

1. 108 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① $2^2, 3^2$

② 2, 3

③ 1, 3

④ 1, 2, 3

⑤ 1, 2, 2^2 , 3, 3^2 , 3^3

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

2. 다음 중 계산 결과가 $-3(2x+1)$ 과 같은 것은?

① $(-2x+1) \times 3$

② $\left(x + \frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{6}\right)$

③ $-3(2x-1)$

④ $(2x-1) \div \frac{1}{6}$

⑤ $(3x-6) \div (-2)$

해설

$$-3(2x+1) = -6x-3$$

$$\textcircled{1} \quad (-2x+1) \times 3 = -6x+3$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad \left(x + \frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{6}\right) &= \left(x + \frac{1}{2}\right) \times (-6) \\ &= -6x-3 \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \quad -3(2x-1) = -6x+3$$

$$\textcircled{4} \quad (2x-1) \div \frac{1}{6} = 12x-6$$

$$\textcircled{5} \quad (3x-6) \div (-2) = -\frac{3}{2}x+3$$

3. 300 을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$300 \div a = b^2 \text{ 에서}$$

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$$

$$a = 3$$

$$2^2 \times 3 \times 5^2 \div 3 = b^2$$

$$2^2 \times 5^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 5 = 10$$

$$\therefore a + b = 13$$

4. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면

11, 13, 17, 19 의 4 개이다.

따라서 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는 모두 4 개이다.

5. 두 자연수 A , B 의 최소공배수가 28 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 28의 배수 중 200보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $200 \div 28 = 7.14\cdots$ 따라서 200보다 작은 자연수의 개수는 7개이다.

6. 시속 15km로 달리는 자전거가 출발한지 2시간 30분 후에 같은 코스로 시속 75km의 자동차가 출발하였다. 출발점에서 얼마나 떨어진 곳에서 만나는지 구하면 ?

① 9.375km

② 37.5km

③ 46.875km

④ 2312.12km

⑤ 2158km

해설

자동차가 출발한지 x 시간 후에 자전거와 만난다고 하면

$$75x = 15 \left(x + \frac{5}{2} \right)$$

양변을 15로 나누면

$$5x = x + \frac{5}{2}, 4x = \frac{5}{2}, x = \frac{5}{8} \text{ (시간)}$$

(거리) = (시간) $\times$ (속력) 이므로

$$75 \times \frac{5}{8} = 46.875$$

즉, 46.875km 지점에서 만나게 된다.

7. 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 24 개

해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r$ 라고 하면

$$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$$

이므로 $B - A, C - B$ 의 공약수는 A, B, C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$8088 - 5988 = 2100, 5988 - 3048 = 2940$ 이므로 2100 과 2940 의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 에서 24 개이다.

8. n 이 홀수인 자연수일 때,
 $(-1)^{n+1} + 3 \times \{-1^{2 \times n} + 2 \times (-1)^{n+4}\}$ 를 계산하면?

① -8

② -4

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & n \text{ 이 홀수일 때 } n+1, 2 \times n \text{ 은 짝수, } n+4 \text{ 는 홀수이므로} \\ & (-1)^{n+1} + 3 \times \{-1^{2 \times n} + 2 \times (-1)^{n+4}\} \\ &= 1 + 3 \times \{(-1) + 2 \times (-1)\} \\ &= 1 + 3 \times (-1 - 2) \\ &= 1 + (-9) \\ &= -8 \end{aligned}$$

9. 어떤 수 a 에 $-\frac{3}{4}$ 을 곱해야 할 것을 잘못해서 나누었더니 $\frac{1}{3}$ 이 되었다.
이때, 바르게 계산된 값을 구하면?

① $\frac{1}{16}$

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{3}{16}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$a \div \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{3} \therefore a = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{4}$$

$$\text{바르게 계산된 값은 } -\frac{1}{4} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{16}$$

$$\therefore \frac{3}{16}$$

10. 밑변의 길이가 x , 높이의 길이가 y 인 삼각형의 밑변의 길이를 20% 늘이고 높이를 20% 줄이면 넓이는 어떻게 변화하는가?

① 2% 증가

② 2% 감소

③ 4% 증가

④ 4% 감소

⑤ 변화 없다.

해설

밑변을 x , 높이를 y 라 하면

$$\text{변경 전 : } x \times y \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}xy$$

$$\text{변경 후 : } \frac{6}{5}x \times \frac{4}{5}y \times \frac{1}{2} = \frac{12}{25}xy$$

처음 넓이보다 $\frac{1}{50}xy$ 만큼 감소했으므로

$$\frac{\frac{1}{50}xy}{\frac{1}{2}xy} \times 100 = 4(\%) \text{ 가 감소했다.}$$

11. $a \bigcirc b = 2a + 3b - 4$, $a \star b = -5a + 3b$ 의 연산을 이용하여 $4(a \bigcirc 3b) + \frac{1}{2}(-2a \star b)$ 을 간단히 할 때, 상수항은?

① -8

② -10

③ -12

④ -14

⑤ -16

해설

$$4(2a + 9b - 4) + \frac{1}{2}(10a + 3b)$$

$$= 8a + 36b - 16 + 5a + \frac{3}{2}b$$

∴ 상수항 : -16

12. 자연수 a 의 약수의 개수를 $[a]$ 이라 할 때, $[x] - [20] = 6$ 를 만족하는 가장 작은 x 의 값을 구한 것은?

① 42

② 50

③ 60

④ 64

⑤ 72

해설

$$[x] - [20] = 6$$

$20 = 2^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $3 \times 2 = 6$ (개)이다.

따라서 $[20] = 6$ 이므로

$$[x] - 6 = 6$$

$$[x] = 12$$

$$12 = 2 \times 6 \text{ 일 때, } x = 2^5 \times 3 = 96$$

$$12 = 3 \times 2 \times 2 \text{ 일 때, } x = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$12 = 4 \times 3 \text{ 일 때, } x = 2^3 \times 3^2 = 72$$

따라서 가장 작은 x 의 값은 60이다.

13. 네 정수 a, b, c, d 가 다음 조건을 만족할 때, a 와 부호가 같은 것을 모두 구하여라

$$ab + cd < 0, \quad \frac{a}{b} > 0, \quad a + b + c = 0$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : b

▷ 정답 : d

해설

$\frac{a}{b} > 0$ 이므로 $a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때로 나누어 풀어 본다.

(1) $a > 0$ 이면, $b > 0$ 이다.

$a + b + c = 0$, $c < 0$ 이다.

$ab + cd < 0$, $ab > 0$ 이므로 $d > 0$ 이다.

(1) $a < 0$ 이면, $b < 0$ 이다.

$a + b + c = 0$, $c > 0$ 이다.

$ab + cd < 0$, $ab > 0$ 이므로 $d < 0$ 이다.

따라서 항상 a 와 부호가 같은 것은 b, d 이다.

14. 어느 날 한 시내 버스는 성인과 중고생을 합하여 500 명의 승객을 태웠다. 그 중 현금을 낸 승객은 200 명 이고 버스 요금 수입은 카드와 현금을 모두 해서 424,000 원 이었다. 승객 중 성인은 최대 몇 명 인지 구 하여라.

	성인	중고생
카드	900원	720원
현금	1000원	800원

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 266 명

해설

현금을 낸 성인이 a 명, 카드를 사용한 성인이 b 명 이라 두면,
현금을 낸 중고생은 $(200 - a)$ 명, 카드를 사용한 중고생은 $(300 - b)$ 명 이다.

$$1000a + 900b + 800(200 - a) + 720(300 - b) \\ = 424000$$

$$200a + 180b = 48000$$

$$10a + 9b = 2400$$

$(a, b) = (231, 10), (222, 20), (213, 30), \dots, (6, 260)$ 이다.
 $\therefore$ 승객 중 성인은 최대 266 명 이다.

15. 일정한 속력으로 달리는 기차가 길이가 550 m 인 터널을 완전히 지나는데 30 초, 길이가 850 m 인 터널을 완전히 지나는데 45 초가 걸린다. 이 기차가 길이가 1 km 인 다리를 완전히 지나는데 걸리는 시간을 구하여라.

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 52.5 초

해설

기차가 터널이나 다리를 완전히 지나려면, 터널이나 다리의 길이에 기차의 길이를 더한 만큼의 거리를 움직여야 한다.

기차의 길이를 x (m), 속력을 y (m/s)라 두면,

$$\frac{550 + x}{y} = 30, x = 30y - 550 \text{ 이고,}$$

$$\frac{850 + x}{y} = 45, x + 850 = 45y \text{ 이다.}$$

$$30y - 550 + 850 = 45y$$

$$15y = 300$$

$$y = 20, x = 50$$

따라서 길이 1 km 인 다리를 완전히 지나는데 걸리는 시간은

$$\frac{1000 + 50}{20} = 52.5 \text{ (초) 이다.}$$