

1. 부등식 $(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 일 때, 부등식 $ax + b > 0$ 의 해를 구하면?

① $x < -\frac{1}{2}$

② $x < -\frac{1}{3}$

③ $x > -\frac{1}{2}$

④ $x > -\frac{1}{3}$

⑤ $x > -1$

해설

$(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 이라면

$$a+b < 0 \quad \text{..... ㉠}$$

$$-\frac{2a-b}{a+b} = -1 \quad \text{..... ㉡}$$

㉡에서 $a = 2b$ 이고 $a+b = 2b+b = 3b < 0$

$\therefore b < 0$

$ax + b > 0$ 에서 $2bx + b > 0, 2bx > -b$

$b < 0$ 이므로 $x < -\frac{1}{2}$

2. 다음 부등식의 해집합을 S 라고 하면 $S = \{x \mid a < x \leq 6\}$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 8 < 5x + 4 \\ 3x + 4 \leq x - b \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: 64

해설

$$2x - 8 < 5x + 4$$

$$3x > -12$$

$$x > -4$$

$$\therefore a = -4$$

$$3x + 4 \leq x - b$$

$$2x \leq -4 - b$$

$$x \leq \frac{-4 - b}{2}$$

$$\frac{-4 - b}{2} = 6$$

$$-4 - b = 12$$

$$\therefore b = -16$$

따라서 $ab = (-4) \times (-16) = 64$ 이다.

3. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} 2(2x-3) > x+3 \\ 5x-9 < 2(3x+7) \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: $x > 3$

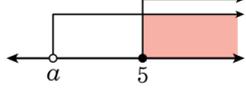
해설

$$\begin{aligned} \text{i) } & 2(2x-3) > x+3 \\ & \Rightarrow 4x-6 > x+3 \\ & \Rightarrow x > 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } & 5x-9 < 2(3x+7) \\ & \Rightarrow -x < 23 \\ & \Rightarrow x > -23 \end{aligned}$$

$$\therefore x > 3$$

4. x 에 대한 연립부등식 $\begin{cases} 0.2x - 0.4 \geq 0.6 \\ 0.4 + x > 0.2x - 1.2 \end{cases}$ 의 해를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같을 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$0.2x - 0.4 \geq 0.6$ 의 양변에 10을 곱하면
 $2x - 4 \geq 6, \quad 2x \geq 10$
 $x \geq 5$
 $0.4 + x > 0.2x - 1.2$ 의 양변에 10을 곱하면
 $4 + 10x > 2x - 12$
 $8x > -16$
 $x > -2$
 $\therefore a = -2$

5. 다음은 연립부등식 $-6 \leq 3x - 4 < 9$ 를 세 친구가 각각 풀이한 것이다. 다음 중 풀이 과정이 틀린 친구는 누구인지 찾아라.

<우주>
 $-6 \leq 3x - 4 < 9$ 를 나누어 풀면
 (i) $-6 \leq 3x - 4$
 $-3x \leq -4 + 6$
 $-3x \leq 2$
 $x \geq -\frac{2}{3}$
 (ii) $3x - 4 < 9$
 $3x < 9 + 4$
 $3x < 13$
 $x < \frac{13}{3}$
 ...

<명수>
 $-6 \leq 3x - 4 < 9$ 를 각 변에 4 를 더하면 $-2 \leq 3x < 13$ 이다.
 그리고 각 변에 3 을 나누면 $-\frac{2}{3} \leq x < \frac{13}{3}$ 이다. ...

<유나>
 $-6 \leq 3x - 4 < 9$ 를 각 변에 3 을 나누면 $-2 \leq x - 4 < 3$ 이다.
 그리고 각 변에 4 을 더하면 $2 \leq x < 7$ 이다. ...

▶ 답:

▷ 정답: 유나

해설

<우주>와 <명수>의 풀이방법은 옳다.
 <유나>의 풀이방법 중
 $-6 \leq 3x - 4 < 9$ 를
 각 변에서 3을 나누면 (\Rightarrow 각 변에 4를 더한 후 3으로 나누어주어야 한다.)
 $-2 \leq x - 4 < 3$ 이다.
 그리고 각 변에 4을 더하면 $2 \leq x < 7$ 이다.
 이 부등식의 해를 구해보면
 $-6 \leq 3x - 4 < 9$
 $-6 + 4 \leq 3x < 9 + 4$
 $-2 \leq 3x < 13$
 $-\frac{2}{3} \leq x < \frac{13}{3}$
 이 된다.

6. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - 1 < 3x + 5 \\ 6x + a \leq 7x + 1 \end{cases}$ 을 동시에 만족하는 정수의 개수가 2개 일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

▶ 답:

▷ 정답: $4 < a \leq 5$

해설

$4x - 1 < 3x + 5$ 를 풀면 $x < 6$ 이고, $6x + a \leq 7x + 1$ 을 풀면 $a - 1 \leq x$ 이다.
따라서 $a - 1 \leq x < 6$ 을 만족하는 정수의 개수가 2개이기 위해서 $3 < a - 1 \leq 4$, 따라서 $4 < a \leq 5$ 이다.

7. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\begin{cases} 3x - 2 \leq -2(x - 4) \\ -(x - 5) \leq x + 1 \end{cases}$
 ㉡ $\begin{cases} x - 3 \geq 2x + 1 \\ 6x - 1 > 2x + 11 \end{cases}$
 ㉢ $\begin{cases} -x - 5 < 3x + 7 \\ \frac{1}{2}x + 3 > \frac{2x - 2}{3} \end{cases}$
 ㉣ $\begin{cases} 2(x + 1) < x - 6 \\ 2x - 4 < 5(x - 2) \end{cases}$
 ㉤ $2x - 3 \leq 3x + 1 < x + 9$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

해설

- ㉡ $\begin{cases} x - 3 \geq 2x + 1 & \therefore x \leq -4 \\ 6x - 1 > 2x + 11 & \therefore x > 3 \end{cases}$
 $\therefore x \leq -4, x > 3$ (해가 없다.)
- ㉣ $\begin{cases} 2(x + 1) < x - 6 \text{에서 } 2x + 2 < x - 6 \\ \therefore x < -8 \\ 2x - 4 < 5(x - 2) \text{에서 } 2x - 4 < 5x - 10 \\ \therefore 2 < x \end{cases}$
 $\therefore x < -8, x > 2$ (해가 없다.)
- ㉠ $\begin{cases} 3x - 2 \leq -2(x - 4) \text{에서 } 5x \leq 10 & \therefore x \leq 2 \\ -(x - 5) \leq x + 1 \text{에서 } 4 \leq 2x & \therefore 2 \leq x \end{cases}$
 $\therefore x = 2$
- ㉢ $\begin{cases} -x - 5 < 3x + 7 & \therefore x > -3 \\ \frac{1}{2}x + 3 > \frac{2x - 2}{3} \text{에서 } 3x + 18 > 2(2x - 2) \\ \therefore x < 22 \end{cases}$
 $\therefore -3 < x < 22$
- ㉤ $\begin{cases} 2x - 3 \leq 3x + 1 & \therefore x \geq -4 \\ 3x + 1 < x + 9 & \therefore x < 4 \end{cases}$
 $\therefore -4 \leq x < 4$

8. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - a < 5 \\ 2(3 - x) \leq 7 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a \leq -7$

해설

$$2(3 - x) \leq 7$$

$$6 - 2x \leq 7$$

$$-2x \leq 1$$

$$\therefore x \geq -\frac{1}{2}$$

$$4x - a < 5$$

$$\therefore x < \frac{a+5}{4}$$

해가 없으려면 $\frac{a+5}{4} \leq -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $a+5 \leq -2$ 이므로 $a \leq -7$ 이다.

9. 연속하는 세 자연수의 합이 69 보다 크고 72 이하일 때, 세 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

▷ 정답 : 24

▷ 정답 : 25

해설

세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 이라하면

$$69 < x-1 + x + x+1 \leq 72$$

$$69 < 3x \leq 72$$

$$23 < x \leq 24$$

$$\therefore x = 24$$

따라서 연속하는 세 자연수는 23, 24, 25 이다.

11. 일차부등식 $|x+1|+|x-3|<6$ 을 만족하는 x 의 최대 정수의 값은?

- ① 6 ② 5 ③ 3 ④ 4 ⑤ 2

해설

- i) $x < -1$ 일 때 $-(x+1)-(x-3) < 6, -2x < 4 \therefore x > -2$
공통부분은 $-2 < x < -1$
- ii) $-1 \leq x \leq 3$ 일 때 $x+1-(x-3) < 6 \therefore 4 < 6$
 $-1 \leq x \leq 3$ 은 성립
- iii) $x \geq 3$ 일 때 $x+1+x-3 < 6, 2x < 8 \therefore x < 4$
공통부분은 $3 \leq x < 4$
- 세 경우를 합하면 $-2 < x < 4$
 $\therefore x$ 의 최대정수 : 3

12. 평지의 공원에 둘레의 길이는 200m로 일정하고 넓이는 900m^2 이상인 직사각형 모양의 화단을 만들려고 한다. 이 때, 만들어지는 화단의 가로 최대 길이는?

- ① 40 m ② 50 m ③ 90 m
④ 100 m ⑤ 150 m

해설

화단의 가로 길이를 $x\text{m}$ 라고 하면
세로의 길이는 $(100 - x)\text{m}$ 이다.
가로, 세로의 길이는 모두 양수이므로
 $x > 0, 100 - x > 0$ 에서 $0 < x < 100 \cdots$ (가)
 900m^2 이상이므로
 $x(100 - x) \geq 900$
 $x^2 - 100x + 900 \leq 0, (x - 10)(x - 90) \leq 0$
 $\therefore 10 \leq x \leq 90$
이것은 (가)를 만족하므로
가로의 최대 길이는 90m이다.

14. 이차함수 $y = -x^2 + (a-1)x + 3a$ 의 그래프가 직선 $y = x - 2$ 보다 항상 아래쪽에 있기 위한 실수 a 값의 범위는?

- ① $-3 < a < 1$ ② $-6 < a < -2$ ③ $a \geq 3, a \leq -1$
④ $a \geq 0$ ⑤ $a \leq 5$

해설

$$x - 2 > -x^2 + (a-1)x + 3a$$
$$\Rightarrow x^2 - (a-2)x - 2 - 3a > 0$$

항상 성립하려면, 판별식이 0 보다 작아야 한다.

$$\Rightarrow D = (a-2)^2 - 4(-2-3a) < 0$$

$$\Rightarrow a^2 + 8a + 12 < 0$$

$$\Rightarrow -6 < a < -2$$

15. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, 방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로
 $x-1 > 0$, $x > 0$, $x+1 > 0$, $x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \dots\dots ㉠$
한편, 둔각삼각형이 되려면
 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$
 $x^2 - 4x < 0$ 에서 $0 < x < 4 \dots\dots ㉡$
㉠, ㉡에서 $2 < x < 4$
 $\therefore a = 2, b = 4$
따라서 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은
 $\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$

16. 연립부등식 $-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$ 의 해가 $\frac{2}{5} < x < b$ 일때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$$

$$\rightarrow \begin{cases} -7.2 < 2x-a \\ 2x-a < -6x \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x > \frac{a-7.2}{2} \\ x < \frac{a}{8} \end{cases}$$

$$\frac{a-7.2}{2} < x < \frac{a}{8} \text{ 가 } \frac{2}{5} < x < b \text{ 이므로}$$

$$\frac{a-7.2}{2} = \frac{2}{5}$$

$$5a-36 = 4$$

$$\therefore a = 8$$

$$\therefore b = \frac{a}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

18. 다음 두 식을 동시에 만족하는 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하면?

$$\begin{aligned} |x^2 - 2x| &= y - 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{A} \\ y &\leq x + 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{B} \end{aligned}$$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

\textcircled{A} 에서 $y = |x^2 - 2x| + 1$ 이므로
 \textcircled{B} 에 대입하면 $|x^2 - 2x| \leq x$
 (i) $x^2 - 2x \geq 0$ ($x \leq 0, x \geq 2$) 일 때
 $x^2 - 2x \leq x$
 $\therefore x(x - 3) \leq 0$
 $\therefore 0 \leq x \leq 3$
 조건과 공통 범위를 구하면 $x = 0, 2 \leq x \leq 3$
 (ii) $x^2 - 2x < 0$ ($0 < x < 2$) 일 때
 $-(x^2 - 2x) \leq x$
 $\therefore x(x - 1) \geq 0$
 $\therefore x \leq 0, x \geq 1$
 조건과 공통 범위를 구하면 $1 \leq x < 2$
 (i), (ii)에서 정수 x 를 구하면 $x = 0, 1, 2, 3$
 x 의 값을 \textcircled{A} 에 차례로 대입하면 $y = 1, 2, 1, 4$
 구하는 순서쌍 (x, y) 는
 $(0, 1), (1, 2), (2, 1), (3, 4)$
 따라서 구하는 개수는 4 개다.

19. 모든 실수 x 에 대하여 $(|a|+a)x \geq a^2+a-20$ 이 성립할 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

- ① 9개 ② 6개 ③ 5개 ④ 4개 ⑤ 3개

해설

$(|a|+a)x \geq a^2+a-20$ 에서

a 의 부호에 따라 범위를 나누면,

① $a < 0$: $|a| = -a$

$0 \cdot x \geq a^2 + a - 20$, $(a+5)(a-4) \leq 0$ 에서

$-5 \leq a \leq 4$

$\therefore -5 \leq a < 0$

② $a = 0$: $0 \cdot x \geq -20$ 이므로, 항상 성립한다.

$\therefore a = 0$

③ $a > 0$: $|a| = a$

$2a \cdot x \geq a^2 + a - 20$, $x \geq \frac{1}{2a}(a^2 + a - 20)$

모든 x 에 대해서 위 부등식이 성립할 수 없다.

\therefore ①과 ②를 동시에 만족하는 a 의 범위는 $-5 \leq a \leq 0$,

따라서 정수 a 의 개수는 6개

20. $\alpha < 0 < \beta$ 이고 이차부등식 $ax^2 + bx + c < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, 이차부등식 $cx^2 + bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$ ② $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$
 ③ $x < \frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > \frac{1}{\beta}$ ④ $x < \frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$
 ⑤ b 의 부호에 따라 다르다.

해설

$ax^2 + bx + c < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ ($\alpha < 0 < \beta$) 이므로
 $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$, $a > 0$

$$\therefore \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a} < 0 \quad \therefore c < 0$$

따라서,

$$\begin{aligned} cx^2 + bx + a &= c \left(x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c} \right) \\ &= c \left(x^2 - \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}x + \frac{1}{\alpha\beta} \right) \\ &= c \left\{ x^2 - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right)x + \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} \right\} \\ &= c \left(x - \frac{1}{\alpha} \right) \left(x - \frac{1}{\beta} \right) < 0 \end{aligned}$$

$c < 0$ 이고 $\frac{1}{\alpha} < 0 < \frac{1}{\beta}$ 이므로 구하는 해는 $x < \frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > \frac{1}{\beta}$

21. 연립방정식
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = k \\ x + y + 2z = 2k^2 \end{cases}$$
 의 해 x, y, z 가 모두 양수일 때, k 의

값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < k < 0$ ② $1 < k < \frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{2} < k < \frac{3}{4}$
 ④ $-2 < k < -\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} < k < 1$

해설

i)
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \cdots \text{㉠} \\ x + 2y + z = k \cdots \text{㉡} \\ x + y + 2z = 2k^2 \cdots \text{㉢} \end{cases}$$
 라 하면

㉠ $\times 3 - \text{㉡} - \text{㉢}$ 에서
 $4x = -2k^2 - k + 3$
 $= -(2k + 3)(k - 1) > 0 \cdots \text{㉣}$

㉡ $\times 3 - \text{㉢} - \text{㉠}$ 에서
 $4y = -2k^2 + 3k - 1$
 $= -(2k - 1)(k - 1) > 0 \cdots \text{㉤}$

㉢ $\times 3 - \text{㉠} - \text{㉡}$ 에서
 $4z = 6k^2 - k - 1$
 $= (3k + 1)(2k - 1) > 0 \cdots \text{㉥}$

ii) ㉣에서 $-\frac{3}{2} < k < 1$

㉤에서 $\frac{1}{2} < k < 1$

㉥에서 $k < -\frac{1}{3}, k > \frac{1}{2}$

이들의 공통부분은 $\frac{1}{2} < k < 1$

22. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 6 - a = 0$ 의 모든 실근이 모두 1보다 클 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $3 < a \leq 7$

② $-3 \leq a < 7$

③ $-7 < a \leq -3$

④ $a \leq 3$ 또는 $a > 7$

⑤ $a < -7$ 또는 $a \geq -3$

해설

이차함수 $f(x) = x^2 + 2ax + 6 - a$ 의 그래프를 생각하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 6 + a \geq 0, \quad (a+3)(a-2) \geq 0$$

$$\therefore a \leq -3, a \geq 2 \cdots \text{㉠}$$

$$f(1) = 1 + 2a + 6 - a > 0$$

$$\therefore a > -7 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{대칭축 } x = -a \text{ 에서 } -a > 1$$

$$\therefore a < -1 \cdots \text{㉢}$$

$$\text{㉠, ㉡, ㉢의 공통범위는 } -7 < a \leq -3$$

23. 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ 의 두 근이 각각 0 과 1 및 1 과 2 사이에 있도록 k 값의 범위를 구하면?

- ① $k < 0, k > 1$ ② $k \leq 0, k \geq 2$ ③ $0 < k < 1$
④ $0 \leq k \leq 1$ ⑤ $0 < k < 2$

해설

$x^2 - 2x + k = f(x)$ 라 하면
 $f(0) > 0, f(1) < 0, f(2) > 0$
 $\therefore k > 0, k < 1$
 $\therefore 0 < k < 1$

24. 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 의 두 근 중 한 근만이 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두근 사이에 존재할 때, 실수 k 의 범위는?

- ① $2 < k < 4$ ② $1 < k < 6$ ③ $5 < k < 8$
④ $5 < k < 12$ ⑤ $8 < k < 12$

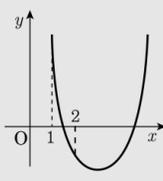
해설

$f(x) = x^2 - 6x + k$ 에서 그래프의 중심축이 $x = 3$ 이므로 다음 그림과 같은 형태로 그래프가 그려질 때 주어진 조건을 만족한다.

$$f(1) = k - 5 > 0, k > 5$$

$$f(2) = k - 8 < 0, k < 8$$

$$\therefore 5 < k < 8$$

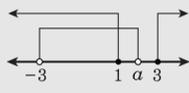


25. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + ax + b < 0 \\ |x - 2| \geq 1 \end{cases}$ 의 해가

$-3 < x \leq 1$ 이고, $|a| + |b| = 5$ 를 만족하는 두 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설



$$|x - 2| \geq 1 \Rightarrow x \geq 3 \text{ 또는 } x \leq 1$$

또, 해가 $-3 < x \leq 1$ 이므로

$x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이

-3 임을 알 수 있다.

따라서, 두 근을 $\alpha, -3$ 이라고 하면

근과 계수의 관계에서

$$-a = (\alpha - 3) < 0 \Rightarrow a > 0 \dots \textcircled{1}$$

$$b = \alpha \times (-3) < 0 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에서 } |a| + |b| = 5 \Rightarrow a - b = 5$$

$$x = -3 \text{ 대입 } 9 - 3a + b = 0$$

$$\Rightarrow a = 2, b = -3$$

$$\therefore a + b = -1$$