

1. 다음 중 x, y 에 관한 일차방정식이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

- (㉠) $3x = 3$
(㉡) $3x - 2y = 0$
(㉢) $x + 7y = 7y$
(㉣) $xy + 1 = 5$
(㉤) $x^2 - 3y = 8$
(㉥) $xy = 1$
(㉦) $x + \frac{2}{y} = 3$
(㉧) $x - 3y + 1$
(㉨) $x + 2y = 1$
(㉩) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

정리한 식이 $ax + by + c = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0, a, b, c$ 는 상수)의 꼴로 나타낼 수 없는 것을 찾으면
(㉠),(㉢),(㉣),(㉤),(㉥),(㉦),(㉧),(㉩)의 8개이다.

2. x, y 가 자연수이고 $x \geq y$ 일 때, 일차방정식 $x + 3y = 15$ 를 만족하는 순서쌍의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 10개

해설

x, y 가 자연수이므로 $x + 3y = 15$ 의 해는 $(3, 4), (6, 3), (9, 2), (12, 1)$ 이다.

이 중에서 $x \geq y$ 를 만족하는 순서쌍은 $(6, 3), (9, 2), (12, 1)$ 로 3개이다.

3. 일차방정식 $2(x+1)+ay=7$ 은 두 점 $(2, 1)$, $(-3, b)$ 를 해로 갖는다. 이때, a^2+2ab 의 값은?

① 19

② 20

③ 21

④ 22

⑤ 23

해설

$2(x+1)+ay=7$ 에 $x=2, y=1$ 을 대입하면 $6+a=7$
 $\therefore a=1$
따라서, 주어진 일차방정식은 $2x+y=5$ 가 된다.
 $2x+y=5$ 에 $x=-3, y=b$ 를 대입하면 $2 \times (-3) + b = 5$
 $\therefore b=11$
 $\therefore a^2+2ab=1+22=23$

4. 다음 보기 중에서 (2, 1) -을 해로 가지는 연립 일차 방정식 한 쌍으로 이루어진 것을 고르면?

㉠ $x - y = 1$	㉡ $x + 2y = 5$	㉢ $2x + 3y = 8$
㉤ $2x - 3y = 1$	㉥ $x - 2y = 0$	㉦ $5x + 2y = 1$

- ① ㉠, ㉢ ② ㉠, ㉤ ③ ㉡, ㉥ ④ ㉢, ㉥ ⑤ ㉤, ㉦

해설

- ㉠. $2 - 1 = 1$
㉤. $2 \times 2 - 3 \times (1) = 1$
㉥. $2 - 2 \times 1 = 0$

5. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=1 \\ 3x+py=1 \end{cases}$ 을 만족하는 해가 $x=q, y=-2$ 일 때,
 $p-q$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x-2y=1$ 에 $y=-2$ 를 대입, $x=-3=q$
 $3x+py=1$ 에 $x=-3, y=-2$ 를 대입하면 $-9-2p=1$,
 $p=-5$
 $\therefore p-q=-5+3=-2$

6. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + y = 15 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ x - 3y = a \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 를 만족하는 y 의 값이 x 의 값의 2배라 할 때, a 의 값은?

① -6 ② -8 ③ -10 ④ -13 ⑤ -15

해설

$y = 2x$ 를 ㉠ 에 대입하면
 $3x + 2x = 15, 5x = 15, x = 3$
 $y = 2x = 6$
㉡ 에 대입하면 $3 - 18 = a$
 $\therefore a = -15$

7. 방정식 $-x + 4y = 6$ 을 만족하는 x, y 의 비가 $2 : 1$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x : y = 2 : 1 \Rightarrow 2y = x$ 를 식에 대입하면
 $-2y + 4y = 6$
 $y = 3, x = 6$
 $\therefore x - y = 6 - 3 = 3$

8. 다음 두 연립방정식이 서로 같은 해를 갖는다고 할 때, $2011^a \times 2011^b$ 의 값은?

$$\begin{cases} 5x + y = 12 \\ ax = y + 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + by = -2 \\ y = 3x - 4 \end{cases}$$

- ① 2006 ② 2008 ③ 2009 ④ 2010 ⑤ 2011

해설

$$\begin{cases} 5x + y = 12 \\ y = 3x - 4 \end{cases} \text{를 연립하여 풀면 } x = 2, y = 2 \text{가 나온다.}$$

나머지 두 식에 $x = 2, y = 2$ 를 대입하여 풀면 $a = 4, b = -3$ 이 나온다.

따라서 $2011^a \times 2011^b = 2011^{a+b} = 2011^1 = 2011$ 이다.

9. 연립방정식 $\begin{cases} ax - by = 6 \\ bx + ay = 2 \end{cases}$ 에서 잘못하여

a, b 를 바꾸어 놓고 풀었더니 $x = -1, y = -2$ 가 되었다. 이때, $a + b$ 의 값은?

- ① 0 ② 2 ③ -2 ④ -4 ⑤ 4

해설

a, b 를 바꾸어 놓은 식 $\begin{cases} bx - ay = 6 \\ ax + by = 2 \end{cases}$ 에 $x = -1, y = -2$

를 대입하여 연립하여 풀면, $a = 2, b = -2$ 따라서 $a + b = 2 + (-2) = 0$

10. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{3x-y}{9} = 2 - \frac{x}{6} & \cdots \textcircled{1} \\ x+y=4 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ 의 해를 (a, b) 라 할 때, $a+b$

의 값을 구하여라.

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

① $\times 18$, ② $\times 2$ 를 하면

$$\begin{cases} 6x-2y=36-3x & \cdots \textcircled{3} \\ 2x+2y=8 & \cdots \textcircled{4} \end{cases}$$

③ + ④ 하면

$$11x=44, \ x=4, \ y=0$$

$$y=0=b, \ x=4=a$$

$$\therefore a+b=4+0=4$$

11. 다음 연립방정식을 풀면?

$$\begin{cases} 0.06x - 0.05y = 0.18 \\ \frac{x}{4} + \frac{2}{3}y = 6 \end{cases}$$

① $x = -8, y = -6$

② $x = 8, y = -6$

③ $x = -8, y = 6$

④ $x = 8, y = 6$

⑤ $x = -\frac{26}{3}, y = -14$

해설

첫 번째 식에 $\times 100$, 두 번째 식에 $\times 12$ 를 해 주면,
 $6x - 5y = 18, 3x + 8y = 72$ 이다. 두 식을 연립해서 풀면
 $x = 8, y = 6$ 이다.

12. 연립방정식 $\begin{cases} ax+y=3 \\ 4x-2y=b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① -8 ② -6 ③ -4 ④ 4 ⑤ 8

해설

해가 무수히 많을 조건은 $\frac{a}{4} = \frac{1}{-2} = \frac{3}{b}$ 이므로
 $a = -2, b = -6 \therefore a - b = 4$

해설

해가 무수히 많으므로 두 식은 같은 식이다.
 $ax + y = 3$ 양변에 -2 를 곱하면 $-2ax - 2y = -6$
 $4x - 2y = b$ 와 같은 식이므로 $a = -2, b = -6$
 $\therefore a - b = 4$

13. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x}{2} + y = -\frac{7}{4} \\ x + 2y = a \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① $\frac{7}{2}$ ② 2 ③ -1 ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ -2

해설

첫 번째 식에 $\times 2$ 를 하면 $x + 2y = -\frac{7}{2}$ 이 되고 이 식에서 두 번째 식을 뺀 식이 $0 \cdot x = k$ ($k \neq 0$) 꼴이 되어야 연립방정식의 해가 없으므로 $-\frac{7}{2} - a \neq 0$ 이다. 따라서 $a \neq -\frac{7}{2}$ 이다.

14. 두 자리 자연수가 있다. 각 자리의 숫자의 차는 5이고, 일의 자리 숫자와 십의 자리 숫자를 바꾼 수는 처음 수의 2배보다 18이 더 크다. 처음 수는? (단, 일의 자리의 숫자가 십의 자리의 숫자보다 크다.)

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 72

해설

처음 수의 십의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라고 하면

$$\begin{cases} y - x = 5 \\ 2(10x + y) + 18 = 10y + x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y - x = 5 \\ 19x - 8y = -18 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 2, y = 7$ 이다.

따라서 처음 수는 27이다.

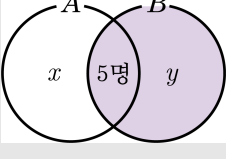
15. 경시대회에서 A, B 두 문제를 풀었을 때, 각각의 문제를 푼 학생은 모두 17명이었고, A, B 두 문제 모두 푼 학생은 5명이었다. 또, A 문제를 푼 학생은 B 문제를 푼 학생보다 8명적었다. B 문제를 푼 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 15 명

해설

A 문제를 푼 학생을 x 명, B 문제를 푼 학생을 y 명이라 하면



$$\begin{cases} x + y - 5 = 17 \\ x = y - 8 \end{cases}$$

즉,

$$\begin{cases} x + y = 22 \\ x = y - 8 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 7$, $y = 15$ 이다.

16. 가로 길이가 세로 길이보다 5cm 더 짧은 직사각형의 둘레 길이가 38cm 이다. 직사각형의 가로 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 7cm

해설

가로를 x cm , 세로를 y cm 라고 하면

$$\begin{cases} x = y - 5 \\ 2x + 2y = 38 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 5 \\ x + y = 19 \end{cases}$$

$\therefore y = 12, x = 7$

17. 집에서 공원까지의 거리는 5km 이다. 영수는 시속 4km 로 가다가 중간에 시속 3km 로 걸어갔다. 집에서 공원까지 가는 데 모두 1 시간 30 분 걸렸다면 영수가 시속 4km 로 간 거리는?

① 1km

② 1.5km

③ 2km

④ 2.5km

⑤ 3km

해설

시속 4km로 간 거리를 x km, 시속 3km로 간 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x + y = 5 & \cdots (1) \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = \frac{3}{2} & \cdots (2) \end{cases}$$

(2)의 양변에 12를 곱하면 $3x + 4y = 18 \cdots (3)$

$(1) \times 4 - (3)$ 하면 $x = 2$

따라서 시속 4km로 간 거리는 2km 이다.

18. 성훈이가 90m가는 동안 유민이는 60m가는 속력으로 2km의 거리를 서로 마주 보고 걸어서 만나는데 20분이 걸렸다. 성훈이의 속력을 구하여라.

▶ 답: m/min

▷ 정답: 60m/min

해설

성훈이의 속력 x m/min , 유민이의 속력 y m/min 라 하면

$$x : y = 3 : 2, 3y = 2x, x = \frac{3}{2}y \cdots \textcircled{1}$$

$$20x + 20y = 2000 \cdots \textcircled{2}$$

①식에서 $x = \frac{3}{2}y$ 이것을 ②에 대입하면

$$30y + 20y = 2000$$

$$y = 40, x = 60 \text{ 이다.}$$

$$\therefore \text{성훈 } 60 \text{ m/min, 유민 } 40 \text{ m/min}$$

19. 5% 의 소금물 200g 이 있다. 지금 이 소금물의 물을 증발시켜서 8% 의 소금물을 만들려고 한다. 이때, 몇 g 의 물을 증발시켜야 하는가?

① 95g ② 90g ③ 85g ④ 80g ⑤ 75g

해설

$$\frac{5}{100} \times 200 = \frac{8}{100} (200 - x)$$

$$5 \times 200 = 8(200 - x)$$

$$1000 = 1600 - 8x$$

$$8x = 600, x = 75$$

20. 6%의 소금물 A와 10%의 소금물 B를 섞어서 8%의 소금물 800g을 만들려고 한다. 두 종류의 소금물을 각각 몇 g씩 넣어야 하는지 구하여라.
- ① A : 400 g, B : 400 g ② A : 200 g, B : 400 g
- ③ A : 200 g, B : 600 g ④ A : 300 g, B : 500 g
- ⑤ A : 500 g, B : 300 g

해설

6%의 소금물을 x g, 10%의 소금물을 y g 섞었다고 하면

농도 (%)	6	10	8
소금물의 양 (g)	x	y	800
소금의 양 (g)	$\frac{6}{100}x$	$\frac{10}{100}y$	$\frac{8}{100} \times 800$

위의 표에서
$$\begin{cases} x+y=800 \\ \frac{6}{100}x+\frac{10}{100}y=\frac{8}{100} \times 800 \end{cases}$$

$\therefore x=400, y=400$

따라서 6%의 소금물 400 g과 10%의 소금물 400 g을 섞었다.

21. 동과 아연을 녹여 합금을 만들어 그 부피를 측정해 보니 19cm^3 이고 무게는 155.8g 이었다. 동과 아연의 부피 1cm^3 당 각각의 무게는 8.9g 과 7g 이었다. 합금의 동과 아연의 무게를 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답 : g

▶ 답 : g

▷ 정답 : 106.8g

▷ 정답 : 49g

해설

동의 부피를 $x\text{cm}^3$, 아연의 부피를 $y\text{cm}^3$ 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 19 \cdots \textcircled{1} \\ 8.9x + 7y = 155.8 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

② 식에 $y = 19 - x$ 를 대입하면

$$8.9x + 7(19 - x) = 155.8 \Leftrightarrow 1.9x = 22.8$$

$$\therefore x = 12, y = 7$$

따라서 1cm^3 당 무게가 각각 8.9g 과 7g 이므로

동의 무게는 $12 \times 8.9 = 106.8(\text{g})$, 아연의 무게는 $7 \times 7 = 49(\text{g})$ 이다.

22. 배를 타고 강을 30km 거슬러 올라가는 데 3 시간, 내려오는 데 1 시간30 분이 걸렸다고 한다. 이때 배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은? (정답 2 개)

- ①

$$\begin{cases} \frac{30}{x-y} = 3 \\ \frac{30}{x+y} = 1.5 \end{cases}$$
- ②

$$\begin{cases} \frac{30}{x+y} = 3 \\ \frac{30}{x-y} = 1.5 \end{cases}$$
- ③

$$\begin{cases} 3(x+y) = 30 \\ 1.5(x+y) = 30 \end{cases}$$
- ④

$$\begin{cases} 3(x+y) = 30 \\ 1.5(x-y) = 30 \end{cases}$$
- ⑤

$$\begin{cases} 3(x-y) = 30 \\ 1.5(x+y) = 30 \end{cases}$$

해설

배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $x-y$,

내려올 때의 속력은 $x+y$ 이므로

$$\frac{30}{x-y} = 3 \quad \rightarrow \quad 3(x-y) = 30$$

$$\frac{30}{x+y} = 1.5 \quad \rightarrow \quad 1.5(x+y) = 30$$

23. 연립방정식 $\begin{cases} x + |y| = 7 \\ x - |y| = 5 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y + z = 8$

일 때, z 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1, 3

해설

$$x + |y| = 7 \cdots \textcircled{1}$$

$$x - |y| = 5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{을 하면 } 2x = 12$$

$$\therefore x = 6$$

$$6 + |y| = 7, |y| = 1, \therefore y = \pm 1$$

$$(i) x = 6, y = 1 \text{ 일 때, } z = 1$$

$$(ii) x = 6, y = -1 \text{ 일 때, } z = 3$$

24. $a + b + c + d + e = t$ 라 할 때, $a + t = \frac{b+t}{2} = \frac{c+t}{4} = \frac{d+t}{8} = \frac{e+t}{16} = 6$ 이다. 이 때 t 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$$a + t = 6$$

$$b + t = 12$$

$$c + t = 24$$

$$d + t = 48$$

$$e + t = 96$$

다섯 개의 방정식을 모두 더하면 $(a + b + c + d + e) + 5t = 186$

$$a + b + c + d + e = t \text{ 이므로 } 6t = 186$$

$$\therefore t = 31$$

25. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x + y = 15 \end{cases}$ 의 교점을 직선 $ax + y - b = 0$ 이 지난

다고 할 때, a 를 b 의 식으로 나타낸 것은?

- ① $a = \frac{-2-b}{3}$ ② $a = \frac{-6+b}{3}$ ③ $a = \frac{6-b}{3}$
④ $a = \frac{b+6}{3}$ ⑤ $a = \frac{1-6b}{3}$

해설

$$\text{연립방정식 } \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x + y = 15 \end{cases} \text{ 을 변끼리 더하면 } 5x = 15$$

따라서 $x = 3, y = 6$

$x = 3, y = 6$ 을 $ax + y - b = 0$ 에 대입하면 $3a + 6 - b = 0$ ∴ $a = \frac{-6+b}{3}$

26. 연립방정식 $\begin{cases} x+ay=5 \\ x+3(x-y)=5 \end{cases}$ 의 해 (x, y) 가 $y=2(x-1)-1$ 를 만족할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{cases} x+3(x-y)=5 \\ y=2(x-1)-1 \end{cases} \text{ 을 정리하면}$$

$$\begin{cases} 4x-3y=5 & \cdots \textcircled{A} \\ y=2x-3 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{B}$ 를 $\textcircled{A}$ 에 대입하면 $-2x=-4$

$$\therefore x=2$$

$x=2$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면 $y=1$

$x=2, y=1$ 을 $x+ay=5$ 에 대입하면

$$2+a=5$$

$$\therefore a=3$$

27. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{3}{4}x - \frac{2}{3}y = \frac{3}{2} \\ 0.2x + 0.8y = 0.4 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $(-1, 3)$

② $(-2, 4)$

③ $(1, 2)$

④ $(2, 0)$

⑤ $(3, -1)$

해설

$$\begin{cases} \frac{3}{4}x - \frac{2}{3}y = \frac{3}{2} \cdots \textcircled{1} \\ 0.2x + 0.8y = 0.4 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 12, \textcircled{2} \times 10$ 에서

따라서 $\begin{cases} 9x - 8y = 18 \\ 2x + 8y = 4 \end{cases}$

이므로 $x = 2, y = 0$ 이다.

28. $(2x+1) : (-x+y+4) : (x+y-m) = 2 : 6 : 3$ 에 대하여 $x = \frac{2}{3}$ 를 만족시킬 때, 상수 m 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{6}$

해설

$(2x+1) : (-x+y+4) : (x+y-m) = 2 : 6 : 3$ 에서
 $\frac{2x+1}{2} = \frac{-x+y+4}{6} = \frac{x+y-m}{3}$, 각 변에 6을 곱하여 식을
간단히 하면

$$3(2x+1) = -x+y+4 = 2(x+y-m)$$

$$6x+3 = -x+y+4, 7x-y = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$-x+y+4 = 2x+2y-2m, 3x+y = 4+2m \cdots \textcircled{2}$$

$$x = \frac{2}{3} \text{ 이므로 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } y = \frac{11}{3}$$

$$x = \frac{2}{3}, y = \frac{11}{3} \text{ 을 } \textcircled{2} \text{에 대입하면}$$

$$m = \frac{5}{6}$$

29. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 7 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 9 \end{cases}$ 에서 $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{24}$

해설

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 & \dots \textcircled{A} \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 13 & \dots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 을 하면

$$-\frac{1}{x} = -8, x = \frac{1}{8}, y = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore x - y = \frac{11}{24}$$

30. 다음 중 연립방정식 $\frac{2x+y-1}{3} = 0.5x + \frac{1}{2}y - 1 = x+y$ 를 만족하는 정수 x, y 와 해가 같은 일차방정식은?

- ① $x+y=-3$
- ② $2x+y=-5$
- ③ $x-3y=2$
- ④ $2x-3y=3$
- ⑤ $3x+y=8$

해설

$$\begin{cases} \frac{2x+y-1}{3} = 0.5x + \frac{1}{2}y - 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{2x+y-1}{3} = x+y & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

에서 계수를 정수로 만들

어 주기 위해

$$30 \times \textcircled{㉠}, 3 \times \textcircled{㉡} \text{ 하면 } \begin{cases} 20x + 10y - 10 = 15x + 15y - 30 & \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + y - 1 = 3x + 3y & \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

이고 x 를 소거하기 위해
 $\textcircled{㉢} + 5 \times \textcircled{㉣}$ 하면 $y = 1$ 이고 이를 대입하면 $x = -3$ 이다.
위에서 구한 해를 $2x + y = -5$ 에 대입하면 $2 \times (-3) + 1 = -5$
이므로 등식이 성립한다.

31. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=\frac{3}{2} \\ -x+4y=6 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많기 위한 a, b 의 값을 구하면?

① $a = -\frac{1}{4}, b = 1$

② $a = -1, b = -\frac{1}{4}$

③ $a = 2, b = \frac{1}{6}$

④ $a = 2, b = -\frac{1}{6}$

⑤ $a = -2, b = -\frac{1}{6}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{a}{-1} = \frac{b}{4} = \frac{\frac{3}{2}}{6}, \frac{a}{-1} = \frac{b}{4} = \frac{1}{4} \\ \therefore b = 1 \\ \frac{a}{-1} = \frac{1}{4}, a = -\frac{1}{4} \\ \therefore a = -\frac{1}{4}, b = 1 \end{aligned}$$

32. 둘레의 길이가 1km 인 원형 트랙을 A , B 두 사람이 같은 지점에서 서로 반대 방향으로 동시에 출발하면 2 분 후에 만나고, 같은 방향으로 출발하면 12 분 후에 만난다고 한다. 이 때, 두 사람의 속력을 구하면? (A 가 B 보다 빠르다고 한다.)

- ① $A : \frac{875}{3}$ m/분, $B : \frac{635}{3}$ m/분
② $A : \frac{865}{3}$ m/분, $B : \frac{625}{3}$ m/분
③ $A : \frac{875}{3}$ m/분, $B : \frac{605}{3}$ m/분
④ $A : \frac{865}{3}$ m/분, $B : \frac{605}{3}$ m/분
⑤ $A : \frac{875}{3}$ m/분, $B : \frac{625}{3}$ m/분

해설

A 의 속력을 x m/분, B 의 속력을 y m/분라 하면
서로 반대방향으로 출발하여 서로 만났다는 것은 A , B 두 사람이 2 분 동안 걸은 거리의 합은 원형 트랙의 길이와 같다.

따라서 $2x + 2y = 1000$ 이다.

같은 방향으로 출발하여 12 분 후 다시 만났다고 하는 것은 A 가 걸은 거리와 B 가 걸은 거리의 차가 원형 트랙의 둘레의 길이와 같다.

따라서 $12x - 12y = 1000$ 이다.

두 식을 연립하여 풀면

$$\therefore y = \frac{625}{3}, \quad x = \frac{875}{3}$$

$$\therefore A : \frac{875}{3} \text{ m/분}, \quad B : \frac{625}{3} \text{ m/분}$$

33. 일정한 속력으로 달리는 기차가 있다. 이 기차가 길이가 500m인 다리를 완전히 통과하는 데 50 초가 걸렸고, 길이가 2140m인 터널을 통과할 때, 기차 전체가 터널 안에 있었던 시간은 70 초였다. 이 기차의 길이를 구하여라.

▶ 답: m

▶ 정답 : 600 m

해설

기차의 길이를 x m, 기차의 속력을 y m/초 라고 하면 다리를 완전히 통과할 때 움직인 거리는 $(500 + x)$ m, 터널 안에서 움직인 거리는 $(2140 - x)$ m 이므로

$$\begin{cases} 500 + x = 50y & \dots \textcircled{1} \\ 2140 - x = 70y & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

① + ② 하면 $2640 = 120y$

$y = 22$

$$\therefore x = 600$$

34. 영희, 은수, 혜정, 진수 4 사람은 한꺼번에 저울에 올라가 몸무게를 측정하였더니 총 168 kg 이었다. 영희와 은수의 몸무게의 합은 나머지 두 사람 몸무게의 합의 $\frac{3}{4}$ 이고, 영희의 몸무게는 나머지 세 사람의 몸무게의 합의 $\frac{11}{45}$ 일 때, 은수의 몸무게는 몇 kg인지 구하여라.

▶ 답: kg

▷ 정답 : 39 kg

해설

영희, 은수, 혜정, 진수의 몸무게를 각각 a kg, b kg, c kg, d kg
이라고 놓으면,

$$a + b + c + d = 168 \cdots \textcircled{7}$$

$$a + b = \frac{3}{4}(c + d) \cdots \textcircled{\text{L}}$$

㉔을 ㉓에 대입하면 $\frac{3}{4}(c+d) + c + d = 168$, $c + d = 96$,

$$a + b = 72 \dots \textcircled{C}$$

$$a = \frac{11}{45}(b + c + d), b + c + d = \frac{45}{11}a \cdots \textcircled{2}$$

②을 ⑦에 대입하면 $a + \frac{45}{11}a = 168, a = 33$

㉔에 의해 $b = 39$

따라서 은수의 몸무게는 39 kg 이다.

35. 천희와 효리가 계단 중턱에서 가위바위보 놀이를 하였다. 가위를 내서 이기면 한 칸 올라가고 지면 두 칸 내려가고, 바위를 내서 이기면 두 칸 올라가고 지면 네 칸 내려가고, 보를 내서 이기면 네 칸 올라가고 지면 한 칸 내려간다. 효리가 가위바위보를 4 번 연속으로 이겼더니 두 사람 사이에 26 칸의 계단이 있게 되었다고 할 때, 효리가 가위를 낸 횟수를 구하여라.

▶ 답 : 회

▷ 정답 : 1 회

해설

효리가 4 번 연속 이길 동안 가위, 바위, 보를 낸 횟수를 각각 x, y, z 라 하고,
천희가 4 번 질 동안 가위, 바위, 보를 낸 횟수를 각각 a, b, c 라 하면

$$\begin{cases} x+y+z=4\cdots\textcircled{1} \\ a+b+c=4\cdots\textcircled{2} \end{cases} \quad (x, y, z, a, b, c \text{ 는 } 0\text{이상 } 4\text{이하인 정수})$$

$$(\text{효리가 올라간 계단의 칸 수})=x+2y+4z$$

$$(\text{천희가 내려간 계단의 칸 수})=2a+4b+c$$

$$(x+2y+4z)+(2a+4b+c)=26\cdots\textcircled{3}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $x=4-y-z$, $\textcircled{2}$ 에서 $c=4-a-b$ 이므로 $\textcircled{3}$ 에 대입하면 $y+3z+a+3b=18$, $(a+y)+3(b+z)=18$

정수 a, b, y, z 가 $0 \leq a+y \leq 8, 0 \leq b+z \leq 8$ 와 $a+b \leq 4, y+z \leq 4$ 를 동시에 만족하는 순서쌍 (a, b, c, x, y, z) 는 $(4, 0, 0, 0, 1, 3)$, $(3, 1, 0, 0, 2, 2)$, $(2, 2, 0, 0, 3, 1)$, $(1, 3, 0, 0, 4, 0)$, $(0, 2, 2, 0, 2, 2)$, $(1, 3, 0, 1, 2, 1)$, $(0, 4, 0, 2, 2, 0)$, $(1, 1, 2, 0, 1, 3)$, $(1, 2, 1, 1, 1, 2)$, $(1, 3, 0, 2, 1, 1)$, $(2, 0, 2, 0, 0, 4)$, $(2, 1, 1, 1, 0, 3)$, $(2, 2, 0, 2, 0, 2)$, $(0, 3, 1, 1, 0, 3)$

위의 경우 중 효리가 4 번 연속으로 이길 수 있는 상황은

$$(a, b, c, x, y, z) = (1, 2, 1, 1, 1, 2), (0, 3, 1, 1, 0, 3)$$

따라서 효리가 가위를 낸 회수는 $x=1$ (회)이다.