

1. 다음 보기 중 집합이 아닌 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 8월에 태어난 학생의 모임
- ㉡ 달리기를 잘하는 학생의 모임
- ㉢ 외떡잎 식물의 모임
- ㉣ 키우기 좋은 동물의 모임
- ㉤ 우리 회사에서 여동생이 있는 사람의 모임
- ㉥ 위인의 모임
- ㉦ 10보다 큰 11의 배수
- ㉧ 강남구 소속 주민의 모임

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉣

③ ㉢, ㉣, ㉤

④ ㉡, ㉣, ㉧

⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

- ㉡ ‘잘하는’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉥ ‘위인’이라는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

2. 5 이상 10 미만의 자연수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $5 \notin A$

② $7 \notin A$

③ $8.5 \notin A$

④ $9 \in A$

⑤ $10 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 5, 6, 7, 8, 9 이므로 $8.5 \notin A$ 이고 $9 \in A$ 이다.

3. 다음은 두 학생 갑과 을 사이의 집합에 관한 논쟁 중에서 그 일부를 적은 것이다.

갑 : 우리가 생각할 수 있는 집합들 전체의 집합을 S 라 하자.

그러면 S 는 S 자신을 원소로 갖는다.(㉠) 그렇지?

을 : 그건 말도 안돼. 그런 게 어디 있냐?

갑 : 좋아. 그러면 자기 자신을 원소로 갖지 않는 집합들 전체의 집합(㉡)은 어떠냐?

위의 논쟁에서 밑줄 친 부분 (㉠), (㉡)에 대한 수학적 표현으로 적절한 것은?

- ① $S \in S, \{A|A \notin A, A \text{는 집합}\}$
- ② $S \in S, \{A|A \not\subset A, A \text{는 집합}\}$
- ③ $S \in S, \{A|A \in A, A \text{는 집합}\}$
- ④ $S \subset S, \{A|A \notin A, A \text{는 집합}\}$
- ⑤ $S \subset S, \{A|A \subset A, A \text{는 집합}\}$

해설

(㉠) S 는 S 자신을 원소로 갖는다 $\rightarrow S \in S$

(㉡) 자기 자신을 원소로 갖지 않는 집합들 전체의 집합 $\rightarrow \{A|A \notin A, A \text{는 집합}\}$

[참고] 러셀의 패러독스를 표현한 내용이다. 러셀은 이것을 ‘이 발사의 예화’를 통해 설명했다.

4. 다음 중 무한집합이 아닌 것을 모두 고르면?

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 1 \text{과 } 2 \text{사이의 분수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{2x + 1|x \text{는 } 11 \text{보다 큰 소수}\}$
- ⑤ $\{x|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 자연수}\}$

해설

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다. : 유한 집합
- ② $\{x|x \text{는 } 1 \text{과 } 2 \text{사이의 유리수}\} \rightarrow$ 1 과 2 사이의 분수는 무수히 많다. : 무한 집합
- ③ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한 집합
- ④ $\{2x + 1|x \text{는 } 11 \text{보다 큰 소수}\} \rightarrow$ 11 보다 큰 소수는 무수히 많다. : 무한 집합
- ⑤ x 가 될 수 있는 수는 2,3 뿐이다. : 유한집합

5. 다음 <보기>의 네 가지 조건으로 확실히 말할 수 있는 것은?

보기

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 B 의 원소는 C 의 원소이다.
- 모든 D 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 E 의 원소는 C 의 원소이다.

- ① 모든 A 의 원소는 C 의 원소이다.
- ② 모든 C 의 원소는 E 의 원소이다.
- ③ 모든 B 의 원소는 D 의 원소이다.
- ④ D 와 C 의 관계는 알 수 없다.
- ⑤ D 의 원소 중 B 의 원소가 아닌 것이 있다.

해설

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다. $A \subset B$
- 모든 B 의 원소는 C 의 원소이다. $B \subset C$
- 모든 D 의 원소는 B 의 원소이다. $D \subset B$
- 모든 E 의 원소는 C 의 원소이다. $E \subset C$
- ② C 의 원소 중 E 의 원소가 아닌 것도 있다.
- ③ B 의 원소 중 D 의 원소가 아닌 것도 있다.
- ④ D 와 C 의 관계는 $D \subset C$ 이다.
- ⑤ $D \subset B$ 이므로 D 의 원소 중 B 의 원소가 아닌 것은 없다.

6. 집합 $A = \{1, 2, \{3, 4\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\{1\} \subset A$

㉡ $\{3, 4\} \notin A$

㉢ $\emptyset \subset A$

㉣ $\{\emptyset\} \notin A$

㉤ $\{1, 2, \{3, 4\}, \emptyset\} \subset A$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣ $\{\emptyset\} \subset A$

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, A 의 진부분집합을 모두 구한 것은?

① $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}$

② $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}$

③ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 4, 6\}$

④ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$

⑤ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}$

해설

$$A = \{2, 4, 6\}$$

집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 부분집합 :

$\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$

집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 진부분집합 :

$\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}$ 이므로 ⑤이다.

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$ 의 부분집합 중 8 을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은?

① $\{3\}$

② $\{6, 8\}$

③ $\{2, 4, 8\}$

④ $\{2, 4, 6\}$

⑤ $\{2, 4, 6, 10\}$

해설

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

원소 8 을 제외한 $\{2, 4, 6\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면

$\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{4, 6\}, \{2, 6\}, \{2, 4, 6\}$ 이고, 이것이 8 을 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합이다.

9. 다음은 수근이가 중학교에 입학한 첫 날의 일기이다. 밑 줄 친 말 중에서 집합이 될 수 있는 것을 모두 골라라.

5월 18일 비온 뒤 갸

오늘은 내가 중학교에 입학한 첫 날이다. 교복을 입은 내 모습이 어색해 보였지만, 새로 사귀게 될 ㉠ 멋진 친구들과 선생님을 만날 생각을 하니 기대가 되었다.

입학 첫 날이어서 그런지 부모님과 함께 온 학생들도 많았다. 나는 ㉡ 1학년 1반에 배정되었는데, ㉢ 6학년 때 같은 반이었던 친구들도 있었다.

선생님은 중학교 생활에 대하여 여러 가지 말씀을 하신 후, 자리를 정해 주셨다. 나는 ㉣ 키가 큰 편이어서 뒤쪽에 앉게 되었는데, 눈이 나빠서 칠판이 잘 보이지 않았다. 내일은 안경을 맞추어야겠다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

‘멋진’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

‘큰’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

10. 다음 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

㉠ $n(\{x|x \text{는 } \square \text{미만의 자연수}\}) = 4$

㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = \square$

㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 의 개수는 개이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

㉠ $n(\{x|x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}) = 4$

㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = 1$

㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 는 $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$ 의 3 개

$\therefore 5 + 1 + 3 = 9$

11. 다음 중에서 옳은 것의 기호를 찾아서, 각 기호에 주어진 글자를 이용하여 단어를 만들어라.

㉠ $\{1, 2, 5\} = \{1, 2, 5\}$ 이므로 부분집합이 아니다.

㉡ $\{1, 5, 3\} = \{5, 3, 1\}$

㉢ $\{\neg, \cup, \cap\} \not\subset \{\neg, \cup, \cap\}$

㉣ $A = \{7, 8\}$ 일 때, $\emptyset \subset A$ 이다.

㉤ $\{\neg, \cup\} \not\subset \{\neg, \cup, \cap\}$

㉥ \emptyset 은 $\{e, f\}$ 의 부분집합이 아니다.

㉦ $\{a, b\}$ 의 부분집합은 $\{a\}, \{b\}, \{a, b\}$ 뿐이다.

㉧ $\{\neg, \cup, \cap\}$ 의 부분집합은 7개이다.

㉨ $\{m, n\}$ 은 $\{m, n\}$ 의 부분집합이다.

㉠	㉡	㉢	㉣	㉤	㉥	㉦	㉧	㉨
천	축	국	하	후	행	복	합	해

▶ 답:

▷ 정답: 축하해

해설

㉠ $\{1, 2, 5\} = \{1, 2, 5\}$ 이므로 부분집합이다.

㉡ $\{1, 3, 5\} = \{1, 5, 5\} = \{5, 3, 1\}$ 이다.

㉢ $\{\neg, \cup, \cap\} \not\subset \{\neg, \cup, \cap\}$

㉣ \emptyset 은 모든 집합의 부분집합이다.

㉤ $\{\neg, \cup\} \subset \{\neg, \cup, \cap\}$ 이다.

㉥ \emptyset 은 $\{e, f\}$ 의 부분집합이다.

㉦ $\{a, b\}$ 의 부분집합에서 \emptyset 이 빠졌다.

㉧ $\{\neg, \cup, \cap\}$ 의 부분집합은 8개이다.

㉨ $\{m, n\} \subset \{m, n\}$ 이다.

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉣, ㉨이다.

12. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

① $A = B$ 이면 $A \subset B, B \subset A$

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$

④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

해설

② $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ 이면

$n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$

③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만

$n(A) < n(B)$ 가 아닌 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) = 4$

$n(\{1, 2, 3\}) = 3$

$4 - 3 = 1$

13. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 이고 집합 A 에 속하는 임의의 원소 a, b 에 대하여 $a * b = a \times b$ (a 는 홀수이고 $b \neq 0$) 로 정의할 때, 집합 $B = \{x \mid x = a * b, a \in A, b \in A\}$ 의 부분집합의 개수를 구하면?

① 2 개

② 4 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

$b \backslash a$	1	3
1	1	3
2	2	6
3	3	9

표에 의하여 $B = \{1, 2, 3, 6, 9\}$ 이므로 집합 B 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이다.

15. 세 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 일 때, n 의 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$A \subset X \subset B$ 이므로, $A = X$ 일 때, n 이 최솟값을 갖고, $X = B$ 일 때, n 이 최댓값을 갖는다.

따라서 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\} = X$, $n = 5$ (최솟값)

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} = X$,

$n = 10$ (최댓값)

$\therefore 10 - 5 = 5$

16. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-3} 개이다.

$$2^{n-3} = 32, 2^{n-3} = 2^5$$

$$n - 3 = 5 \text{ 이므로 } n = 8$$

17. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, 32\}$ 의 부분집합 S 가 다음 조건을 만족할 때 $n(S)$ 의 최댓값은?

$a \in S, b \in S (a \neq b)$ 이면 $a + b \neq 5k$
(k 는 자연수)

① 6

② 7

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

1에서 32까지의 자연수를 5로 나누었을 때, 나머지에 따라 5개의 집합으로 분류하면

$$A_0 = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$$

$$A_1 = \{1, 6, 11, 16, 21, 26, 31\}$$

$$A_2 = \{2, 7, 12, 17, 22, 27, 32\}$$

$$A_3 = \{3, 8, 13, 18, 23, 28\}$$

$$A_4 = \{4, 9, 14, 19, 24, 29\}$$

구하는 집합 S 의 원소는 A_0 의 원소 중 1개, A_1 과 A_4 의 원소 중 한 쪽 것만 택해야 하므로 큰 쪽인 A_1 의 7개, A_2 와 A_3 중 A_2 의 7개를 택하면 $n(S)$ 의 최댓값은 15(개)이다.

18. 주사위 A, B 두 개를 던져서 나올 수 있는 두 자리 자연수의 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

① 6

② 12

③ 24

④ 30

⑤ 36

해설

$A = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33$
 $\dots 64, 65, 66\}$

$$n(A) = 36$$

19. $\{\{0\}, 1, 2, \{1, 2\}, \{\emptyset\}\}$ 를 원소로 가지는 집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\{0\} \subset A$

③ $\{1, 2\} \subset A$

④ $\{1\} \in A$

⑤ $\{\emptyset\} \subset A$

해설

① $\{\emptyset\} \in A$

② $\{\{0\}\} \subset A$

④ $1 \in A$

⑤ $\{\{\emptyset\}\} \subset A$

20. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 4, 8\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset$, $n(X \cap B) = 1$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12개

해설

$X - A = \emptyset$ 이면 $X \subset A$

$n(X \cap B) = 1$ 이므로 X 는 B 의 원소 하나를 포함하고 나머지 두 원소는 포함하지 않는 A 의 부분집합이다.

X 가 2 를 포함하고 4, 8 을 포함하지 않은 경우 (집합 X 의 개수) = $2^{5-3} = 4$ (개), X 가 4 를 포함한 경우와 8 을 포함한 경우도 마찬가지로

(집합 X 의 개수) = $4 \times 3 = 12$ (개) 이다.