

1. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 탑니다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 1은 소수이다.
- ② 29는 소수가 아니다.
- ③ 37과 43은 모두 소수이다.
- ④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

- ① 1은 소수가 아니다.
- ② 29는 소수이다.
- ⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

3. 두 자연수 x, y 에 대하여 $2^x \times 3 \times 5^y$ 의 약수의 개수가 36일 때, $x+y$ 의 값으로 알맞은 것을 모두 구하면?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$$(x+1) \times (1+1) \times (y+1) = 36$$

$$(x+1) \times (y+1) = 18$$

$$18 = 2 \times 9 \text{ 또는 } 18 = 3 \times 6 \text{ 이므로}$$

$$x+1=2, y+1=9 \text{ 또는 } x+1=9, y+1=2 \text{ 일 때,}$$

$$x=1, y=8 \text{ 또는 } x=8, y=1$$

$$\text{그러므로 } x+y=9$$

$$x+1=3, y+1=6 \text{ 또는 } x+1=6, y+1=3 \text{ 일 때,}$$

$$x=2, y=5 \text{ 또는 } x=5, y=2$$

$$\text{그러므로 } x+y=7$$

4. 504의 약수의 개수와 $3^x \times 7^2 \times 13^y$ 의 약수의 개수가 같다고 한다. 이때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $x = 3$, $y = 1$ 이어야 한다. ($\because x > y$)
 $\therefore x - y = 3 - 1 = 2$

5. 두 자연수 A, B 에서 $A \times B$ 의 값이 1440 이고, 최대공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?

- ① 11 ② 36 ③ 72 ④ 84 ⑤ 108

해설

최소공배수를 L 이라 하면 $1440 = 12 \times L$ 이므로 $L = 120$

$$12 \overline{) \begin{array}{cc} A & B \\ a & b \end{array}}$$

$$12 \times a \times b = 120$$

$a \times b = 10$ (단, a, b 는 서로소)

$A = 12 \times a, B = 12 \times b$ 이고 $A > B$ 라 하면

$$a = 10, b = 1 \text{ 또는 } a = 5, b = 2$$

(i) $a = 10, b = 1$ 일 때

$$A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$$

(ii) $a = 5, b = 2$ 일 때

$$A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 60, 24 이다.

6. $ab = 250$ 이고, a, b 의 최대공약수는 5 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$a = 5 \times m, b = 5 \times n$ 이라 두면,
 $25 \times m \times n = 250 \rightarrow m \times n = 10$,
 $(a, b) = (5, 50), (10, 25), (25, 10), (50, 5)$
 $\therefore$ (순서쌍 (a, b) 의 개수)= 4 (개)

7. a, b 의 최대공약수는 7, 두 수의 곱이 588일 때, (a, b) 의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

a, b 의 최대공약수가 7 이므로
 $a = 7x, b = 7y$ (x, y 는 서로소, $x < y$)라 하면
 $7x \times 7y = 588$ 이다. 따라서 $x \times y = 12$
즉, (x, y) 는 $(1, 12), (3, 4)$ 이므로 (a, b) 는
 $(7, 84), (21, 28)$ 이다. 따라서 2 개이다.

8. a, b 의 최대공약수는 4 , 두 수의 곱이 96 일 때, (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

a, b 의 최대공약수가 4 이므로
 $a = 4x, b = 4y$ (x, y 는 서로소, $x < y$) 라 하면
 $4x \times 4y = 96$ 이다. 따라서 $x \times y = 6$
즉, (x, y) 는 $(1, 6), (2, 3)$ 이므로 (a, b) 는
 $(4, 24), (8, 12)$ 이다.
따라서 2 개이다.

9. $(x-1):y=3:4$ 일 때, x,y 의 최소공배수가 56 이다. x,y 의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(x-1):y=3:4 \rightarrow 4 \times (x-1) = 3 \times y,$$

$$x,y \text{ 의 최소공배수가 } 56 = 2^3 \times 7$$

위 두 조건을 만족시키는 x,y 의 값은 $x=7, y=8$ 이다.

$$\therefore (x,y \text{ 의 최대공약수}) = 1$$

10. 24, 36, x 세 자연수의 최대공약수가 12 일 때, 최소공배수 360 일 때 세 자연수의 합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

▷ 정답 : 180

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $x = 2^2 \times 3 \times n$ 또는 $x = 2^3 \times 3 \times n$,
 $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $n = 5$ 이다.

$\rightarrow x = 60, x = 120$

$\therefore$ (세 자연수의 합) = 120, 180