

1. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{(-3)^2} = \pm 3$ 이다.
- ② $\sqrt{4}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.
- ③ $\sqrt{36} = 18$ 이다.
- ④ 0 의 제곱근은 없다.
- ⑤ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = a$ 이다.

해설

- ① $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$
- ② $\sqrt{4} = 2$ 의 제곱근 $\pm \sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{36} = 6$
- ④ 0 의 제곱근은 0 이다

2. $\sqrt{\frac{756}{x}}$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 작은 수는?

- ① 3 ② 6 ③ 7 ④ 21 ⑤ 42

해설

$756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$ 이므로 $\sqrt{\frac{2^2 \times 3^3 \times 7}{x}}$ 이 자연수가 되기 위한 자연수 중 가장 작은 값 $x = 3 \times 7 = 21$ 이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{4} + \sqrt{9} = \sqrt{13}$

② 0의 제곱근은 2개이다.

③ $\sqrt{25} > 5$

④ $\pi - 3.14$ 는 유리수이다.

⑤ $\sqrt{25} - \sqrt{16} = \sqrt{1}$

해설

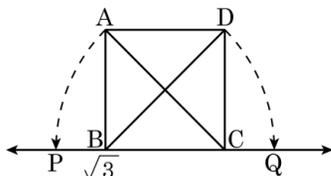
① $\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5 = \sqrt{25}$

② 0의 제곱근은 0이므로 1개

③ $\sqrt{25} = 5$

④ (무리수) - (유리수) = (무리수)

4. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, $B(\sqrt{3})$ 이다. 이 때, 점 P의 좌표를 구하면?



- ① $2\sqrt{3}$ ② $-1+2\sqrt{2}$ ③ $-1+2\sqrt{3}$
 ④ $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ⑤ $1+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

해설

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 점 C 의 좌표는 $C(\sqrt{3}+1)$ 이다.
 정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 대각선 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.
 따라서 점 P 의 좌표는 $P(\sqrt{3}+1-\sqrt{2})$ 이다.

5. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{20} = 4.472$ 일 때, $\sqrt{0.002}$ 의 값을 구하면?

① 44.72

② 0.1414

③ 0.4472

④ 0.04472

⑤ 0.01414

해설

$$\sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{20}{10000}} = \frac{\sqrt{20}}{100} = \frac{4.472}{100} = 0.04472$$

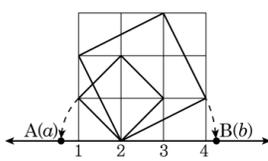
6. $\sqrt{6} \times \sqrt{3} \div \sqrt{12}$ 을 간단히 한 것은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{6 \times 3}{12}} = \sqrt{\frac{18}{12}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

8. 다음 그림을 보고 옳은 것을 고르면? (단, 모든 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다.)



보기

- ㉠ A의 좌표는 $A(-\sqrt{2})$ 이다.
- ㉡ B의 좌표는 $B(2 + \sqrt{5})$ 이다.
- ㉢ a 는 수직선 A를 제외한 수직선 위의 다른 점에 한 번 더 대응한다.
- ㉣ a, b 사이에는 무수히 많은 실수가 존재한다.
- ㉤ a 와 b 는 유리수이다.

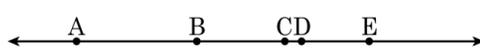
- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉣, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉠ A의 좌표는 $A(2 - \sqrt{2})$ 이다.
- ㉡ 모든 실수와 수직선 위의 점은 일대일로 대응하므로 a 는 수직선 A에만 대응한다.
- ㉢ a 와 b 는 무리수이다.

9. 다음의 수를 수직선 위에 나타냈더니 그림과 같았다. 점 D에 대응하는 수는?

$$\sqrt{6} \quad 2.5 \quad \sqrt{5}+1 \quad 3-\sqrt{2} \quad \frac{1}{3}$$



- ① $\sqrt{6}$ ② 2.5 ③ $\sqrt{5}+1$
④ $3-\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\frac{1}{3} < 3 - \sqrt{2} < \sqrt{6} < 2.5 < \sqrt{5} + 1 \text{ 이다.}$$

10. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{a} \times \sqrt{12} \times \sqrt{2a} = 24$ 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

해설

$$\sqrt{2 \times 3 \times a \times 12 \times 2a} = 24$$

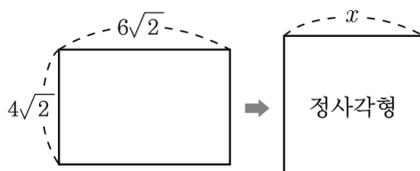
$$\sqrt{4^2 \times 3^2 \times a^2} = 24$$

$$12\sqrt{a^2} = 24$$

$$12a = 24$$

$$\therefore a = 2$$

11. 가로 길이가 $6\sqrt{2}$ 이고, 세로 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이 x 를 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타내면? (단, b 는 제곱인 인수가 없는 자연수)



- ① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

직사각형의 넓이는 $6\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 48$ 이다.
따라서 $x^2 = 48$ 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ 이다.

12. $a = 3\sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{3}$ 일 때, $a(a+b) - b(a-b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\begin{aligned} & a(a+b) - b(a-b) \\ &= a^2 + ab - ab + b^2 \\ &= a^2 + b^2 \\ &= (3\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 18 + 12 = 30 \end{aligned}$$

13. 등식 $7 + 5\sqrt{3} + 5x - 2y = 3\sqrt{3}x - \sqrt{3}y - 5$ 를 만족하는 유리수 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 22$

▷ 정답: $y = 61$

해설

$$7 + 5\sqrt{3} + 5x - 2y = 3\sqrt{3}x - \sqrt{3}y - 5$$

$$(7 + 5x - 2y + 5) + (5 - 3x + y)\sqrt{3} = 0$$

$$5x - 2y = -12 \Leftrightarrow y = \frac{5}{2}x + 6$$

$$\begin{aligned} \therefore -3x + y &= -3x + \frac{5}{2}x + 6 \\ &= -\frac{1}{2}x + 6 \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2}x = -11$$

$$\therefore x = 22, y = 61$$

14. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 틀린 것은?

① $\sqrt{6} + 2 < \sqrt{6} + 3$

② $4 - \sqrt{7} < 2\sqrt{7} - 2$

③ $2\sqrt{3} + 3 < 6\sqrt{3} - 5$

④ $2\sqrt{5} - \sqrt{8} < \sqrt{20} + 3\sqrt{2}$

⑤ $3 + \sqrt{3} < 10 - \sqrt{12}$

해설

③ $2\sqrt{3} + 3 < 6\sqrt{3} - 5$

$2\sqrt{3} + 3 - 6\sqrt{3} + 5 = -4\sqrt{3} + 8 = -\sqrt{48} + \sqrt{64} > 0$

$\therefore 2\sqrt{3} + 3 > 6\sqrt{3} - 5$

15. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

- ① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}x &= \pm 2, y = \pm 3 \\x - y &= -1, 5, -5, 1 \\ \therefore M - m &= 5 - (-5) = 10\end{aligned}$$

16. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$	㉡ 25	㉢ $\sqrt{(-3)^2}$
㉣ 1.6	㉤ $\frac{49}{9}$	㉥ $\frac{81}{6}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉤
 ④ ㉠, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.
 ㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.
 ㉣ (1.6의 제곱근) = $\pm\sqrt{1.6}$ (1.6은 제곱수가 아니다.)
 ㉥ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 = $\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

17. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 \sqrt{n} 이 무리수인 n 의 개수는?

- ① 11 개 ② 10 개 ③ 9 개 ④ 8 개 ⑤ 7 개

해설

7 ~ 14 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.
7, 8, 10, 11, 12, 13, 14 (7개)

18. 임의의 실수 a, b 에 대하여 \star 를 $a \star b = ab - a - b - 3$ 이라 할 때,

$\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 의 값은?

- ① 0 ② $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ③ $-\frac{8\sqrt{5}}{5}$
④ $3 - \frac{3\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $3 - \frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5} &= \sqrt{5} \times \frac{3\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= 3 - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= -\frac{8}{5}\sqrt{5}\end{aligned}$$

19. $\sqrt{144-x} - \sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 xy 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 253

해설

$\sqrt{144-x} - \sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되려면
 $\sqrt{144-x}$ 는 최댓값, $\sqrt{25+y}$ 는 최솟값을 가져야 한다.
 $\sqrt{144}(=12) > \sqrt{144-x}$ 이므로
 $\sqrt{144-x}=11$ 일 때, 최댓값을 갖는다.
 $144-x=11^2$ 에서 $x=23$
또, $\sqrt{25}(=5) < \sqrt{25+y}$ 이므로
 $\sqrt{25+y}=6$ 일 때, 최솟값을 갖는다.
 $25+y=6^2$ 에서 $y=11$
 $\therefore xy = 23 \times 11 = 253$

20. \sqrt{x} 의 정수 부분을 $f(x)$ 라고 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(3)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(17)} + \frac{1}{f(19)}$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{29}{6}$

해설

$f(1) = 1, f(4) = 2, f(9) = 3, f(16) = 4$ 이므로

$f(1), f(3) = 1$

$f(5), f(7) = 2$

$f(9), f(11), f(13), f(15) = 3$

$f(17), f(19) = 4$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2 \times \frac{1}{1} + 2 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{1}{4} \\ &= 2 + 1 + \frac{4}{3} + \frac{1}{2} = \frac{29}{6}\end{aligned}$$