

1. $-2 \leq x \leq 3$ 일 때, $3x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$-2 \leq x \leq 3$ 에서 $-6 \leq 3x \leq 9$, $-7 \leq 3x - 1 \leq 8$
따라서, 최댓값은 8 이고 최솟값은 -7 이므로 두 값의 합은 1 이다.

2. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x-3 < 7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$ 의 해를 모두 고르면? (정답 3 개)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 2x-3 < 7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$$

두 개의 부등식을 연립하면 $-1 \leq x < 5$ 이다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 9 < 0 \\ x^2 - 2x - 8 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-3 < x < 3$ ② $-3 < x \leq -2$ ③ $-3 < x \leq 2$
④ $-2 < x \leq 2$ ⑤ $-1 < x \leq -2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 9 < 0 & \dots (가) \\ x^2 - 2x - 8 \geq 0 & \dots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x+3)(x-3) < 0$

$\therefore -3 < x < 3$

(나)에서 $(x+2)(x-4) \geq 0$

$\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 4$

따라서 공통 범위를 구하면

$-3 < x \leq -2$

4. 좌표평면에서 점 A(2, 1) 에 이르는 거리가 각각 $\sqrt{5}$ 인 두 점이 x 축 위에 있다. 이 두 점 사이의 거리는?

① 2 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 5

해설

x 축 위의 점을 P(x , 0) 이라 하면 $\overline{AP} = \sqrt{5}$ 이므로 $\overline{AP}^2 = (x-2)^2 + (-1)^2 = 5$, $x^2 - 4x = 0$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 4$

따라서 x 축 위의 두 점은 (0, 0), (4, 0) 이므로 두 점사이의 거리는 4 이다

5. 두 점 A(-5, -1), B(4, -5)에서 같은 거리에 있는 $y = -x$ 위에 있는 점의 좌표는?

- ① $\left(\frac{15}{26}, \frac{15}{26}\right)$ ② $\left(\frac{13}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ③ $\left(\frac{13}{26}, -\frac{15}{26}\right)$
④ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ⑤ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

해설

구하는 점을 P(a , $-a$) 라 하면, ($\because y = -x$)

$$\overline{PA} = \overline{PB} \Rightarrow \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(a+5)^2 + (-a+1)^2 = (a-4)^2 + (-a+5)^2$$

$$a^2 + 10a + 25 + a^2 - 2a + 1$$

$$= a^2 - 8a + 16 + a^2 - 10a + 25$$

$$\Rightarrow 26a = 15 \Rightarrow a = \frac{15}{26}$$

$$\therefore P(a, -a) = \left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$$

6. 길이가 36인 선분 AB 를 3 : 1 로 내분하는 점을 C, 선분 BC 를 4 : 1로 외분하는 점을 D 라고 할 때, 선분 AD 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

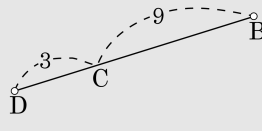
해설

$\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 1$ 이므로 $\overline{AC} = 27, \overline{CB} = 9$ 이다.

$\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 1$ 이므로 $\overline{BC} : \overline{CD} = (4 - 1) : 1 = 3 : 1$

따라서 $\overline{BC} = 9, \overline{CD} = 3$ 이다.

그러므로 $\overline{AD} = \overline{AC} - \overline{CD} = 27 - 3 = 24$ 이다.



7. 기울기가 3 이고 점 $(-2, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.(단, a, b 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

기울기가 3 이고 점 $(-2, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y = 3(x + 2) + 3 = 3x + 9$$

따라서 $a = 3, b = 9$

$$\therefore a + b = 12$$

8. $(3k+2)x - (k+1)y + 4 = 0$ 은 k 값에 관계없이 한 정점 $A(a, b)$ 를 지난다. 이때, $a + b$ 값은?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

준 식 : $(3x - y)k + 2x - y + 4 = 0$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$3x - y = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x - y + 4 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} : x = 4, y = 12$$

$$\therefore A(a, b) = (4, 12)$$

$$\therefore a + b = 4 + 12 = 16$$

9. $4x^2 + 4y^2 - 20x + 9 = 0$ 의 중심의 좌표 C 와 반지름 r 을 구하면?

① $C\left(-\frac{5}{2}, 0\right), r = 2$

② $C\left(\frac{5}{2}, 0\right), r = 4$

③ $C\left(0, \frac{5}{2}\right), r = 4$

④ $C\left(\frac{5}{2}, 0\right), r = 2$

⑤ $C\left(0, \frac{5}{2}\right), r = 2$

해설

$4x^2 + 4y^2 - 20x + 9 = 0$ 를 정리하면

$$x^2 + y^2 - 5x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\therefore \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + y^2 = 4$$

따라서 중심의 좌표는 $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ 이며

반지름은 2이다.

10. 방정식 $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ 으로 나타내어지는 원이 y 축에 접할 조건은?

① $b^2 = c$

② $c^2 = b$

③ $a^2 = c$

④ $c^2 = a$

⑤ $b = 2c$

해설

y 축과의 공유점을 구하는 식은
 $x = 0$ 으로부터 $y^2 + 2by + c = 0$
 y 축에 접할 조건은 $D/4 = b^2 - c = 0$

11. 부등식 $x^2 + x + m \geq 0$ 의 x 의 값에 관계없이 성립할 때, 실수 m 의 최솟값은?

① -4 ② 0 ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$x^2 + x + m \geq 0$ 이 x 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$x^2 + x + m = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때

$$D = 1^2 - 4m \leq 0 \quad \therefore m \geq \frac{1}{4}$$

따라서 실수 m 의 최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이다.

12. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

13. 두 부등식 $2x - 1 > 0$, $(x + 1)(x - a) < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{1}$$

$$(x + 1)(x - a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \dots\dots \textcircled{2}$$

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이므로

$$\therefore a = 3$$

14. 원점에서 직선 $3x - 4y - 5 = 0$ 에 이르는 거리를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\frac{|0 \times 3 + 0 \times (-4) - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

15. 세 점 A(-1, 0), B(2, -3), C(5, 3)에 대하여 등식 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식은 $ax + y + b = 0$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

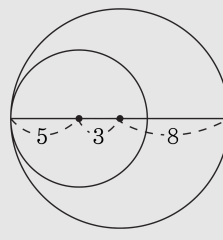
해설

점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면
주어진 조건에서,
 $(x+1)^2 + y^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2$
 $= 2[(x-5)^2 + (y-3)^2]$
 $2x^2 - 2x + 2y^2 + 6y + 14$
 $= 2(x^2 - 10x + y^2 - 6y + 34)$
 $18x + 18y - 54 = 0$
 $\Rightarrow x + y - 3 = 0$
 $\therefore a + b = 1 + (-3) = -2$

16. 반지름의 길이가 5 cm, 8 cm 인 두 원의 중심거리가 3 cm 일 때, 두 원의 위치관계는?
- ① 한 원이 다른 원의 외부에 있다.
 - ② 두 원이 외접한다.
 - ③ 두 원이 두 점에서 만난다.
 - ④ 두 원이 내접한다.
 - ⑤ 한 원이 다른 원의 내부에 있다.

해설

반지름이 5 인 원이 반지름이 8인 원 안에 내접한다.



17. 두 원 $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0$, $x^2 + y^2 - 4y = 0$ 의 공통현의 방정식은?

① $x - 5y + 4 = 0$

② $4x - 3y + 4 = 0$

③ $3x - 3y + 4 = 0$

④ $x - y + 4 = 0$

⑤ $2x - y + 1 = 0$

해설

두 원의 공통현의 방정식은

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 - (x^2 + y^2 - 4y) = 0$$

$$2x - 2y + 8 = 0$$

$$\therefore x - y + 4 = 0$$

18. 점 A(-2, 3) 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B라 할 때, AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

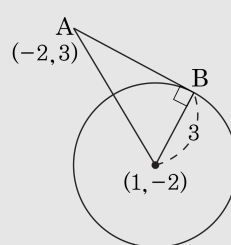
해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$

원의 중심은 (1, -2), 반지름은 3 이므로

$$AB = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$



19. 연립부등식 $-4 + 5x < 3x - 7 \leq 4x + 1$ 을 만족하는 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$-4 + 5x < 3x - 7 \leq 4x + 1$$

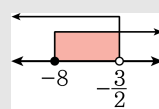
$$\Rightarrow \begin{cases} -4 + 5x < 3x - 7 \\ 3x - 7 \leq 4x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x \geq -8 \end{cases}$$

가장 큰 정수 : -2

가장 작은 정수 : -8

$$\therefore (-2) + (-8) = -10$$



20. 연립부등식 $\begin{cases} 2x - a \geq x + 4 \\ 7(x - 1) \leq 5x + 9 \end{cases}$ 를 만족하는 정수의 개수가 4개일 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $0 < a \leq 1$

해설

$2x + a \geq x - 4$ 를 풀면 $x \geq a + 4$ 이고,
 $7(x - 1) \leq 5x + 9$ 를 풀면 $7x - 7 \leq 5x + 9$, $2x \leq 16$, $x \leq 8$ 이다.
따라서 $a + 4 \leq x \leq 8$ 을 만족하는 정수가 4 개 즉 5, 6, 7, 8 이어야 하므로
 $4 < a + 4 \leq 5$, 따라서 $0 < a \leq 1$ 이다.

21. 연립부등식

$$\begin{cases} a + 5x < 2a \\ 2(x - 1) \geq -6 \end{cases}$$
이 해를 갖지 않기 위한 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$a + 5x < 2a$$

$$x < \frac{a}{5}$$

$$2(x - 1) \geq -6$$

$$2x - 2 \geq -6$$

$$\therefore x \geq -2$$

연립부등식이 해를 갖지 않으려면

$$\frac{a}{5} \leq -2$$

$$\therefore a \leq -10$$

따라서 a 의 최댓값은 -10 이다.

22. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을

α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

한편, $f(2x + 1) = 0$ 에서

$2x + 1 = \alpha, 2x + 1 = \beta$ 이므로

$$x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$$

따라서, $\frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2}$

$$= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

$f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$ 라 하면

$f(2x + 1) = k(2x + 1 - \alpha)(2x + 1 - \beta)$

$\therefore f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$

$$\therefore \frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

23. 좌표평면 위의 두 점 A(1,0), B(5,4)에 대하여 조건 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 를 만족하는 점 P의 자취의 방정식을 구하면?

- ① $x - y + 1 = 0$ ② $x + 2y + 4 = 0$ ③ $x + y + 3 = 0$
④ $x - 3y + 4 = 0$ ⑤ $x + y - 5 = 0$

해설

점 P의 좌표를 (x, y)로 놓고 주어진 조건

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 를 이용하여

x, y사이의 관계식을 구한다.

점 P의 좌표를 (x, y)로 놓자.

이때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 에서 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 이므로

$$(x-1)^2 + (y-0)^2 = (x-5)^2 + (y-4)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 = x^2 - 10x + 25 + y^2 - 8y + 16$$

$$8x + 8y - 40 = 0$$

$$\therefore x + y - 5 = 0$$

24. 두 직선 $3x + 2y - 1 = 0$ 과 $2x - 3y + 1 = 0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점들 중 x 와 y 의 좌표가 모두 정수인 점에 대한 다음 설명 중 옳은 것만을 골라 놓은 것은?

- I. 위 조건을 만족하는 점은 유한개이다.
II. 제2사분면의 점들 중에서 위 조건을 만족하는 것이 없다.
III. 제3사분면에 있는 모든 점들의 y 좌표는 5의 배수이다.

- ① I ② II ③ III ④ I, III ⑤ II, III

해설

두 직선에서 같은 거리에 있는 점을 $P(a, b)$ 라고 하면
 $\frac{|3a + 2b - 1|}{\sqrt{13}} = \frac{|2a - 3b + 1|}{\sqrt{13}}$
 $3a + 2b - 1 = 2a - 3b + 1$ 또는
 $3a + 2b - 1 = -2a + 3b - 1$ 이므로
 $a + 5b - 2 = 0, 5a - b = 0$ 에서
 $x + 5y - 2 = 0, 5x - y = 0$
즉, $y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$ 와
 $y = 5x$ 위에 있는 모든 점들은
주어진 두 직선에서 이르는 거리가 같다.
I. 이러한 좌표는 무한개 존재한다.
II. $y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$
위의 점, 예를 들면 $(-3, 1)$ 이 있다.
III. $y = 5x$ 로 x 가 정수일 때,
 y 좌표는 5의 배수이다.

25. 두 점 A(-1, 3), B(2, a)를
지나는 직선이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 접할 때, a의 값은?

㉠ -1 ㉡ 0 ㉢ 1 ㉣ 2 ㉤ 3

해설

두 점 A(-1, 3), B(2, a)를

지나는 직선의 방정식은, $y - 3 = \frac{a - 3}{3}(x + 1)$

$\therefore (a - 3)x - 3y + a + 6 = 0 \dots\dots\textcircled{\text{A}}$

직선 $\textcircled{\text{A}}$ 이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 접하므로

원의 중심 (0, 0) 에서 직선 $\textcircled{\text{A}}$ 에 이르는 거리가

원의 반지름의 길이인 1 과 같다.

$\therefore \frac{|a + 6|}{\sqrt{(a - 3)^2 + 9}} = 1$

$\therefore |a + 6| = \sqrt{(a - 3)^2 + 9} \dots\dots\textcircled{\text{B}}$

$\textcircled{\text{B}}$ 의 양변을 제곱하면 $a^2 + 12a + 36 = a^2 - 6a + 9 + 9, 18a = -18$

$\therefore a = -1$