (2 \times 3^2)}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{(2 \times 3^2)^2}} \\ &= 3\sqrt{6^2} \\ &= 18 \end{aligned}$$

30. $2 < x \leq 3$ 일 때,

$A = \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2 < x \leq 3$ 에서 $-3x < 0, 2 - x < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2} \\ &= -(-3x) - 3(x-2) \\ &= 3x - 3x + 6 \\ &= 6 \end{aligned}$$

31. 가로, 세로, 높이의 길이가 각각 x , y , z 인 직육면체에 대하여 $x : y : z = (\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) : (2\sqrt{3} - \sqrt{5}) : (\sqrt{5} - \sqrt{2})$ 이고 모서리의 길이의 합이 $4\sqrt{27}$ 일 때, $xy + yz$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $xy + yz = \frac{63}{16}$

해설

$$x : y : z = (\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) : (2\sqrt{3} - \sqrt{5}) : (\sqrt{5} - \sqrt{2}) \text{ 이므로}$$

$$\frac{x}{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} = \frac{y}{2\sqrt{3} - \sqrt{5}} = \frac{z}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = k \text{라 하면}$$

$$x = (\sqrt{2} + 2\sqrt{3})k$$

$$y = (2\sqrt{3} - \sqrt{5})k$$

$$z = (\sqrt{5} - \sqrt{2})k$$

(단, $k > 0$)

직육면체의 모서리의 합이 $4\sqrt{27}$ 이므로

$$4(x + y + z) = 4\sqrt{27}, \quad x + y + z = \sqrt{27}$$

$$(\sqrt{2} + 2\sqrt{3})k + (2\sqrt{3} - \sqrt{5})k + (\sqrt{5} - \sqrt{2})k = \sqrt{27}$$

$$4\sqrt{3}k = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \therefore k = \frac{3}{4}$$

$$\therefore xy + yz = \frac{3}{4}(\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \times \frac{3}{4}(2\sqrt{3} - \sqrt{5}) + \frac{3}{4}(2\sqrt{3} - \sqrt{5}) \times$$

$$\frac{3}{4}(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = \frac{63}{16}$$

32. $x^2 - 7x + 1 = 0$ 일 때, $|x| + \frac{1}{|x|}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면 $x + \frac{1}{x} = 7 (\because x \neq 0)$

따라서 $(|x| + \frac{1}{|x|})^2 - 2 = x + \frac{1}{x}$ 이므로 $|x| + \frac{1}{|x|} = 3 (\because |x| > 0)$ 이다.

33. 다항식 $x^2 + 2y^2 - 2x - 3xy + 3y + 1$ 이 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 두 일차식의 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 2y^2 - 2x - 3xy + 3y + 1 \\ &= x^2 - (3y + 2)x + 2y^2 + 3y + 1 \\ &= x^2 - (3y + 2)x + (2y + 1)(y + 1) \\ &= (x - 2y - 1)(x - y - 1) \\ &\therefore (-1) + (-1) = -2 \end{aligned}$$

34. 2 보다 큰 실수 a, b 에 대하여 $a^2 - 4a - 2 = 0$, $b^2 + 4b - 2 = 0$ 일 때, $a^4 - b^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $160\sqrt{6}$

해설

$$a^2 - 4a - 2 = 0, b^2 + 4b - 2 = 0$$

두 식을 완전제곱꼴로 만들면

$$a^2 - 4a + 4 - 6 = 0, a^2 - 4a + 4 = 6,$$

$$(a - 2)^2 = 6 \cdots \textcircled{1}$$

$$b^2 + 4b + 4 - 6 = 0, b^2 + 4b + 4 = 6,$$

$$(b + 2)^2 = 6 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{에 의하여 } a - 2 = \sqrt{6} \ (\because a > 2), a = 2 + \sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \text{에 의하여 } b + 2 = \sqrt{6} \ (\because b > 2), b = \sqrt{6} - 2$$

$$\therefore a + b = 2\sqrt{6}, a - b = 4, ab = 2$$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\ &= (2\sqrt{6})^2 - 2 \times 2 \\ &= 24 - 4 = 20 \end{aligned}$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$$

$$\therefore a^4 - b^4 = 2\sqrt{6} \times 4 \times 20 = 160\sqrt{6}$$

35. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8

② -6

③ -2

④ 6

⑤ 8

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$