1. 다음 □안에 알맞은 수는?

$32^2 = 4^3 \times 2^{□}$

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

$32^2 = (2^5)^2 = 2^{10} = (2^2)^3 \times 2^{□}$

이므로 $6 + □ = 10$

$\therefore \ □ = 4$

2. $x^7 \div \square \div x = x^2$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① x^3 ② x^4 ③ x^5 ④ x^6 ⑤ x^7

해설

$\square$를 x^a 라고 하면 $7 - a - 1 = 2$, $a = 4$이다.

3. $(-5x^2y)^3$을 간단히 하면?

① $125x^6y^3$　② $-125x^6y^3$　③ $-125x^3y^6$

④ $125x^3y^6$　⑤ $-125x^3y^3$

해설

$(-5x^2y)^3 = (-5)^3x^6y^3 = -125x^6y^3$

4. $(2ab^2)^2 \times \left(\dfrac{a^2}{2b^3}\right)^4 \times \left(\dfrac{2b^4}{a^5}\right)^2$ 을 간단히 하면?

① 1 ② a ③ b ④ $\dfrac{b}{a}$ ⑤ $\dfrac{1}{b}$

해설

$$(2ab^2)^2 \times \left(\frac{a^2}{2b^3}\right)^4 \times \left(\frac{2b^4}{a^5}\right)^2$$

$$= 4a^2b^4 \times \frac{a^8}{16b^{12}} \times \frac{4b^8}{a^{10}} = a^0b^0 = 1$$

5. $20x^4y^2 \times (x^3)^2 \div \left(-\frac{2x^5}{y}\right)^2$ 을 간단히 하면?

① $-2x^2$ ② $\frac{2x}{y}$ ③ $8x^2$ ④ $20xy^2$ ⑤ $5y^4$

해설

$(\text{준식}) = 20x^4y^2 \times x^6 \times \frac{y^2}{4x^{10}} = 5y^4$

6. $(2x^2y^3)^2\times\square\div 4x^2y^3=(3y^2)^3$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $4xy$ ② $2x^2y$ ③ $3xy^2$ ④ $\dfrac{y}{3x}$ ⑤ $\dfrac{27y^3}{x^2}$

해설

$(2x^2y^3)^2\times\square\div 4x^2y^3=(3y^2)^3$

$\square=(3y^2)^3\div(2x^2y^3)^2\times 4x^2y^3$

$=27y^6\times\dfrac{1}{4x^4y^6}\times 4x^2y^3$

$=\dfrac{27y^3}{x^2}$

7. $\frac{1}{4}x(2x-1)-\frac{2}{3}x(2x+1)-\frac{1}{6}(-7x^2-x-2)$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{3}x^2-\frac{3}{4}x+\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}x^2+\frac{3}{4}x+\frac{1}{3}$

③ $\frac{2}{3}x^2-\frac{13}{12}x+\frac{1}{6}$ ④ $\frac{5}{6}x^2-\frac{13}{12}x+\frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{5}{6}x^2-\frac{11}{12}x-\frac{1}{3}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned}&=\frac{2}{4}x^2-\frac{1}{4}x-\frac{4}{3}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{7}{6}x^2+\frac{1}{6}x+\frac{1}{3}\\&=\left(\frac{2}{4}-\frac{4}{3}+\frac{7}{6}\right)x^2-\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)x+\frac{1}{3}\\&=\frac{1}{3}x^2-\frac{3}{4}x+\frac{1}{3}\end{aligned}$$

8. 어떤 식에 $-x^2+2x+5$를 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $3x^2+3x+2$가 되었다. 올바르게 계산한 식을 구하면?

① $2x^2+5x+7$ ② $4x^2+x-3$ ③ $4x^2-x+3$

④ $5x^2+x+2$ ⑤ $5x^2-x-8$

해설

어떤 식을 A라하면

$A+(-x^2+2x+5)=3x^2+3x+2$

$A=(3x^2+3x+2)-(-x^2+2x+5)=4x^2+x-3$

$\therefore\ (4x^2+x-3)-(-x^2+2x+5)$

$=5x^2-x-8$

9. $(-9x^2y^2+3xy^2)\div\square=3x-1$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $2xy^2$　② $-3xy^2$　③ $3xy^2$

④ $-3xy^2+y$　⑤ $4xy^2+y$

해설

$(-9x^2y^2+3xy^2)\div\square=3x-1$

$(-9x^2y^2+3xy^2)=(3x-1)\times\square$

$\square=(-9x^2y^2+3xy^2)\div(3x-1)$

$=-3xy^2(3x-1)\div(3x-1)$

$=-3xy^2$

10. 비례식 $(x+2y):(2x-y+1)=2:5$ 일 때, 이 식을 x 에 관해 풀면?

① $x=-12y+2$ ② $y=\dfrac{-x+2}{12}$ ③ $x=-4y+2$
④ $y=\dfrac{-x-2}{4}$ ⑤ $x=-3y+1$

해설

$5(x+2y)=2(2x-y+1)$
$5x+10y=4x-2y+2$
$5x-4x=-2y+2-10y$
$\therefore x=-12y+2$

11. $2x-7y+1=x-5y$ 일 때, $-2x+3y+4$ 를 y 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $-y+6$

해설

$2x-7y+1=x-5y$ 를 x 에 관하여 정리하면 $x=2y-1$ 이다.
$-2x+3y+4=-2(2y-1)+3y+4=-y+6$

12. $a^{10} \div (a^3)^x = (a^2)^2$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$a^{10} \div a^{3x} = a^4$ 이므로 $10 - 3x = 4$

$\therefore\ x = 2$

13. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

좌변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고, y^7 이므로 $a = 3$, $b = 2$

$\therefore a+b = 5$

14. $8^{2x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3-2x}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$(2^3)^{2x+1} = (2^{-1})^{3-2x}$

$6x + 3 = -3 + 2x$

$4x = -6$

$\therefore\ x = -\frac{3}{2}$

15. $3^3 \div 3^a = 27,\ 4^b + 4^b + 4^b + 4^b = 4^3$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$3^3 \div 3^a = 3^{3-a} = 27 = 3^3$

$3 - a = 3$

$\therefore\ a = 0$

$4^b + 4^b + 4^b + 4^b = 4 \cdot 4^b = 4^{b+1} = 4^3$

$b + 1 = 3$

$\therefore\ b = 2$

$\therefore\ a - b = -2$

16. 다음 보기의 수 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라 할 때, $a = 2^m$, $b = 2^n$ 이고, $m = 2^p$, $n = 2^q$ 이다. 이 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

보기

$\{(2^2)^2\}^3$　　$(2^2)^{2^2}$　　$2^{(2^2)^3}$　　$2^{2^{2^2}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\{(2^2)^2\}^3 = 2^{12}$

$(2^2)^{2^2} = 2^{2^3} = 2^8$

$2^{(2^2)^3} = 2^{2^6} = 2^{64}$

$2^{2^{2^2}} = 2^{2^4} = 2^{16}$

따라서 가장 큰 수 $a = 2^{2^6}$, 가장 작은 수 $b = 2^{2^3}$ 이므로

$m = 2^6$, $n = 2^3$

$\therefore\ p + q = 6 + 3 = 9$

17. $3^{2x+4} \times 9^{3-x} \times 4^x = 81 \times 6^{2x}$ 일 때, x 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$3^{2x+4} \times 9^{3-x} \times 4^x = 3^{2x+4} \times (3^2)^{3-x} \times (2^2)^x$

$= 3^{2x+4} \times 3^{6-2x} \times 2^{2x}$

$= 3^{10} \times 2^{2x}$

$81 \times 6^{2x} = 3^4 \times 2^{2x} \times 3^{2x}$

$= 3^{4+2x} \times 2^{2x}$

$4 + 2x = 10$ 이므로 $x = 3$ 이다.

18. $x = 2y$일 때, $\dfrac{x}{x+y} + \dfrac{y}{x-y}$의 값을 구하면? (단, $x \neq 0$, $y \neq 0$)

① $\dfrac{2}{3}$ ② $\dfrac{5}{3}$ ③ $\dfrac{2}{5}$ ④ $\dfrac{3}{5}$ ⑤ $\dfrac{4}{3}$

해설

$\dfrac{x}{x+y} + \dfrac{y}{x-y}$에 $x = 2y$를 대입하면

$\dfrac{2y}{2y+y} + \dfrac{y}{2y-y} = \dfrac{2y}{3y} + \dfrac{y}{y} = \dfrac{2}{3} + 1 = \dfrac{5}{3}$

19. 어떤 다항식 A에서 $-2x+3y-1$을 더하였더니 $5x-2y+3$이 되었다. 다항식 A는?

① $5x-2y+4$　② $5x+3y-1$　③ $5x-5y+4$

④ $7x+3y+5$　⑤ $7x-5y+4$

해설

$A+(-2x+3y-1)=5x-2y+3$이므로

$A=(5x-2y+3)-(-2x+3y-1)$

$=5x-2y+3+2x-3y+1$

$=7x-5y+4$

20. 등식 $Ax-\left(x^2-3x-2\right)=6x^2-3x+2$ 이 성립하도록 다항식 A 을 바르게 구한 것을 고르면?

① $5x$　② $5x+6$　③ $7x+6$

④ $7x-6$　⑤ $7x$

해설

$$\begin{aligned} Ax &= 6x^2-3x+2+\left(x^2-3x-2\right) \\ &= 7x^2-6x \end{aligned}$$

$$\therefore\ A=\frac{7x^2-6x}{x}=7x-6$$

21. 식 $(-2x^2 - x + 3) - (x^2 + 3x - 4)$를 간단히 하였을 때, x 의 계수와 상수항의 합은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$-2x^2 - x + 3 - x^2 - 3x + 4$
$= -3x^2 - 4x + 7$

x의 계수는 -4, 상수항은 7
$\therefore (-4) + 7 = 3$

22. $a = \frac{1}{7}$, $b = -\frac{1}{5}$ 일 때, $3(a+b) - (4ab^2 - 6a^2b) \div (-2ab)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

(준식) $= 3a + 3b + 2b - 3a = 5b = -1$

23. $\frac{x}{6}(12x+24)-\frac{x}{12}(36-12x)=Ax^2+Bx$ 라 할 때, $A-B$ 의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

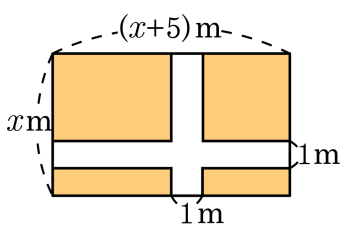
$(\text{준식}) = 2x^2+4x-(3x-x^2)$

$= 3x^2+x = Ax^2+Bx$

$A=3,\ B=1$

$\therefore\ A-B=2$

24. 다음 그림은 직사각형 모양으로 생긴 꽃밭에 폭이 1m 인 길을 만든 것이다. 길을 내고 난 꽃밭의 넓이를 x 를 사용하여 나타내면?



① $2x^2 + x + 1$ ② $5x + 8$ ③ $x^2 - 3x - 4$

④ $x^2 + 3x - 4$ ⑤ $2x^2 - 5x + 4$

해설

$(x+4)(x-1) = x^2 + 3x - 4$

25. $3^2 \times (3^{\square})^5 = 3^{17}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

지수법칙을 이용하면

$2 + 5 \times \square = 17$

$5 \times \square = 15$

$\therefore \square = 3$

26. 다음 ㉠ ~ ㉢ 안에 알맞은 수를 넣어라.

$$\left(\frac{x^2z^{\boxed{㉠}}}{\boxed{㉡}y^5}\right)^{\boxed{㉢}} = \frac{x^8z^{12}}{16y^{20}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠: 3

▷ 정답 : ㉡: 2

▷ 정답 : ㉢: 4

해설

$2 \times \boxed{㉢} = 8, \quad \therefore \boxed{㉢} = 4$

$\boxed{㉠} \times 4 = 12, \quad \therefore \boxed{㉠} = 3$

$\boxed{㉡}^4 = 16, \quad \therefore \boxed{㉡} = 2$

27. $2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$

$2^{4n+3a} \div 2^{4n} = 2^9$

$4n + 3a - 4n = 9 \quad \therefore \ a = 3$

28. 가로의 길이가 $4a$이고 세로의 길이가 $2b$인 직사각형이 있다. 가로를 중심으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피는 세로를 중심으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인지 구하여라.

▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{b}{2a}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.
(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) × (높이) 이므로
가로를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :
$\pi \times (2b)^2 \times 4a = 16\pi ab^2$
세로를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :
$\pi \times (4a)^2 \times 2b = 32\pi a^2 b$
$\frac{(\text{가로 축 회전체})}{(\text{세로 축 회전체})} = \frac{16\pi ab^2}{32\pi a^2 b} = \frac{b}{2a}$

29. $\dfrac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m}=\dfrac{x^n}{y^3}$ 을 만족하는 m, n 에 대하여 다음 식의 값을 구하여라.

$(-8m^2n^3)^2\div 16m^3n^2\div(-n)^3$

▶ 답:

▷ 정답: -36

해설

$\dfrac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m}=\dfrac{x^n}{y^3}$

$\dfrac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m}=\dfrac{x^6y^3}{x^my^{2m}}=x^{6-m}\times y^{3-2m}$

$6-m=n,\ 3-2m=-3$

$-2m=-6,\ \therefore m=3$

$n=6-3=3,\ \therefore n=3$

$(-8m^2n^3)^2\div 16m^3n^2\div(-n)^3=64m^4n^6\div 16m^3n^2\div(-n)^3=-4mn$

$m=3,\ n=3$ 이므로, $-4mn=-4\times 3\times 3=-36$

30. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{5a-3ab+5b}{a+b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{3}{4}$

$\frac{a+b}{ab}=\frac{3}{4}$

$\therefore\ 3ab=4(a+b)$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{5(a+b)-3ab}{a+b} \\ &= \frac{5(a+b)-4(a+b)}{a+b} \\ &= \frac{a+b}{a+b} \\ &= 1\end{aligned}$$

31. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$일 때, $x^2 + y^2 + z^2$의 값을 a, b, c에 관하여 바르게 나타낸 것은?

① $\dfrac{bc}{c} + \dfrac{ac}{a} + \dfrac{ab}{b}$ ② $\dfrac{bc}{b} + \dfrac{ac}{c} + \dfrac{ab}{a}$ ③ $\dfrac{bc}{c} + \dfrac{ac}{b} + \dfrac{ab}{a}$

④ $\dfrac{bc}{b} + \dfrac{ac}{a} + \dfrac{ab}{c}$ ⑤ $\dfrac{bc}{a} + \dfrac{ac}{b} + \dfrac{ab}{c}$

해설

$x^2y^2z^2 = abc$이고

$x^2 = \dfrac{abc}{y^2z^2} = \dfrac{abc}{b^2} = \dfrac{ac}{b}$

$y^2 = \dfrac{abc}{x^2z^2} = \dfrac{abc}{c^2} = \dfrac{ab}{c}$

$z^2 = \dfrac{abc}{x^2y^2} = \dfrac{abc}{a^2} = \dfrac{bc}{a}$

$\therefore\ x^2 + y^2 + z^2 = \dfrac{ac}{b} + \dfrac{ab}{c} + \dfrac{bc}{a}$

32. n 이 자연수일 때, 다음을 간단히 하여라.
$(-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3}$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

주어진 식을 지수법칙에 의하여 간단히 하면
$(-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3}$
$= (-1)^n x^n \times (-1)^{n+3}(x)^{n+3} + x^{2n+3}$
$= (-1)^{2n+3} x^{2n+3} + x^{2n+3}$
$2n+3$ 은 n 이 짝수일 때와 홀수일 때 모두 홀수이므로
$(-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3}$
$= (-1)^{2n+3} x^{2n+3} + x^{2n+3}$
$= -x^{2n+3} + x^{2n+3} = 0$

33. $a=\dfrac{1}{2^{2x-1}}, b=\dfrac{1}{3^x}$ 일 때, 12^x 을 $a,\ b$ 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{2}{ab}$

해설

$12x=(2^2\times 3)^x=2^{2x}\times 3^x$ 이므로 주어진 $a,\ b$ 를 $2^{2x}, 3^x$ 으로 정리하면

$2^{2x-1}=\dfrac{1}{a}$ 에서 $2^{2x}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{a}$ $\quad\therefore\ 2^{2x}=\dfrac{2}{a}$

$\dfrac{1}{3^x}=b$ 에서 $\quad\therefore\ 3^x=\dfrac{1}{b}$

$\therefore\ 12^x=2^{2x}\times 3^x=\dfrac{2}{a}\times\dfrac{1}{b}=\dfrac{2}{ab}$

34. $3^{3^{(3)^4}}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

3 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1 이 계속 반복된다.
$3^{3^{(3)^4}} = 3^{3^{81}}$ 에서 3^{81} 의 일의 자리의 숫자는 $81 = 4 \times 20 + 1$ 이므로 3 이다.
$x = 3^{81}$ 일 때, 3^x 의 일의 자리의 숫자는 3^3 의 일의 자리의 숫자와 같으므로 $3^{3^{(3)^4}} = 3^{3^{81}}$ 의 일의 자리의 숫자는 $3 = 4 \times 0 + 3$ 이므로 7 이다.

35. 두 순서쌍 $(a\ b)$, $(c,\ d)$ 에 대하여 $(a,\ b)(c,\ d) = ac + ad + bc + bd$ 로 정의한다. $(px,\ y)(qy,\ 3x) = -3x^2 + xy + 2y^2$ 일 때, 상수 $p,\ q$ 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = -1$

▷ 정답 : $q = 2$

해설

$(px,\ y)\ (qy,\ 3x)$

$= pqxy + 3px^2 + qy^2 + 3xy$

$= 3px^2 + (3 + pq)xy + qy^2$

따라서 $3px^2 + (3 + pq)xy + qy^2 = -3x^2 + xy + 2y^2$ 이므로

$\therefore\ p = -1,\ q = 2$