

1. 실수 x, y 에 대하여, 등식 $2x + y + (x - 3y)i = 3 + 2i$ 가 성립할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{11}$ ② 11 ③ 7 ④ -7 ⑤ -11

해설

$2x + y = 3, x - 3y = 2$ 이므로

$$x = \frac{11}{7}, y = -\frac{1}{7}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{11}{7} \times -\frac{7}{1} = -11$$

2. $2|x-1|+x-4=0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -2

해설

i) $x < 1$ 일 때,

$$-2(x-1) + (x-4) = 0$$

$$\therefore x = -2$$

ii) $x \geq 1$ 일 때,

$$2(x-1) + x - 4 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 구하는 해는 $x = -2$ 또는 $x = 2$ 이다.

3. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 + 1$$

따라서 $x = -4$ 일 때, 최댓값은 1 이다.

4. 두 점 $A(5, -11)$, $B(-4, 7)$ 일 때, 선분 AB 를 $2 : 1$ 로 내분하는 점의 좌표는 $P(a, b)$, 선분 AB 를 $2 : 1$ 로 외분하는 점의 좌표는 $Q(c, d)$ 이다. 이때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} P(a, b) &= \left(\frac{2 \cdot (-4) + 1 \cdot (5)}{2 + 1}, \frac{2 \cdot 7 + 1 \cdot (-11)}{2 + 1} \right) \\ &= (-1, 1) \\ Q(c, d) &= \left(\frac{2 \cdot (-4) - 1 \cdot (5)}{2 - 1}, \frac{2 \cdot 7 - 1 \cdot (-11)}{2 - 1} \right) \\ &= (-13, 25) \\ \therefore a + b + c + d &= -1 + 1 - 13 + 25 = 12 \end{aligned}$$

5. 네 점 $O(0, 0)$, $A(3, 1)$, $B(4, 3)$, $C(a, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\square OABC$ 가 평행사변형일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

평행사변형 $OABC$ 에서 두 대각선 OB , AC 의 중점이 일치하므로

$$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

$$\frac{a+3}{2} = 2 \text{에서 } a = 1$$

$$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2} \text{에서 } b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

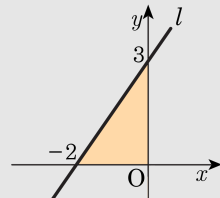
6. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

7. 다음 연립방정식이 $x = y = 0$ 이외의 해를 가질 때, k 의 값은?

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + y = kx \end{cases}$$

- ① $\frac{5}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$\begin{aligned} x + 2y &= 0 \cdots \textcircled{1}, \\ 3x + y &= kx \cdots \textcircled{2} \\ \textcircled{1} - \textcircled{2} \times 2 \text{ 하면 } (2k - 5)x &= 0 \\ \textcircled{1} \times (3 - k) - \textcircled{2} \text{ 하면 } (2k - 5)y &= 0 \end{aligned}$$

따라서 $k \neq \frac{5}{2}$ 일 때

$$x = y = 0$$

$k = \frac{5}{2}$ 일 때

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 는 $x + 2y = 0$ 이 되어 부정

(참고) $k \neq \frac{5}{2}$ 일 때

두 직선은 원점에서 만나고,

$k = \frac{5}{2}$ 일 때 두 직선은 모두

원점을 지나면서 일치한다.

결국 기울기가 같으면 되므로 처음부터

$-\frac{1}{2} = k - 3$ 으로 해도 된다.

8. 두 직선 $mx - y + m + 1 = 0$ 과 $y = -x + 2$ 가 제1사분면에서 만나도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{3} < m < 1$ ② $-\frac{1}{3} < m < 1$
 ③ $-1 < m < 2$ ④ $m < -\frac{1}{3}, m > 1$
 ⑤ $-1 < m < -\frac{1}{3}$

해설

$$mx - y + m + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\Leftrightarrow m(x + 1) - (y - 1) = 0 \text{ 에서}$$

이 직선은 m 의 값에 관계없이

항상 점 $(-1, 1)$ 을 지난다.

다음 그림에서 $\textcircled{1}$ 이 직선 $y = -x + 2$

와

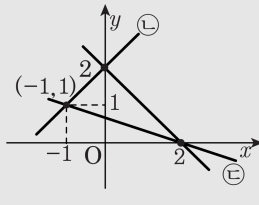
제1사분면에서 내려면 $\textcircled{1}$ 의 기울기 m

은

$\textcircled{L}$ 의 기울기 $\frac{2-1}{0-(-1)} = 1$ 보다 작고

$\textcircled{R}$ 의 기울기 $\frac{0-1}{2-(-1)} = -\frac{1}{3}$ 보다 커야한다.

$$\therefore -\frac{1}{3} < m < 1$$



9. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0, m + n = -3$$

$$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2, m - n = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = -1, n = -2$

$$\therefore mn = 2$$

10. 다항식 $2x^3 + 3x^2 + ax + b$ 가 $x + 2$ 로 나누어 떨어질 때, $2a - b$ 의 값은?

① 28

② 12

③ 6

④ -4

⑤ -12

해설

준식을 $f(x)$ 라 하면 $f(-2) = 0$ 이므로
 $-16 + 12 - 2a + b = 0$ 에서 $2a - b = -4$

11. 다음 중 $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x + y$

② $-x - y$

③ $x + y - 2$

④ $x - y$

⑤ $2x + 2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (x^2 + 2xy + y^2) - 2(x + y) \\&= (x + y)^2 - 2(x + y) \\&= (x + y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

한편,

$$\begin{aligned}(x + y)(x + y - 2) &= -(-x - y)(x + y - 2) \\&= \frac{1}{2}(2x + 2y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

12. 방정식 $x^2 - 2|x| - 3 = 0$ 의 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

i) $x \geq 0$ 일 때
 $x^2 - 2x - 3 = 0, (x + 1)(x - 3) = 0$
 $x = -1$ 또는 $x = 3$
그런데 $x \geq 0$ 이므로 $x = 3$
ii) $x < 0$ 일 때
 $x^2 + 2x - 3 = 0, (x - 1)(x + 3) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = -3$
그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -3$
(i), (ii) 에서 $x = 3$ 또는 $x = -3$
따라서 근의 합은 0이다.

13. 좌표평면 위에 서로 다른 세 점 $A(-2k-1, 5)$, $B(k, -k-10)$, $C(2k+5, k-1)$ 가 일직선 위에 있을 때, k 의 값의 곱을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

세 점 A, B, C가 일직선 위에 있으므로
직선 AB와 직선 BC의 기울기는 같다.

$$\frac{-k-10-5}{k-(-2k-1)} = \frac{(k-1)-(-k-10)}{2k+5-k}$$

이 식을 정리하면 $k^2 + 7k + 12 = 0$

$\therefore k$ 의 값의 곱은 12이다.

14. $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값과 $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값을 차례대로 구하면?
(단, $x > 0$)

① 5, 6

② 7, 18

③ 8, 16

④ 9, 18

⑤ 10, 27

해설

$$x + \frac{1}{x} = 3 \text{ 일 때}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 27 - 9 = 18$$

15. a, b, c 가 $\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 나타낼 때, 다음 등식 $a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 = 0$ 을 만족하는 삼각형의 모양은?
- ① 직삼각형
 - ② 이등변삼각형
 - ③ 직각삼각형
 - ④ 직각이등변삼각형
 - ⑤ 이등변삼각형 또는 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 &= 0 \\ a^2(a + b) - b^2(a + b) - c(a^2 - b^2) &= 0 \\ (a + b)(a^2 - ac + bc - b^2) &= 0 \\ (a + b)\{((a - b)(a + b) - c(a - b))\} &= 0 \\ (a + b)(a - b)(a + b - c) &= 0 \\ a + b > 0, a + b - c > 0 \text{ 이므로 } a &= b \\ \therefore a = b \text{ 인 이등변삼각형} \end{aligned}$$

16. 세 개의 실수 a, b, c 에 대하여 $[a, b, c] = (a-b)(a-c)$ 라 할 때,
 $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] = 0$ 이면 $[a, b, c]$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(a-b)(a-c) + (b-c)(b-a) + (c-a)(c-b) = 0$$

$$\text{전개하여 정리하면 } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore [a, b, c] = (a-b)(a-c) = 0$$

17. 다음 중 $(2+3i)z+(2-3i)\bar{z}=2$ 를 만족하는 복소수 z 의 개수는? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

① 없다.

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 무수히 많다.

해설

$z = a + bi$ 로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ (단, a, b 는 실수)이므로 주어진 식에 대입하면

$$(2+3i)(a+bi) + (2-3i)(a-bi) = 2$$

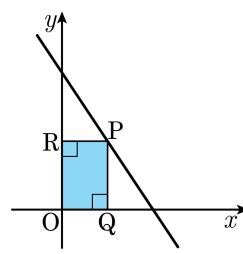
$$(2a-3b) + (3a+2b)i + (2a-3b) - (3a+2b)i = 2$$

$$2(2a-3b) = 2$$

$$\therefore 2a-3b = 1$$

따라서 $2a-3b=1$ 을 만족하는 a, b 는 무수히 많고, $z = a + bi$ 이므로 문제의 조건을 만족하는 z 가 무수히 많음을 알 수 있다.

18. 직선 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ 위를 움직이는 한 점 P 가 있다. 점 P 에서 x 축, y 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

직선의 방정식은 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 이므로

점 P 의 좌표를 (a, b) 로 놓으면 $b = -\frac{3}{2}a + 3$

$$\begin{aligned}\square\text{OQPR} &= ab = a \left(-\frac{3}{2}a + 3 \right) \\ &= -\frac{3}{2}a^2 + 3a \\ &= -\frac{3}{2}(a-1)^2 + \frac{3}{2}\end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이므로

$$a > 0, b = -\frac{3}{2}a + 3 > 0 \quad \therefore 0 < a < 2$$

따라서 $\square\text{OQPR}$ 의 넓이는 $a = 1$ 일 때, 최댓값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.

19. 다항식 $4x^3 + 6x^2 - 12x - 11$ 을 $x + 2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 하고 다항식 $Q(-2x + 3)$ 을 $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 r 이라 할 때, $R + r$ 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$4x^3 + 6x^2 - 12x - 11 = (x + 2)Q(x) + R$
 $x = -2$ 을 대입하면 $R = 5$
 $4x^3 + 6x^2 - 12x - 11 = (x + 2)Q(x) + 5 \cdots \text{㉠}$
 $Q(-2x + 3) = (x - 1)Q'(x) + r$
 $x = 1$ 을 대입하면 $r = Q(1)$
㉠에 $x = 1$ 을 대입하면,
 $4 + 6 - 12 - 11 = 3Q(1) + 5$ 에서 $Q(1) = r = -6$
 $\therefore R + r = 5 + (-6) = -1$

20. 자연수 n 에 대하여 $i(1+i)^n$ 이 양의 실수일 때, 다음 중 n 의 값이 될 수 있는 것은?

- ① 18
- ② 19
- ③ 20
- ④ 21
- ⑤ 22

해설

$i(1+i)^n = p(p > 0)$, $(1+i)^n = \frac{p}{i} = -pi$

즉, $(1+i)^n = \text{음수} \times i$ 이어야 한다.

이 때, n 이 홀수이면 $(1+i)^n$ 은 순허수꼴이 될 수 없다.

$n = 2k$ 일 때, $(1+i)^{2k} = (2i)^k$

$k = 4m$ 이면 $(2i)^{4m}$ 이 양의 정수이므로

$k = 4m + 1 \Rightarrow (1+i)^{2k} = (2i)^k = (2i)^{4m+1} \Rightarrow \text{양수} \times 2i$

$k = 4m + 2 \Rightarrow (1+i)^{2k} = (2i)^k = (2i)^{4m+2} \Rightarrow \text{양수} \times (-4)$

$k = 4m + 3 \Rightarrow (1+i)^{2k} = (2i)^k = (2i)^{4m+3} \Rightarrow \text{양수} \times (-8i)$

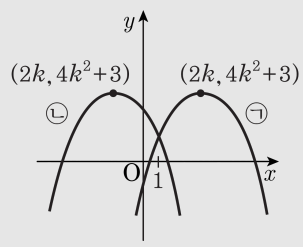
따라서 $k = 4m + 3$, 즉 $n = 2k = 8m + 6$ 일 때 조건을 만족한다.

주어진 수 중에서 알맞은 것은 22 이다.

21. $x \geq 1$ 에 대하여 $y = -x^2 + 4kx + 3$ 이 최댓값 11 을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하면?

- ① $\frac{9}{4}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $-\sqrt{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

해설



$$y = -x^2 + 4kx + 3 = -(x - 2k)^2 + (4k^2 + 3)$$

① 경우 : $2k \geq 1 \Rightarrow k \geq \frac{1}{2}$

최대 : $4k^2 + 3 = 11, k^2 = 2$

$\therefore k = \sqrt{2} \quad (\because k \geq \frac{1}{2})$

② 경우 : $2k \leq 1 \Rightarrow k \leq \frac{1}{2}$

최대 : $y = -1 + 4k + 3 = 4k + 2 = 11$

$k = \frac{4}{9}$ 인데 $k \leq \frac{1}{2}$ 이므로

$\therefore$ 해가 존재하지 않음.

$\therefore k = \sqrt{2}$