1. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{(-3)^2} = \pm 3$ 이다.

② $\sqrt{4}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.

③ $\sqrt{36} = 18$ 이다.

④ 0 의 제곱근은 없다.

⑤ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = a$ 이다.

해설

① $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

② $\sqrt{4} = 2$ 의 제곱근 $\pm\sqrt{2}$

③ $\sqrt{36} = 6$

④ 0 의 제곱근은 0 이다

2. $\sqrt{\dfrac{756}{x}}$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 작은 수는?

① 3 ② 6 ③ 7 ④ 21 ⑤ 42

해설

$756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$ 이므로 $\sqrt{\dfrac{2^2 \times 3^3 \times 7}{x}}$ 이 자연수가 되기 위한 자연수 중 가장 작은 값 $x = 3 \times 7 = 21$ 이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{4} + \sqrt{9} = \sqrt{13}$

② 0 의 제곱근은 2 개이다.

③ $\sqrt{25} > 5$

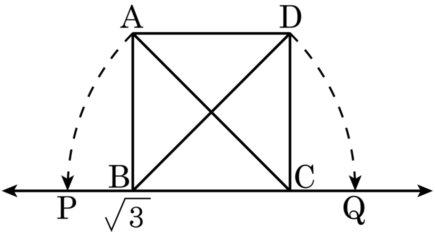
④ $\pi - 3.14$ 는 유리수이다.

⑤ $\sqrt{25} - \sqrt{16} = \sqrt{1}$

해설

① $\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5 = \sqrt{25}$
② 0 의 제곱근은 0 이므로 1 개
③ $\sqrt{25} = 5$
④ (무리수) − (유리수) = (무리수)

4. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, $B(\sqrt{3})$ 이다. 이 때, 점 P의 좌표를 구하면?



① $2\sqrt{3}$ ② $-1+2\sqrt{2}$ ③ $-1+2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ⑤ $1+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

해설

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 점 C 의 좌표는 $C(\sqrt{3}+1)$ 이다.

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 대각선 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.

따라서 점 P 의 좌표는 $P(\sqrt{3}+1-\sqrt{2})$ 이다.

5. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{20} = 4.472$ 일 때, $\sqrt{0.002}$ 의 값을 구하면?

① 44.72　② 0.1414　③ 0.4472

④ 0.04472　⑤ 0.01414

해설

$$\sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{20}{10000}} = \frac{\sqrt{20}}{100} = \frac{4.472}{100} = 0.04472$$

6. $\sqrt{6} \times \sqrt{3} \div \sqrt{12}$ 을 간단히 한 것은?

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{6 \times 3}{12}} = \sqrt{\frac{18}{12}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

7. $\sqrt{3x-1} \le 2$ 일 때, 만족하는 정수 x 값의 개수를 구하여라.

▶ **답:** ______ 개

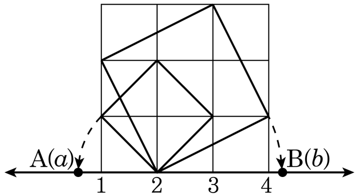
▷ **정답:** 1 개

해설

$\sqrt{3x-1} \le 2$, $0 \le 3x-1 \le 4$, $\frac{1}{3} \le x \le \frac{5}{3}$

따라서, 만족하는 정수 x 의 값은 1 의 1 개뿐이다.

8. 다음 그림을 보고 옳은 것을 고르면? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



보기

㉠ A 의 좌표는 A$(-\sqrt{2})$ 이다.

㉡ B 의 좌표는 B$(2+\sqrt{5})$ 이다.

㉢ a 는 수직선 A 를 제외한 수직선 위의 다른 점에 한 번 더 대응한다.

㉣ a , b 사이에는 무수히 많은 실수가 존재한다.

㉤ a 와 b 는 유리수이다.

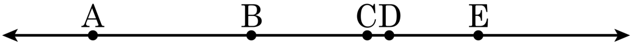
① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉡, ㉣
④ ㉢, ㉤　⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ A 의 좌표는 A$(2-\sqrt{2})$ 이다.
㉢ 모든 실수와 수직선 위의 점은 일대일로 대응하므로 a 는 수직선 A 에만 대응한다.
㉤ a 와 b 는 무리수이다.

9. 다음의 수를 수직선 위에 나타냈더니 그림과 같았다. 점 D 에 대응하는 수는?

$\sqrt{6}$	2.5	$\sqrt{5}+1$	$3-\sqrt{2}$	$\dfrac{1}{3}$



① $\sqrt{6}$ ② 2.5 ③ $\sqrt{5}+1$

④ $3-\sqrt{2}$ ⑤ $\dfrac{1}{3}$

해설

$\dfrac{1}{3} < 3-\sqrt{2} < \sqrt{6} < 2.5 < \sqrt{5}+1$ 이다.

10. $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{a}\times\sqrt{12}\times\sqrt{2a}=24$ 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

해설

$\sqrt{2\times3\times a\times12\times2a}=24$

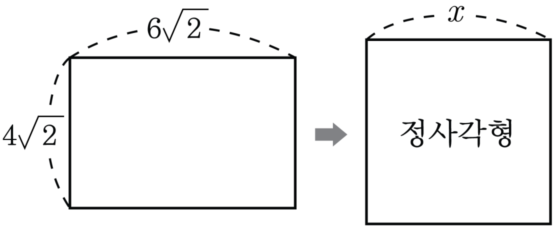
$\sqrt{4^2\times3^2\times a^2}=24$

$12\sqrt{a^2}=24$

$12a=24$

$\therefore\ a=2$

11. 가로의 길이가 $6\sqrt{2}$ 이고, 세로의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이 x 를 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타내면? (단, b 는 제곱인 인수가 없는 자연수)



① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

직사각형의 넓이는 $6\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 48$ 이다.
따라서 $x^2 = 48$ 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ 이다.

12. $a = 3\sqrt{2},\ b = 2\sqrt{3}$ 일 때, $a(a+b)-b(a-b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$a(a+b)-b(a-b)$$
$$= a^2 + ab - ab + b^2$$
$$= a^2 + b^2$$
$$= (3\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 18 + 12 = 30$$

13. 등식 $7+5\sqrt{3}+5x-2y=3\sqrt{3}x-\sqrt{3}y-5$ 를 만족하는 유리수 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=22$

▷ 정답 : $y=61$

해설

$7+5\sqrt{3}+5x-2y=3\sqrt{3}x-\sqrt{3}y-5$

$(7+5x-2y+5)+(5-3x+y)\sqrt{3}=0$

$5x-2y=-12 \Leftrightarrow y=\frac{5}{2}x+6$

$$\begin{aligned}\therefore\quad -3x+y &= -3x+\frac{5}{2}x+6\\ &= -\frac{1}{2}x+6\\ &= -5\end{aligned}$$

$-\frac{1}{2}x=-11$

$\therefore\quad x=22, y=61$

14. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 <u>틀린</u> 것은?

① $\sqrt{6}+2<\sqrt{6}+3$ ② $4-\sqrt{7}<2\sqrt{7}-2$

③ $2\sqrt{3}+3<6\sqrt{3}-5$ ④ $2\sqrt{5}-\sqrt{8}<\sqrt{20}+3\sqrt{2}$

⑤ $3+\sqrt{3}<10-\sqrt{12}$

해설

③ $2\sqrt{3}+3<6\sqrt{3}-5$

$2\sqrt{3}+3-6\sqrt{3}+5=-4\sqrt{3}+8=-\sqrt{48}+\sqrt{64}>0$

$\therefore 2\sqrt{3}+3>6\sqrt{3}-5$

15. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① -10　② -5　③ 0　④ 5　⑤ 10

해설

$x = \pm 2,\ y = \pm 3$

$x - y = -1,\ 5,\ -5,\ 1$

$\therefore M - m = 5 - (-5) = 10$

16. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$	㉡ 25	㉢ $\sqrt{(-3)^2}$
㉣ 1.6	㉤ $\dfrac{49}{9}$	㉥ $\dfrac{81}{6}$

① ㉠, ㉡　　② ㉡, ㉣　　③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤　　⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이다.

㉣ (1.6 의 제곱근) $= \pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉥ $\left(\dfrac{81}{6}\text{의 제곱근}\right) = \pm\dfrac{9}{\sqrt{6}}$

17. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이 무리수인 n 의 개수는?

① 11 개　② 10 개　③ 9 개　④ 8 개　⑤ 7 개

해설

$7 \sim 14$ 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.

$7, 8, 10, 11, 12, 13, 14$ (7 개)

18. 임의의 실수 a, b 에 대하여 ★를 $a ★ b = ab - a - b - 3$이라 할 때, $\sqrt{5} ★ \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 의 값은?

① 0 ② $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ③ $-\frac{8\sqrt{5}}{5}$

④ $3-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $3-\frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

$$\sqrt{5} ★ \frac{3\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}\times\frac{3\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3$$
$$= 3 - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3$$
$$= -\frac{8}{5}\sqrt{5}$$

19. $\sqrt{144-x}-\sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 253

해설

$\sqrt{144-x}-\sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되려면
$\sqrt{144-x}$ 는 최댓값, $\sqrt{25+y}$ 는 최솟값을 가져야 한다.
$\sqrt{144}(=12)>\sqrt{144-x}$ 이므로
$\sqrt{144-x}=11$ 일 때, 최댓값을 갖는다.
$144-x=11^2$ 에서 $x=23$
또, $\sqrt{25}(=5)<\sqrt{25+y}$ 이므로
$\sqrt{25+y}=6$ 일 때, 최솟값을 갖는다.
$25+y=6^2$ 에서 $y=11$
$\therefore xy=23\times 11=253$

20. $\sqrt{x}$ 의 정수 부분을 $f(x)$ 라고 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{f(1)}+\frac{1}{f(3)}+\frac{1}{f(5)}+\cdots+\frac{1}{f(17)}+\frac{1}{f(19)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{29}{6}$

해설

$f(1)=1,\ f(4)=2,\ f(9)=3,\ f(16)=4$ 이므로

$f(1),\ f(3)=1$

$f(5),\ f(7)=2$

$f(9),\ f(11),\ f(13),\ f(15)=3$

$f(17),\ f(19)=4$

$$(\text{준식})=2\times\frac{1}{1}+2\times\frac{1}{2}+4\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{4}$$
$$=2+1+\frac{4}{3}+\frac{1}{2}=\frac{29}{6}$$