

1. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 ‘약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 쉼니다.’ 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

#### 해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 1은 소수이다.

② 29는 소수가 아니다.

③ 37과 43은 모두 소수이다.

④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.

⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

① 1은 소수가 아니다.

② 29는 소수이다.

⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

3. 두 자연수  $x, y$  에 대하여  $2^x \times 3 \times 5^y$  의 약수의 개수가 36일 때,  $x + y$  의 값으로 알맞은 것을 모두 구하면?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$$(x+1) \times (1+1) \times (y+1) = 36$$

$$(x+1) \times (y+1) = 18$$

$$18 = 2 \times 9 \text{ 또는 } 18 = 3 \times 6 \text{ 이므로}$$

$$x+1=2, y+1=9 \text{ 또는 } x+1=9, y+1=2 \text{ 일 때,}$$

$$x=1, y=8 \text{ 또는 } x=8, y=1$$

$$\text{그러므로 } x+y=9$$

$$x+1=3, y+1=6 \text{ 또는 } x+1=6, y+1=3 \text{ 일 때,}$$

$$x=2, y=5 \text{ 또는 } x=5, y=2$$

$$\text{그러므로 } x+y=7$$

4. 504 의 약수의 개수와  $3^x \times 7^2 \times 13^y$  의 약수의 개수가 같다고 한다.  
이때,  $x - y$  의 값을 구하여라. (단,  $x, y$  는  $x > y$  인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$  이므로 약수의 개수가 같기 위해서는  $x = 3$ ,  
 $y = 1$  이어야 한다. ( $\because x > y$ )

$$\therefore x - y = 3 - 1 = 2$$

5. 두 자연수  $A, B$  에서  $A \times B$  의 값이 1440 이고, 최대공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?

① 11

② 36

③ 72

④ 84

⑤ 108

해설

최소공배수를  $L$  이라 하면  $1440 = 12 \times L$  이므로  $L = 120$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) \begin{array}{cc} A & B \\ a & b \end{array}} \end{array}$$

$$12 \times a \times b = 120$$

$a \times b = 10$  (단,  $a, b$  는 서로소)

$A = 12 \times a, B = 12 \times b$  이고  $A > B$  라 하면

$a = 10, b = 1$  또는  $a = 5, b = 2$

( i )  $a = 10, b = 1$  일 때

$$A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$$

( ii )  $a = 5, b = 2$  일 때

$$A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 60, 24 이다.

6.  $ab = 250$  이고,  $a, b$  의 최대공약수는 5 를 만족하는 순서쌍  $(a, b)$  의 개수를 구하여라.

▶ 답 :        개

▷ 정답 : 4 개

해설

$a = 5 \times m, b = 5 \times n$  이라 두면,  
 $25 \times m \times n = 250 \rightarrow m \times n = 10$  ,  
 $(a, b) = (5, 50), (10, 25), (25, 10), (50, 5)$   
 $\therefore$  (순서쌍  $(a, b)$  의 개수) = 4 (개)

7.  $a, b$  의 최대공약수는 7, 두 수의 곱이 588일 때,  $(a, b)$  의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$a, b$  의 최대공약수가 7 이므로

$a = 7x, b = 7y$  ( $x, y$  는 서로소,  $x < y$ ) 라 하면

$7x \times 7y = 588$ 이다. 따라서  $x \times y = 12$

즉,  $(x, y)$  는  $(1, 12), (3, 4)$  이므로  $(a, b)$  는

$(7, 84), (21, 28)$  이다. 따라서 2 개이다.

8.  $a, b$  의 최대공약수는 4 , 두 수의 곱이 96 일 때,  $(a, b)$  의 개수를 구하여라.

▶ 답:                           개

▷ 정답: 2      개

#### 해설

$a, b$  의 최대공약수가 4 이므로

$a = 4x$  ,  $b = 4y$  ( $x$  ,  $y$  는 서로소,  $x < y$  )라 하면

$4x \times 4y = 96$  이다. 따라서  $x \times y = 6$

즉,  $(x, y)$  는  $(1, 6), (2, 3)$  이므로  $(a, b)$  는

$(4, 24), (8, 12)$  이다.

따라서 2 개이다.

9.  $(x-1) : y = 3 : 4$  일 때,  $x, y$  의 최소공배수가 56 이다.  $x, y$  의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(x-1) : y = 3 : 4 \rightarrow 4 \times (x-1) = 3 \times y,$$

$x, y$  의 최소공배수가  $56 = 2^3 \times 7$

위 두 조건을 만족시키는  $x, y$  의 값은  $x = 7, y = 8$  이다.

$$\therefore (x, y \text{ 의 최대공약수}) = 1$$

10. 24, 36,  $x$  세 자연수의 최대공약수가 12 일 때, 최소공배수 360 일 때 세 자연수의 합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

▷ 정답 : 180

해설

$24 = 2^3 \times 3$ ,  $36 = 2^2 \times 3^2$ ,  $x = 2^2 \times 3 \times n$  또는  $x = 2^3 \times 3 \times n$ ,  
 $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$  이므로  $n = 5$  이다.

→  $x = 60$ ,  $x = 120$

∴ (세 자연수의 합) = 120, 180