

1. 이차방정식 $x^2 - x + 4 = 0$ 의 근을 구하면?

- ① $x = 1 \pm \sqrt{3}$ ② $x = 1 \pm \sqrt{15}$ ③ $x = -1 \pm \sqrt{15}i$
④ $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용한다.

$$x^2 - x + 4 = 0, \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$$

2. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은?
(단, m 은 상수)

① 3

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -3, 1$

따라서, 다른 근은 -3

3. 이차방정식 $x^2 - 2x + m = 0$ 이 허근을 가질 때, 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m < 1$

② $-1 < m < 1$

③ $m < -1$ 또는 $m > 1$

④ $m > 1$

⑤ $m > -1$

해설

주어진 이차방정식이 허근을 가지려면

$$D/4 = 1 - m < 0$$

$$\therefore m > 1$$

4. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 판별식을 D 라고 할 때 $|\alpha - \beta|$ 는 다음 중 어느 것과 같은가?

① $\frac{\sqrt{D}}{a}$

② $\frac{-\sqrt{D}}{a}$

③ $\frac{\sqrt{D}}{|a|}$

④ $-\frac{\sqrt{D}}{|a|}$

⑤ $-\frac{D}{|a|}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\therefore \alpha = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \beta = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \text{ (단, } D = b^2 - 4ac \text{)}$$

$$\therefore |\alpha - \beta| = \left| \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{-b + \sqrt{D} + b + \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{2\sqrt{D}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$$

5. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

- ① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 2 \quad \alpha\beta = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 7$$

6. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① $x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.
- ② $x = -2$ 일 때, 최솟값 3을 갖는다.
- ③ $x = 2$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.
- ④ $x = 2$ 일 때, 최솟값 3을 갖는다.
- ⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

해설

$x = 2$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

7. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, \quad a - 1 = 0$$

$$\text{공통근 : } a = 1$$

8. x 에 대한 이차방정식 $2mx^2 + (5m+2)x + 4m+1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}, -2$ ② $-\frac{7}{12}, -\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{7}{2}, 2$
④ $-\frac{2}{7}, 2$ ⑤ $\frac{2}{7}, \frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 중근을 가질 조건은 $D = 0$ 이므로

$$D = (5m+2)^2 - 4 \cdot 2m \cdot (4m+1) = 0$$

$$25m^2 + 20m + 4 - 32m^2 - 8m = 0$$

$$7m^2 - 12m - 4 = 0$$

$$(7m+2)(m-2) = 0$$

$$\therefore m = -\frac{2}{7} \text{ 또는 } 2$$

9. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a+3)x + a^2 + 7 = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \geq 0$

② $-1 < a < 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a \geq -\frac{1}{3}$

⑤ $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a+3)^2 - (a^2+7) \geq 0$$

$$a^2 + 6a + 9 - a^2 - 7 \geq 0$$

$$6a + 2 \geq 0 \quad \therefore a \geq -\frac{1}{3}$$

10. 이차함수 $y = x^2 + (k - 3)x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $-1 < k < 7$ ② $-1 < k < 8$ ③ $0 < k < 9$
④ $1 < k < 9$ ⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
 x 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k - 3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
 $D = (k - 3)^2 - 4k < 0$
 $k^2 - 10k + 9 < 0, (k - 1)(k - 9) < 0$
 $\therefore 1 < k < 9$

11. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

- ① $m < -1, m > 3$ ② $m < 1, m > 5$ ③ $-1 < m < 3$
④ $-1 < m < 5$ ⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면
 $x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$
 $m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$
 $\therefore m < 1, m > 5$

12. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

13. 이차방정식 $mx^2 + (3m-5)x - 24 = 0$ 의 두 근의 절대값의 비가 3 : 2 일 때, 양수 m 의 값은? (단, m 은 정수가 아니다.)

- ㉠ $\frac{25}{9}$ ㉡ $\frac{23}{9}$ ㉢ $\frac{8}{3}$ ㉣ $\frac{7}{3}$ ㉤ $\frac{22}{9}$

해설

두 근을 α, β 라고 하면

$$\alpha + \beta = -\frac{3m-5}{m}, \alpha\beta = -\frac{24}{m} \text{에서}$$

$m > 0$ 이므로 $\alpha\beta < 0$

$|\alpha| : |\beta| = 3 : 2$ 이므로

두 근을 $3\alpha, -2\alpha$ 라 하면

$$3\alpha + (-2\alpha) = -\frac{3m-5}{m}, 3\alpha \cdot (-2\alpha) = -\frac{24}{m}$$

$$\therefore \alpha = -\frac{3m-5}{m}, -6\alpha^2 = -\frac{24}{m}$$

$$\left(\frac{3m-5}{m}\right)^2 = \frac{4}{m}, (9m-25)(m-1) = 0$$

m 은 정수가 아니므로 $m = \frac{25}{9}$

14. 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + ax$ 의 최댓값이 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + 9$ 의 최솟값과 같을 때, a 의 값은?

① 2 ② -2 ③ 4 ④ -4 ⑤ 6

해설

$$i) y = \frac{1}{2}ax^2 + ax = \frac{1}{2}a(x+1)^2 - \frac{1}{2}a$$

따라서, $x = -1$ 일 때 최댓값 $-\frac{1}{2}a$ 를 갖는다.

$$ii) y = 2x^2 + 8x + 9 = 2(x+2)^2 + 1$$

따라서, $x = -2$ 일 때, 최솟값 1 을 갖는다.

$i)$ 의 최댓값과 $ii)$ 의 최솟값이 같으므로

$$-\frac{1}{2}a = 1 \text{ 에서 } a = -2$$

15. m 이 실수일 때, x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2mx + 2m^2 - 2m - 3 = 0$ 의 두 실근 α, β 에 대하여 $\alpha\beta$ 의 최댓값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^2 + 2mx + 2m^2 - 2m - 3 = 0$ 이 실근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = m^2 - (2m^2 - 2m - 3) \geq 0$$

$$m^2 - 2m - 3 \leq 0, (m+1)(m-3) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq m \leq 3$$

한편, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha\beta = 2m^2 - 2m - 3 = 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{2}$$

이 때, $-1 \leq m \leq 3$ 이므로 $m = 3$ 일 때

$\alpha\beta$ 의 최댓값은 9이다.