**1.** $x$에 관한 삼차식 $x^3+mx^2+nx+1$을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$로 나누면 나누어떨어진다고 한다. 이 때, $-3(m+n)$의 값은?

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 14 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3+mx^2+nx+1 \\ &= (x+1)\,Q(x)+5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3+mx^2+nx+1 \\ &= (x-2)\,Q'(x) \end{aligned}$$

$\therefore f(-1) = -1+m-n+1 = 5$

$f(2) = 8+4m+2n+1 = 0$

$\therefore m = \frac{1}{6},\ n = -\frac{29}{6}$

$\therefore m+n = -\frac{14}{3},\ -3(m+n) = 14$

**2.** 다항식 $f(x)$를 $(x+3)(x-6)$으로 나누었을 때의 나머지가 $x-2$이었다. $f(x)$를 $(x+3)$으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $-5$ ② $-4$ ③ $-3$ ④ $-2$ ⑤ $-1$

해설

$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x - 2$이므로
$f(-3) = -5$

**3.** 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 5$를 $x + 2$로 나누면 나머지가 3이다. $a$의 값은?

① 0 ② 2 ③ 3 ④ $-2$ ⑤ $-3$

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$라 놓자.
$f(-2) = 3$에서 $-2a + 9 = 3$
$\therefore\ a = 3$

**4.** 어떤 일차식 $g(x)$ 에 대하여
$x^4+2x^3-3x^2-g(x)=\left\{(x-\alpha)(x-\beta)\right\}^2$ 가 성립한다. 이 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

① $-2$　　② $-1$　　③ $0$　　④ $1$　　⑤ $2$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{우변}) &= \{(x-\alpha)(x-\beta)\}^2 \\
&= \left\{x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\right\}^2 \\
&= x^4-2(\alpha+\beta)x^3 \\
&\quad + \left\{(\alpha+\beta)^2+2\alpha\beta\right\}x^2-2\alpha\beta(\alpha+\beta)x+\alpha^2\beta^2 \\
&= x^4+2x^3-3x^2-g(x)
\end{aligned}
$$

$g(x)$ 가 일차식이므로 양변의 계수를 비교하면
$-2(\alpha+\beta)=2,\ (\alpha+\beta)^2+2\alpha\beta=-3$
$\therefore\ \alpha+\beta=-1,\ \alpha\beta=-2$

**5.** 모든 실수 $x$에 대하여 $P(x^2+1)=\left\{P(x)\right\}^2+1$, $P(0)=0$을 만족한다. 2차 이하의 다항식 $P(x)$의 계수의 합은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 무수히 많다.

해설

$P(x)=ax^2+bx+c$라 하면
$P(0)=0$에서 $c=0$ $\therefore$ $P(x)=ax^2+bx$
$P(x^2+1)=\left\{P(x)\right\}^2+1$이므로
$a(x^2+1)^2+b(x^2+1)=(ax^2+bx)^2+1$
$ax^4+2ax^2+a+bx^2+b=a^2x^4+2abx^3+b^2x^2+1$
양변의 계수를 비교하면
$a=a^2,\ 2ab=0,\ 2a+b=b^2,\ a+b=1$
$a^2=a$와 $a+b=1$에서
$(a,\ b)=(0,\ 1),\ (1,\ 0)$이 되는데
이 중 $(1,\ 0)$은 $2a+b=b^2$을 만족하지 않으므로 $(a,\ b)=(0,\ 1)$
즉, $P(x)=x$뿐이다.
$\therefore$ 계수의 합은 1

해설

$P(x^2+1)=\{P(x)\}^2+1$에서 $x=0$을 대입하면
$P(1)=\{P(0)\}^2+1$이 된다.
$P(1)=1$($\therefore$ 모든 계수의 합은 $x=1$ 대입)

**6.** 다음 등식이 $x$에 대한 항등식일 때, 상수$a, b, c, d$에 대하여 $a+b+c+d$의 값을 구하면? (단, $a < c$)

$$(x-a)^2(bx-x^2-1)=(x-c)^2(dx-x^2-1)$$

① $-4$ ② $4$ ③ $5$ ④ $-5$ ⑤ $0$

해설

$a < c$에서 $a \neq c$이므로 주어진 등식에서
$x^2-bx+1=(x-c)^2 \quad \therefore\ b=2c,\ 1=c^2$
$x^2-dx+1=(x-a)^2 \quad \therefore\ d=2a,\ 1=a^2$
$\therefore\ a=-1,\ b=2,\ c=1,\ d=-2$
$\therefore\ a+b+c+d=0$