

1. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① i ② $-i$ ③ $1+i$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} i^2 &= -1, \quad i^3 = i^2 \times i = -i, \quad i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1, \\ i^5 &= i^4 \times i = i \\ i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 \\ &= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i \end{aligned}$$

2. $\sqrt{(-1)^2} + i^2 - \frac{1}{i}$ 를 계산하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -1

② 0

③ 1

④ $-i$

⑤ i

해설

(준식) $= 1 - 1 + i = i$

3. 허수단위 i 에 대하여 $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$ 을 간단히하면?

① $1 + i$

② $-1 + i$

③ $2i$

④ $2 + i$

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 \\ &= i + (-1) + (-i) + 1 + i + (-1) \\ &= -1 + i \end{aligned}$$

4. $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 의 양변에 2 를 곱하면 $2x = 1 - \sqrt{3}i$

그러므로 $2x - 1 = -\sqrt{3}i$

이 식의 양변을 제곱하면 $4x^2 - 4x + 1 = -3$

즉, $4x^2 - 4x + 4 = 0$

따라서, $x^2 - x + 1 = 0$

5. $\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 아닌 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 2

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$ 이 성립하려면 $n = 4m + 2$ ($m \geq 0$)

③ : $8 = 4 \times 2 + 0$

6. 복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 실수)를 실수의 순서쌍 (a, b) 로 나타내어 좌표평면 위에 표시할 수 있다. 예를 들어 $3 + 4i$ 를 $(3, 4)$ 로 나타내면 다음 그림과 같이 표시할 수 있다. $z = 1 + i$ 일 때, $0, z, z^2$ 이 나타내는 점을 각각 A, B, C 라 할 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가? (단, 가장 정확하게 표시한 것을 하나만 고른다.)
- ① 정삼각형

② 이등변삼각형

③ 직각삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 답 없음

해설

$$z = 1 + i \quad z^2 = 2i \Rightarrow \quad B(1, 1), C(0, 2)$$

⇒ 직각이등변삼각형

※ 이와 같이 복소수의 실수부와 허수부를 순서쌍으로 좌표평면에 나타내는 것을 복소평면이라 한다.

7. $\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}}$ 의 값은 ?

① $1-\sqrt{2}$

② $-1-\sqrt{2}$

③ $(1+\sqrt{2})i$

④ $-(1+\sqrt{2})i$

⑤ $(1-\sqrt{2})i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}} &= \frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{1}{i} \\ &= (\sqrt{2}+1) \times (-i) \\ &= -(1+\sqrt{2})i\end{aligned}$$

8. 다음 보기에 주어진 수를 x 라 할 때, $\sqrt{x}$ 가 허수가 되는 x 의 개수는?

$-2, \frac{1}{3}, 0, -3.5, 4, -\frac{2}{5}$

- ① 1 개
- ② 3 개
- ③ 5 개
- ④ 7 개
- ⑤ 9 개

해설

$\sqrt{x}$ 가 허수가 되는 $x = -2, -3.5, -\frac{2}{5}$ 의 3개이다.

9. 복소수 $z = (1 + i)x^2 + x - (2 + i)$ 가 0이 아닌 실수가 되도록 실수 x 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① -1 ② 1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 2

해설

복소수 z 를 $a + bi$ (a, b 는 실수)의 꼴로 정리하면
 $z = (x^2 + x - 2) + (x^2 - 1)i$
이것이 실수가 되려면 허수부분이 0이 되어야 한다.
즉, $x^2 - 1 = 0, x = \pm 1$
한편, $x = 1$ 이면 $z = 0 + 0i = 0$ 이므로
 $z \neq 0$ 라는 조건에 맞지 않는다.
 $\therefore x = -1$

10. 실수가 아닌 복소수 z 에 대하여 $\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이기 위한 조건은?
(단, $z \neq \pm i$ 이고 $\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① $z \cdot \bar{z} = 1$
- ② $z + \bar{z} = 0$
- ③ $z + \bar{z} = 1$
- ④ $z + \bar{z} = -1$
- ⑤ $(z + 1)(\bar{z} + 1) = 1$

해설

$\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이면

$$\frac{z}{1+z^2} = \overline{\left(\frac{z}{1+z^2}\right)} = \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2}$$

$$\frac{z}{1+z^2} - \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2} = 0$$

$$\frac{z(1+\bar{z}^2) - \bar{z}(1+z^2)}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z}) - z\bar{z}(z-\bar{z})}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z})(1-z\bar{z})}{(1+z)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

(분모) $\neq 0$ 이므로

$$(\text{분자}) = (z-\bar{z})(1-z\bar{z}) = 0$$

z 가 실수가 아니므로 $z \neq \bar{z}$

$$\therefore z\bar{z} = 1$$

11. 임의의 두 실수 x, y 에 대하여 $(x+yi)(1+2i) + (xi-y)(-1-i) - (y+i)$ 가 실수일 때, 좌표평면에서 점 (x, y) 로 표현되는 도형과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?

- ① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

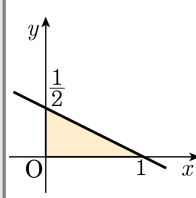
$$(\text{준식}) = (2x - 2y) + (x + 2y - 1)i = 0$$

$$\therefore x + 2y - 1 = 0,$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{넓이} = \frac{1}{4}$$



12. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $z + \bar{z}$ 는 실수이다. ② $z = \bar{z}$ 이면 z 는 실수이다.
③ $z\bar{z} = 1$ 이면 $z^2 = 1$ 이다. ④ $z\bar{z} = 0$ 이면 $z = 0$ 이다.
⑤ $z\bar{z}$ 는 실수이다.

해설

복소수 z 와 그의 켤레복소수를 각각

$z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$ (a, b 는 실수) 라 하면

① $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (참)

② $z = \bar{z} \Leftrightarrow a + bi = a - bi$
 $\Leftrightarrow 2bi = 0$
 $\Leftrightarrow b = 0$ (참)

③ $z\bar{z} = a^2 + b^2 = 1 \Rightarrow z^2 = a^2 - b^2 + 2abi \neq 1$ (거짓)
(반례) $a = 0$, $b = 1$ 일 때, $z^2 = -1$

④ $z\bar{z} = a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$, $b = 0$ (참)

⑤ $z\bar{z} = a^2 + b^2$ (참)

13. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 켤레복소수이다.)

- ㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.

㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$
- ㉡ (생략)
- ㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면
 $\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2(x, y \text{는 실수})$
 $x^2 + y^2 = 0$ 이려면 $x = 0, y = 0$
즉, $\alpha = 0$

14. 다음 보기 중 옳은 것의 개수는? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ㉠ 16의 제곱근은 4이다.

㉡ 실수를 제곱하면 양수 또는 0이다.

㉢ 복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 $z + \bar{z}$ 는 실수이다. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

㉣ 복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 $z\bar{z}$ 는 실수이다. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

㉤ 복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 $z = \bar{z}$ 이면 z 는 실수이다. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ 제곱해서 16 이 되는 수 4, -4 $\therefore$ 거짓

㉡ 실수는 제곱하면 0보다 크거나 같다. $\therefore$ 참

㉢ $z = a + bi, \bar{z} = a - bi, z + \bar{z} = 2a \therefore$ 참

㉣ $z\bar{z} = a^2 + b^2 \therefore$ 참

㉤ $z = \bar{z}, a + bi = a - bi, 2bi = 0, b = 0 \therefore z = a = \bar{z} \therefore$ 참

15. 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{b-1}}{\sqrt{a+1}} = -\sqrt{\frac{b-1}{a+1}}$ 이 성립할 때, $|a+1| + \sqrt{(b-1)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a+b$

② $a-b$

③ $b-a$

④ $a-b+2$

⑤ $b-a-2$

해설

$$\frac{\sqrt{b-1}}{\sqrt{a+1}} = -\sqrt{\frac{b-1}{a+1}} \text{ 이므로}$$

$$a+1 < 0, b-1 \geq 0$$

$$\begin{aligned} |a+1| + \sqrt{(b-1)^2} &= |a+1| + |b-1| \\ &= -(a+1) + (b-1) \\ &= -a-1+b-1 \\ &= b-a-2 \end{aligned}$$

16. 두 실수 x, y 가 $x + y = -5$, $xy = 2$ 를 만족할 때, $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}$ 의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$x + y = -5$, $xy = 2$ 에서 $x < 0$, $y < 0$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{x+y}{\sqrt{x}\sqrt{y}} \\ &= \frac{-5}{\sqrt{xy}} \\ &= \frac{-5}{-\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

17. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$