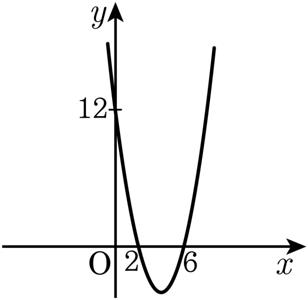
1. 다음은 이차함수 $y=(x-2)(x-6)$ 의 그래프이다.



이 이차함수가 x축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차방정식 $(x-2)(x-6)=0$ 에서 $x=2$ 또는 $x=6$
따라서 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(6,\ 0)$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=4$

2. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots ㉠ \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

① $(2, 3)$　② $(-2, 3)$　③ $(3, 2)$

④ $(3, -2)$　⑤ $(-3, -2)$

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots\cdots ㉢ \\ 2x + 3y = 12 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$$

㉢ − ㉣×3을 하면 $-4y = -8$

$\therefore\ y = 2$를 ㉣대입하면 $x = 3$

$\therefore\ x = 3,\ y = 2$

3. 부등식 $|x-2| \le 2x-1$을 풀면?

① $x \ge 2$ ② $x \ge -1$ ③ $1 \le x < 2$

④ $x \ge 1$ ⑤ $x < 2$

해설

(i) $x < 2$인 경우

$-x+2 \le 2x-1$

$3 \le 3x,\ 1 \le x$

이 범위에서의 해는 $1 \le x < 2$이다.

(ii) $x \ge 2$인 경우

$x-2 \le 2x-1$

$-1 \le x$

이 범위에서 해는 $x \ge 2$이다.

따라서 x의 범위는 $x \ge 1$이다.

4. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$$A(\sqrt{5}-1, 1-\sqrt{2}),\ B(\sqrt{5}, 1+\sqrt{2})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{5}+1)^2+(1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2})^2}$$
$$= \sqrt{1+8} = 3$$

5. $\overline{\mathrm{AB}}=7,\ \overline{\mathrm{BC}}=8,\ \overline{\mathrm{AC}}=5$ 인 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{\mathrm{AM}}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{21}$

해설

$\overline{\mathrm{BM}}=4,\ \overline{\mathrm{AM}}=x$이므로 중선정리에 의해
$7^2+5^2=2(x^2+4^2)\ \therefore\ x=\sqrt{21}$

6. 두 점 A(2, -5), B(-1, 1)에 대해서 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점 P의 좌표를 구하면?

① $(0,0)$ ② $(2,-1)$ ③ $(1,-1)$

④ $(0,-1)$ ⑤ $(1,0)$

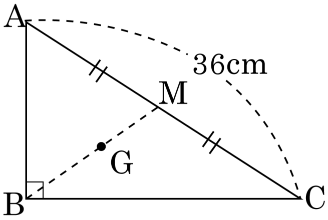
해설

내분점 공식을 이용하면,

$$\mathrm{P}=\left(\frac{2\times(-1)+1\times2}{2+1},\ \frac{2\times1+1\times(-5)}{2+1}\right)$$

$\therefore\ (0,-1)$

7. $\triangle$ABC는 직각삼각형이고 $\overline{\mathrm{AC}}$의 중점을 M, 무게중심을 G라 할 때, $\overline{\mathrm{BG}}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\triangle$ABC가 직각삼각형이므로 빗변의 중점 M은 $\triangle$ABC의 외심이다.

따라서 $\overline{\mathrm{MA}} = \overline{\mathrm{MC}} = \overline{\mathrm{MB}} = 18$

한편, G는 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{BG}} = \frac{2}{3}\overline{\mathrm{BM}} = 12(\mathrm{cm})$

8. 다음은 두 직선 $x+y-2=0, mx-y+m+1=0$이 제 1사분면에서 만나도록 하는 상수 m의 값의 범위를 정하는 과정이다. 위의 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

증명

$x+y-2=0 \cdots\cdots$ ㉠
$mx-y+m+1=0 \cdots\cdots$ ㉡
㉡을 m에 대하여 정리하면
$(x+1)m-(\boxed{①})=0$에서 이 직선은 m의 값에 관계없이 정점 $\boxed{②}$을 지난다.
(i) ㉡이 점 $(0, 2)$를 지날 때, $m=\boxed{③}$
(ii) ㉡이 점 $(2, 0)$를 지날 때, $m=\boxed{④}$
따라서, 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면 (i), (ii)에서 $\boxed{⑤}$

① $y-1$　② $(-1, 1)$　③ 1
④ $-\frac{1}{3}$　⑤ $-\frac{1}{3} \leq m \leq 1$

해설

$x+y-2=0 \cdots\cdots$ ㉠
$mx-y+m+1=0 \cdots\cdots$ ㉡
㉡을 m에 대하여 정리하면
$(x+1)m-(\boxed{y-1})=0$에서 이 직선은 m의 값에 관계없이 정점 $\boxed{(-1,\ 1)}$을 지난다.
따라서 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면
(i) ㉡이 점 $(0,\ 2)$를 지날 때, $m=\boxed{1}$
(ii) ㉡이 점 $(2,\ 0)$를 지날 때, $m=\boxed{-\frac{1}{3}}$
(i), (ii)에서 $\boxed{-\frac{1}{3} < m < 1}$

9. 두 직선 $4x+3y-1=0$ 과 $4x+3y+5=0$ 과의 거리를 d 라 할 때 $5d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

직선 $4x+3y-1=0$ 위의 한 점 이를테면 $(1,\ -1)$ 로부터 직선 $4x+3y+5=0$ 에 이르는 거리를 구하면 되므로

$$\frac{|4\times 1+3\times(-1)+5|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{6}{5}$$

$$\therefore 5d=5\times\frac{6}{5}=6$$

10. 이차함수 $y=x^2-2ax-2b^2-4a+4b-6$의 그래프가 x축에 접할 때, a^2+b^2의 값은? (단, a,b는 실수)

① 2 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 13

해설

$x^2-2ax-2b^2-4a+4b-6=0$에서

$\frac{D}{4}=a^2-(-2b^2-4a+4b-6)=0$

$\therefore (a+2)^2+2(b-1)^2=0$

이 때, a,b가 실수이므로 $a+2=0, b-1=0$

따라서 $a=-2, b=1$이므로

$a^2+b^2=5$

11. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x$ 의 최댓값을 구하면?

① 8　　② 4　　③ 2　　④ -2　　⑤ -4

해설

$y = -2x^2 + 8x = -2(x-2)^2 + 8$

$x = 2$ 일 때, 최댓값은 8 이다.

12. 다음 방정식의 모든 근의 합을 구하여라.

$$x^3 - 13x + 12 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -13 & 12 \\ & & 1 & 1 & -12 \\ \hline & 1 & 1 & -12 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x) = x^3 - 13x + 12$라고 하면 $f(1) = 0$이므로

$(x-1)(x^2 + x - 12) = 0$

$(x-1)(x+4)(x-3) = 0$

$\therefore\ x = -4$또는 $x = 1$또는 $x = 3$

$\therefore\ -4 + 1 + 3 = 0$

13. 삼차방정식 $x^3+x^2+ax+b=0$의 두 근이 -3, $1-\sqrt{2}$일 때, 유리수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $1-\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $1+\sqrt{2}$이다.
따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a=(1-\sqrt{2})\left(1+\sqrt{2}\right)+(-3)\left(1-\sqrt{2}\right)+(-3)\left(1+\sqrt{2}\right)=-7$$

$$b=-\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{2}\right)(-3)=-3$$

$\therefore\ a+b=-10$

14. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 4x-3>3x-1 \\ x+5 \geq 2x-1 \\ -x<1 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{cases} 4x-3>3x-1 \\ x+5 \geq 2x-1 \\ -x<1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>2 \\ x \leq 6 \\ x>-1 \end{cases}$$

$\therefore\ 2<x\leq 6$

15. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $(m+2)x^2-2(m+2)x+4>0$이 항상 성립하도록 할 때, 상수 m의 값의 범위에 속한 정수의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

모든 실수 x에 대하여 성립하기 위해서는

$m \geq -2$

$D/4=(m+2)^2-4(m+2)<0$이므로

$m^2+4m+4-4m-8=m^2-4<0$

따라서 $-2 \leq m < 2$이므로

만족하는 정수 m의 개수는

$-2,\ -1,\ 0,\ 1$의 4개

16. $ac < 0,\ bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,

$y = -\dfrac{a}{b}x - \dfrac{c}{b} \cdots$ ㉠

$ac < 0,\ bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$

$\therefore\ abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$

$ab < 0$ 에서 기울기 $-\dfrac{a}{b} > 0$

$bc > 0$ 에서 y 절편 $-\dfrac{c}{b} < 0$

따라서 ㉠은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

17. 두 직선 $kx+2y+3=0$, $2x+ky+4=0$이 서로 평행하도록 양수 k의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 직선이 평행하려면 기울기는 같고
y절편은 달라야 한다.

$$\frac{k}{2}=\frac{2}{k}\neq\frac{3}{4} \quad \therefore\ k^2=4$$

따라서 양수 k의 값은 2이다.

18. 두 직선 $3x-2y-4=0$, $x+2y-4=0$ 의 교점과 점 $(1,-4)$ 를 지나는 직선의 방정식은?

① $5x-y-9=0$ ② $5x+y-9=0$

③ $x-2y-1=0$ ④ $2x-3y-1=0$

⑤ $2x-y+3=0$

해설

$$\begin{cases} 3x-2y-4=0 & \cdots ㉠ \\ x+2y-4=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ + ㉡ : $x=2,\ y=1$

$\therefore$ 교점 : $(2,\ 1)$

$\therefore$ 구하는 직선은 $y-1=\dfrac{-4-1}{1-2}(x-2)=5(x-2)$

$\therefore\ 5x-y-9=0$

19. x에 대한 삼차방정식 $x^3+2x^2+(k+1)x+k=0$의 근이 모두 실근이 되도록 하는 실수 k의 값의 범위는?

① $-1 \le k$ ② $1 \le k < 2$ ③ $k > 0$

④ $-1 < k \le \dfrac{1}{4}$ ⑤ $k \le \dfrac{1}{4}$

해설

방정식 $x^3+2x^2+(k+1)+k=0$을 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$(x+1)(x^2+x+k)=0$

이 때, 주어진 방정식의 모든 근이 실근이 되려면

방정식 $x^2+x+k=0$이 실근을 가져야 하므로

$D=1^2-4k \ge 0$

$\therefore\ k \le \dfrac{1}{4}$

20. 실계수 삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+2=0$ 의 한 근이 $1+i$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

세 근을 $1+i, 1-i, \gamma$ 라 하면

$(1+i)(1-i)\gamma=-2,\ \ 2\gamma=-2$

$\therefore\ \ \gamma=-1$

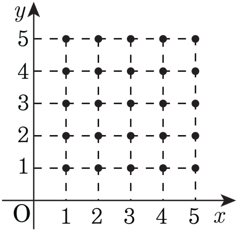
$(1+i)+(1-i)+\gamma=-a=1$

$\therefore\ \ a=-1$

$(1+i)(1-i)+(1-i)\gamma+\gamma(1+i)=0,\ \ b=0$

$\therefore\ \ a+b=-1$

21. 다음 그림의 격자점 중 $xy+x-2y-2=3$을 만족시키는 점은 모두 몇 개인가?



① 0 개　　② 1 개　　③ 2 개

④ 3 개　　⑤ 4 개

해설

$$xy+x-2y-2=x(y+1)-2(y+1)$$
$$=(x-2)(y+1)$$ 이므로

$(x-2)(y+1)=3$ 에서 문제의 $x,\ y$ 는

i) $x-2=1,\ y+1=3$ 일 때, $x=3,\ y=2$

ii) $x-2=3,\ y+1=1$ 일 때, $x=5,\ y=0$

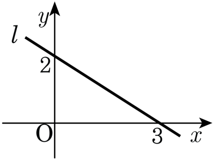
iii) $x-2=-1,\ y+1=-3$ 일 때, $x=1,\ y=-4$

iv) $x-2=-3,\ y+1=-1$ 일 때,

$x=-1,\ y=-2$

$x,\ y$는 자연수이므로 조건을 만족시키는 점은 $(3,\ 2)$ 뿐이다.

22. 직선 l의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중이 직선 위의 점은?



① $(0,\ 3)$ ② $(2,\ 0)$

③ $(2,\ 1)$ ④ $(6,\ -2)$

⑤ $(6,\ -1)$

해설

주어진 직선 l 의 기울기는 $-\frac{2}{3}$, y 절편이 2이므로

직선 l의 방정식은 $y=-\frac{2}{3}x+2\cdots$㉠

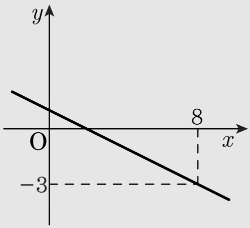
따라서, ㉠ 을 만족하는 점은 $(6,\ -2)$ 이다.

23. 점 $(8,-3)$을 지나고, x축, y축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 1인 직선의 방정식으로 알맞은 것은?

① $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=1$ ② $\frac{x}{2}+y=1$ ③ $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$

④ $x+\frac{y}{3}=1$ ⑤ $\frac{x}{3}+\frac{y}{3}=1$

해설



x절편이 a이고, y절편이 b인 직선의 방정식은 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

이 직선이 점 $(8,-3)$을 지나므로

$\frac{8}{a}+\frac{(-3)}{b}=1\cdots$ ㉠

두 좌표축과 직선이 이루는 삼각형의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}ab=1\cdots$ ㉡

㉡에서 $\frac{1}{a}=\frac{1}{2}b$

이것을 ㉠에 대입하면 $8\times\frac{1}{2}b-\frac{3}{b}=1$에서

$4b^2-b-3=0 \quad \therefore\ (4b+3)(b-1)=0$

$b>0$이므로 $b=1 \quad \therefore\ a=2$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $\frac{x}{2}+y=1$

24. $x+2y-3=0$, $2x-y-1=0$ 에 이르는 거리가 같은 x 축 위의 점의 좌표를 구하면?

① $(-2,\ 0),\ \left(\frac{4}{3},\ 0\right)$　　② $(-2,0),\ (2,0)$

③ $(0,-2),\ \left(0,\frac{4}{3}\right)$　　④ $(0,-2),(0,2)$

⑤ $(-2,0),(0,0)$

해설

x 축 위의 점을 $(\alpha,0)$ 이라 하자.
점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\frac{|\alpha-3|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{|2\alpha-1|}{\sqrt{2^2+1^2}}$$

$$\Rightarrow\quad |\alpha-3|=|2\alpha-1|$$

$$\Rightarrow\quad (\alpha-3)^2=(2\alpha-1)^2$$

$$\Rightarrow\quad 3\alpha^2+2\alpha-8=0$$

$\alpha=\frac{4}{3}$ 또는 -2

$$\therefore\quad \left(\frac{4}{3},0\right),\ (-2,0)$$

25. 연립부등식 $\begin{cases} 5x+7 \le 2x-2 \\ 2ax-2b \ge bx+4a \end{cases}$ 의 해가 $x \le -3$ 일 때, $\dfrac{a}{b}$ 의 값을 구하면?

① 3　② $\dfrac{5}{2}$　③ $\dfrac{3}{14}$　④ $\dfrac{1}{10}$　⑤ 5

해설

$5x+7 \le 2x-2,\ 3x \le -9,\ x \le -3 \ \cdots$ ㉠
$2ax-2b \ge bx+4a,\ (2a-b)x \ge 4a+2b \ \cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통되는 부분이 $x \le -3$ 이 되기 위해서는 ㉡에서 $2a-b<0$ 이다.
이때, $x \le \dfrac{4a+2b}{2a-b}$ 이면서 $\dfrac{4a+2b}{2a-b} = -3$ 이어야 한다.
$4a+2b = -6a+3b,\ 10a = b$
$\therefore\ \dfrac{a}{b} = \dfrac{1}{10}$