1. 다음 중 두 수가 서로소인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 2, 6 ② 3, 11 ③ 8, 10 ④ 12, 15 ⑤ 9, 16

해설

1 이외에 공약수를 갖지 않는 두 자연수를 서로소라고 한다.

2. 세 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ③ $2^2 \times 3^3 \times 5^3$

④ $2^3 \times 3^2 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 에서
최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

3. 다음 중 세 수 96, 120, 150 의 공약수는?

① 2×5 ② 2^2 ③ 3^2

④ 2×3 ⑤ $2 \times 3 \times 5$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3 이고
공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 이다

4. 두 자연수 $2^2 \times 3^2 \times 5,\ 2 \times 3^3 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로
두 수의 최대공약수는 2×3^2
$\therefore$ 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)

5. 세 수 2×7^2 , $2^2\times7\times11$, 5×11^2 의 최소공배수는?

① $2\times5\times7\times11$
② $2^2\times3\times7\times11^2$
③ $2^3\times5\times7^2\times11\times13$
④ $2^2\times5\times7^2\times11^2$
⑤ $2^2\times5^2\times7^3\times11^2$

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2\times5\times7^2\times11^2$ 이다.

6. 두 자연수의 최소공배수가 16 일 때, 두 자연수의 공배수를 바르게 나열한 것은?

① $1, 2, 4, 8, 16$
② $4, 16, 64, \cdots$
③ $16, 32, 48$
④ $4, 8, 16, 32, \cdots$
⑤ $16, 32, 48, 64, \cdots$

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 두 자연수의 공배수는 16의 배수이다.

7. 세 수 12, 24, 36 의 공배수 중 900 이하의 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

12, 24, 36 의 공배수는 최소공배수 72 의 배수이므로 900 이하의 자연수는 $900 \div 72 = 12 \cdots 36$ 이므로 12 개이다.

8. 다음 □안에 알맞은 최소의 자연수를 구하여라.

> 6과 서로소인 자연수와 3과 서로소인 자연수를 모두 합치면 □과(와) 서로소인 자연수와 같다.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

6 과 서로소인 자연수는 $1, 5, 7, 11 \cdots$
3 과 서로소인 자연수는 $1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11 \cdots$
$\therefore$ 각각의 자연수를 모두 합치면 3과 서로소인 자연수와 같아진다.

9. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.

㉡ 두 수가 서로소이면 둘 중 하나는 소수이다.

㉢ 공약수가 1 인 두 자연수는 서로소이다.

㉣ 15 이하의 자연수 중에서 7 과 서로소인 소수는 5 개이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ 반례 : 8 과 25 는 서로소지만 둘 다 소수가 아니다.
㉢ 1 은 모든 두 자연수의 공약수이다.

10. 다음 중 옳은 것은?

① 소수는 모두 홀수이다.

② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.

③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.

④ 1 은 합성수이다.

⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

① 2 는 유일한 짝수이다.
② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

11. 세 수 48, 72, $2^3 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① 2×3^2 ② $2^3 \times 3$ ③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^2 \times 3^2$ ⑤ 2×3^2

해설

$48 = 2^4 \times 3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, $2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 $2^3 \times 3$

12. 세 수 250, 360, 960 의 최대공약수는?

① 2^2 ② 2×5 ③ $2^2\times5^2$

④ $2\times3\times5$ ⑤ $2^2\times3\times5$

해설

$250=2\times5^3$, $360=2^3\times3^2\times5$,
$960=2^6\times3\times5$ 이므로
최대공약수는 2×5

13. 다음 중 최대공약수를 구했을 때, 최대공약수가 가장 큰 것은 어느 것인가?

① 12, 18
② 24, 32
③ 14, 20
④ $2^2 \times 3 \times 5^2$, $2 \times 3^2 \times 5$
⑤ $2^3 \times 3$, $2^2 \times 3^2$, $2 \times 3^2 \times 7$

해설

① 6
② 8
③ 2
④ 30
⑤ 6
이므로 가장 큰 것은 ④

14. 다음 ☐ 안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

(ㄱ) $2^2\times3, 2\times3^2\times5^2, 2^2\times5\times7$ 의 최대공약수는 ☐ 이다.
(ㄴ) $2\times5\times7, 2^3\times3\times5^2, 2^2\times5^2$ 의 최대공약수는 ☐ 이다.

① 2×3 , $2^2\times5$　② 2 , 2×3
③ $2\times3\times5$, 2×5　④ 2 , 2×5
⑤ 2×3 , 2×7

해설

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.
(ㄴ)의 최대공약수는 2×5 이다.
따라서 차례대로 쓴 것은 2 , 2×5 이다.

15. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.

또한,

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a=2$, $b=2$, $c=2$ 이다.

16. 다음 세 수 $2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150$, $2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70$ 일 때, $(a+b+c) \times d$ 의 값은?

① 3　② 5　③ 8　④ 9　⑤ 12

해설

최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70 = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이
$2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150 = 2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$
$2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$
$2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54 = 2^5 \times 3^3 \times 5^c \times 7^d$ 이다.
주어진 세 수의 2 의 지수를 비교하면 모두 4 보다 크므로
$2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$ 에서 2 의 지수는 4 이어야한다.
2 가 한 번 더 곱해져 있으므로, a 는 3 이어야 한다.
주어진 세 수의 3 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 b 는 1 이어야 한다.
주어진 세 수의 5 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 c 는 1 이어야 한다.
주어진 세 수의 7 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 d 는 1이어야 한다.
따라서 $a=3$, $b=1$, $c=1$, $d=1$ 이므로
$(a+b+c) \times d = (3+1+1) \times 1 = 5$ 이다.

17. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 42 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은?

① 3 ② 6 ③ 14 ④ 21 ⑤ 28

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 28 는 42 의 약수가 아니다.

18. 세 자연수 45, A, 90 의 최대공약수가 15 일 때, A 가 될 수 있는 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 75

해설

A 는 15 를 약수로 갖고 있으므로, 두 자리 자연수인 15 의 배수를 나열해 보면 다음과 같다.
15, 30, 45, 60, 75, 90
이 중, 45, 90 과의 최대공약수가 15 가 될 수 있는 자연수는
15, 30, 60, 75 이다.
이 중 가장 큰 수는 75 이다.

19. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5^2$, $2 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 2

▷ 정답: 3

▷ 정답: 6

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수와 같다.
최대공약수가 $2 \times 3 = 6$ 이므로
6 의 약수는 1, 2, 3, 6

20. $2^3 \times 3^2 \times 5^2,\ 2 \times 3^2 \times 7,\ 180$ 의 공약수가 아닌 것은?

① 3　② 2^2　③ 6

④ 9　⑤ 2×3^2

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5^2,\ 2 \times 3^2 \times 7,\ 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3^2
공약수는 최대공약수의 약수이므로
주어진 세 수의 공약수는 $1,\ 2,\ 3,\ 2 \times 3,\ 3^2,\ 2 \times 3^2$ 이다.

21. 두 자연수 p, q 의 최대공약수가 792 일 때, p, q 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 792 의 약수의 개수이다.

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$

$\therefore (3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24$ (개)

22. 소인수분해를 이용하여 세 수 24, 32, 36 의 최소공배수를 구하면?

① 4 ② 48 ③ 96 ④ 288 ⑤ 360

해설

$$\begin{array}{r} 2\,)\,24 \\ 2\,)\,12 \\ 2\,)\,6 \\ 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\,)\,32 \\ 2\,)\,16 \\ 2\,)\,8 \\ 2\,)\,4 \\ 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\,)\,36 \\ 2\,)\,18 \\ 3\,)\,9 \\ 3 \end{array}$$

$\therefore 24 = 2^3 \times 3 \quad \therefore 32 = 2^5 \quad \therefore 36 = 2^2 \times 3^2$

따라서 최소공배수는 $2^5 \times 3^2 = 288$ 이다.

23. 두 자연수 $2^a \times 3$ 과 $2^3 \times 3^b \times 5$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$이므로, $a=4,\ b=2$ 이다.
$\therefore a+b=4+2=6$

24. 두 수 $3^a\times5\times11^2$, $3^2\times7^b\times11^c$ 의 최소공배수를 구하면 $3^4\times5\times7^3\times11^3$ 이다. $a+b-c$ 의 값으로 옳은 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^a=3^4$ 이므로 $a=4$,
$7^b=7^3$ 이므로 $b=3$,
$11^c=11^3$ 이므로 $c=3$ 이다.
따라서 $a+b-c=4$ 이다.

25. 다음 중 두 자연수 $2^2\times3\times5$, $2\times3^3\times5$ 의 공배수가 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $2\times3\times5$ ② $2^2\times3^3\times5$ ③ $2^2\times3^3\times5^2$
④ $2^3\times3^3\times5$ ⑤ $2^3\times3^3\times5^3$

해설

최소공배수 : $2^2\times3^3\times5$
공배수는 최소공배수의 배수이므로 $2^2\times3^3\times5$ 의 배수가 된다.

26. 세 수 16 , 24 , 36 의 공배수 중 700 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 720

해설

세 수의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이므로, 144 의 배수 중 700 에 가장 가까운 수는 720 이다.

27. 두 수 A 와 B 의 최소공배수는 12 이고, 12 와 C 의 최소공배수는 24 이다. 세 수 A , B , C 의 공배수로 알맞은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

A 와 B 의 최소공배수는 12 이고, 두 수의 최소공배수인 12 과 C 의 최소공배수가 24 이므로, 세 수 A , B , C 최소공배수는 24 이다. 따라서 A , B , C , D 의 공배수는 24 의 배수이다.

28. 세 자연수 16, 24, 48 의 공배수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 18 개

해설

16, 24, 48 의 공배수는 48 의 배수이다.
999 까지의 48 의 배수는 $999 \div 48 = 20 \cdots 39$ 이므로 20 개 있고,
99 까지의 48 의 배수는 $99 \div 48 = 2 \cdots 3$ 이므로 2 개 있다.
따라서 48 의 배수 중 세 자리 자연수는 $20 - 2 = 18$ (개) 있다.