1. 다음 이차함수 중 최솟값이 -2 가 되는 것은?

① $y = x^2 + 2x$ ② $y = 2x^2 - 2$

③ $y = -(x+3)^2 + 2$ ④ $y = -(x-2)^2 + 3$

⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

① 최솟값 -1 ③ 최댓값 2
④ 최댓값 3 ⑤ 최솟값 0

2. $-2 \le x \le 3$에서 $y = x^2 - 2x - 2$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 3 ② 7 ③ -2 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = (x-1)^2 - 3$이고 꼭짓점의 x좌표가 주어진 x의 범위에 포함되므로

$x = 1$에서 최솟값을 $x = -2$에서 최댓값을 갖는다.

(최댓값)$=(-2)^2 - 2(-2) - 2 = 6$

(최솟값)$=-3$

3. $a > b > 1$ 인 실수 a, b 에 대하여 다음 중 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ② $\frac{a}{1-a} > \frac{b}{1-b}$ ③ $a+3 < b+3$

④ $a-1 < b-1$ ⑤ $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

해설

① 양변에 ab 를 곱하면 주어진 조건과 다르게 나온다.

② $1-a < 0, 1-b < 0$ 에서 $(1-a)(1-b) > 0$ 이므로
양변에 $(1-a)(1-b)$ 를 곱하면
$a(1-b) > b(1-a)$, $a-ab > b-ab$, $a > b$
주어진 조건에 만족한다.

③ 양변에 3을 빼주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.

④ 양변에 1을 더해주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.

⑤ $1+a > 0, 1+b > 0$ 이므로 $(1+a)(1+b)$ 를 양변에 곱하면
$a(1+b) < b(1+a)$
$a+ab < b+ab$
$a < b$
주어진 조건을 만족하지 않는다.

4. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 2x-1>-5 \\ x+2 \geq 4x-1 \end{cases}$$

① $x>-2$ ② $x \leq 1$ ③ $-2 \leq x<1$

④ $-2<x \leq 1$ ⑤ 해는 없다.

해설

$$\begin{cases} 2x-1>-5 \\ x+2 \geq 4x-1 \end{cases} \Rightarrow -2<x \leq 1$$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases}$ 의 해가 없을때, a 의 값이 될 수 있는 가장 큰 수를 구하여라.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < a-3 \end{cases}$

해가 없으므로 $a-3 \leq 2$

$\therefore\ a \leq 5$

a 의 최댓값은 5 이다.

6. 두 점 $\mathrm{A}(3,-1)$, $\mathrm{B}(a,-3)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}=2$일 때, a의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{\mathrm{AB}}^2=(a-3)^3+(-3+1)^2=4$

$a^2-6a+9=0$

$(a-3)^2=0$

$\therefore\ a=3$

7. A(1, -5), B(6, 5) 를 잇는 선분 AB를 3 : 2로 내분하는 점 P의 좌표는?

① $(3,-1)$ ② $(4,1)$ ③ $\left(\frac{3}{2},0\right)$

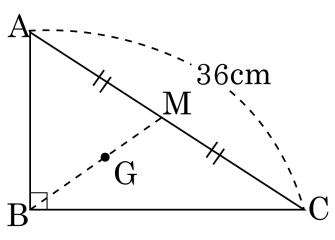
④ $(2,2)$ ⑤ $(9,25)$

해설

내분점 구하는 공식을 이용한다.

$$P=\left(\frac{3\times6+2\times1}{3+2},\ \frac{3\times5+2\times(-5)}{3+2}\right)=(4,1)$$

8. △ABC는 직각삼각형이고 $\overline{AC}$의 중점을 M, 무게중심을 G라 할 때, $\overline{BG}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

△ABC가 직각삼각형이므로 빗변의 중점 M은
△ABC의 외심이다.
따라서 $\overline{MA} = \overline{MC} = \overline{MB} = 18$
한편, G는 무게중심이므로
$\overline{BG} = \frac{2}{3}\overline{BM} = 12(\text{cm})$

9. 다음 중 x 절편이 -1 이고, y 절편이 2 인 직선의 방정식은?

① $x-2y-2=0$　② $-x+2y=0$　③ $x+y+1=0$

④ $x+2y+2=0$　⑤ $2x-y+2=0$

해설

$\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}=1 \Rightarrow \quad \therefore \ 2x-y+2=0$

10. $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식의 y 절편을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식은 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5$ 이다. $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 2$

따라서 y 의 절편은 2 이다.

11. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore$ 정수해는 $x = 1$

12. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$에서
$x^2 = t$로 놓으면
$t^2 - 13t + 36 = 0$, $(t-4)(t-9) = 0$
$\therefore\ t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$일 때, $x^2 = 4$
$\therefore\ x = \pm 2$
(ii) $t = 9$일 때, $x^2 = 9$
$\therefore\ x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

13. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\begin{cases} x-y=1 \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$

$5=1^2+2xy$

$\therefore\ xy=2$

14. $\begin{cases} x^2-3x \le 0 \\ x^2-5x+4<0 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 범위의 해가 $\alpha < x \le \beta$ 일 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$x^2-3x \le 0$ 에서
$x(x-3) \le 0$ 이므로
$0 \le x \le 3 \cdots$ ㈎
$x^2-5x+4<0$ 에서
$(x-1)(x-4)<0$ 이므로
$1<x<4 \cdots$ ㈏
㈎, ㈏에 의해
$1<x \le 3$ 이므로
$\alpha=1, \beta=3$
$\therefore \alpha+\beta=4$

15. 두 점 $\mathrm{A}(-3, 2)$, $\mathrm{B}(4, 5)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P의 좌표는?

① $(-3,\ 0)$　② $(1,\ 0)$　③ $(2,\ 0)$

④ $(-1,\ 0)$　⑤ $(5,\ 0)$

해설

x축 위의 점을 $\mathrm{P}(x, 0)$라 하면

$\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{PB}}$에서 $\overline{\mathrm{PA}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2$이므로

$(x+3)^2 + (0-2)^2 = (x-4)^2 + (0-5)^2$

$14x = 28$

따라서 $x = 2$ 즉, $\mathrm{P}(2,\ 0)$

16. $f(x) = ax + b$ 이고 $2 \le f(1) \le 5$, $3 \le f(3) \le 9$ 라고 할 때, a의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

해설

다음 그림과 같이 $f(x) = ax + b$ 가 선분 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 를 동시에 지나야 하고

a는 $y = f(x)$ 의 기울기이므로

a의 최댓값은 $\overline{BD}$ 의 기울기이고

a의 최솟값은 $\overline{AC}$ 의 기울기이다.

$\overline{BD}$의 기울기$= \frac{9-2}{3-1} = \frac{7}{2}$

$\overline{AC}$의 기울기$= \frac{3-5}{3-1} = -1$

$\therefore$ 최댓값$+$ 최솟값$= \frac{7}{2} - 1 = \frac{5}{2}$

(다른 풀이) $f(1) = a + b$, $f(3) = 3a + b$ 이므로

$\therefore \ -1 \le a \le \frac{7}{2}$

17. 두 직선 $2x+y+5=0,\ \ 3x-2y+4=0$의 교점과 $(1,\ 5)$를 지나는 직선의 방정식은?

① $2x-y+3=0$　② $x+y-6=0$

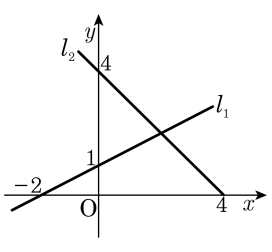
③ $4x-y+1=0$　④ $x+2y-11=0$

⑤ $3x-2y+7=0$

해설

$2x+y+5=0,\ \ 3x-2y+4=0$을
연립하여 교점을 구한다.
$\Rightarrow\ \ (-2,-1)$
$\therefore\ \ (-2,-1),\ \ (1,5)$를 지나는 직선의 방정식은
$y=\dfrac{5-(-1)}{1-(-2)}(x-1)+5=2x+3$
$\therefore\ \ 2x-y+3=0$

18. 다음 그림과 같은 좌표평면 위의 두 직선 l_1, l_2 의 교점과 원점을 지나는 직선의 방정식은 $y = ax$ 이다. 이때, a 의 값은?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

직선 l_1 은 x절편이 -2이고,
y절편이 1이므로 $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = 1$에서
$x - 2y = -2 \cdots\cdots$㉠
직선 l_2는 x절편이 4이고, y절편이 4이므로
$\frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1$에서
$x + y = 4 \cdots\cdots$㉡
㉠, ㉡을 연립하면 풀면 $x = 2, y = 2$
따라서, 구하는 직선의 방정식은 $y = x$
$\therefore\ a = 1$

19. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$을 만족하는 x의 범위가 $-1<x<3$일 때, 부등식 $bx^2-ax-c<0$을 풀어라.

① $-\frac{3}{2}<x<1$ ② $-\frac{1}{2}<x<0$

③ $x<2$ ④ $0<x<3$

⑤ $x<-1$ 또는 $2<x$

해설

$ax^2+bx+c>0 \Leftrightarrow -1<x<3$

$ax^2+bx+c>0$의 양변을 $a(a<0)$로 나누면

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}<0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)=x^2-2x-3<0$

$\therefore \frac{b}{a}=-2,\ \frac{c}{a}=-3$

$bx^2-ax-c<0$의 양변을 a로 나누면

$\frac{b}{a}x^2-x-\frac{c}{a}>0,\ -2x^2-x+3>0$

$2x^2+x-3<0, (2x+3)(x-1)<0$

$\therefore\ -\frac{3}{2}<x<1$

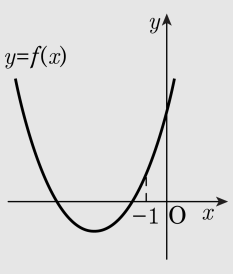
20. x 에 대한 이차방정식 $x^2-2kx+6-k=0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x)=x^2-2kx+6-k$ 라 하면
방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4}=(-k)^2-(6-k)>0$ 에서

$k^2+k-6>0,\ (k+3)(k-2)>0$

$\therefore\ k<-3$ 또는 $k>2$

(ii) $f(-1)=1+2k+6-k>0$ 에서 $k>-7$

(iii) $-\frac{-2k}{2}<-1$ 에서 $k<-1$

이상에서 $-7<k<-3$

따라서 정수 k 는 $-6,\ -5,\ -4$ 의 3 개다.

21. 세 점 $\mathrm{A}(2,-3)$, $\mathrm{B}(-1,0)$, $\mathrm{C}(1,2)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형

② $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형

③ $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형

④ $\angle\mathrm{A}=90^\circ$인 직각삼각형

⑤ $\angle\mathrm{B}=90^\circ$인 직각삼각형

해설

$\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{BC}}^2=26=\overline{\mathrm{AC}}^2$ 이므로
$\angle\mathrm{B}=90^\circ$인 직각삼각형이다.

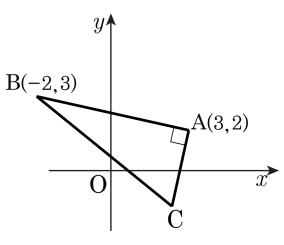
22. 평행사변형 ABCD에서 A$(2,3)$, B$(-5,4)$, C$(-2,5)$, D(a,b)라 할 때, $a+b$의 값은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$\overline{BA} /\!/ \overline{CD}$ 이므로
점 B에서 점 A로의 이동을 생각할 때
x축 방향으로 $+7$, y축 방향으로 -1인 것을
점 C에서 점 D로의 이동에 적용시킬 수 있다
$\therefore$ D$(a,\ b) = (-2+7, 5-1) = (5,4)$
$\therefore\ a+b=9$

23. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 직각삼각형 ABC가 있다. 직선 AC의 방정식을 $y = ax + b$라 할 때, b의 값은 ? (단, a, b는 상수)



① −15 ② −13 ③ −10

④ −8 ⑤ −5

해설

직선 AB와 직선 AC가 서로 수직이므로

$\frac{3-2}{-2-3} \cdot a = -1,\ -\frac{1}{5}a = -1$

따라서 $a = 5$

또, 직선 $y = 5x + b$가 점 A(3, 2)를 지나므로

$2 = 5 \times 3 + b$

따라서 $b = -13$

24. 직선 $l : 4x - y + 4 = 0$에 수직이고 점 $(3, -2)$을 지나는 직선이 x축과 만나는 점의 좌표는?

① $(-1, 0)$ ② $(-3, 0)$ ③ $(-5, 0)$

④ $(-7, 0)$ ⑤ $(-9, 0)$

해설

직선 $l : 4x - y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = 4x + 4$의 기울기가 4이므로,

이 직선에 수직인 직선은 기울기가 $-\frac{1}{4}$이므로

구하고자 하는 직선은 $y = -\frac{1}{4}(x - 3) - 2$이다.

정리하면 $y = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$이다.

이 직선이 x축과 만나는 점은 $y = 0$일 때 이므로

$0 = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$에서 $x = -5$

$\therefore$ x축과의 교점은 $(-5, 0)$

25. 연속하는 세 정수의 합이 30 보다 크고 36 보다 작을 때, 세 정수 중 가운데 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

연속한 세 정수 $x-1,\ x,\ x+1$

$30 < (x-1) + x + (x+1) < 36$

$30 < 3x < 36$

$10 < x < 12$

$\therefore x = 11$