

1. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

①  $(x-y)^2 - xy(y-x) = (x-y)(x-y+xy)$

②  $3a^2 - 27b^2 = 3(a+3b)(a-3b)$

③  $64a^3 - 125 = (4a+5)(16a^2 - 20a + 25)$

④  $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6 = (x^2 - x + 3)(x+1)(x-2)$

⑤  $2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$

해설

$$\begin{aligned} & 64a^3 - 125 \\ &= (4a)^3 - (5)^3 \\ &= (4a-5)(16a^2 + 20a + 25) \end{aligned}$$

2.  $x^6 + 1$ 을 계수가 실수인 범위 내에서 인수분해 할 때, 다음 중 인수인 것은?

- ①  $x^2 + x + 1$       ②  $x^2 - x + 1$       ③  $x^2 + \sqrt{3}x + 1$   
④  $x^2 + \sqrt{3}x - 1$       ⑤  $x^2 - 1$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2)^3 + 1 \\&= (x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1) \\&= (x^2 + 1)((x^2 + 1)^2 - 3x^2) \\&= (x^2 + 1)(x^2 - \sqrt{3}x + 1)(x^2 + \sqrt{3}x + 1)\end{aligned}$$

3. 다음 중  $(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2$  을 옳게 인수분해 한 것은?

①  $(a - b)^2(a + b)^2$                       ②  $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$

③  $(a - b)^2(a^2 + b^2)$                       ④  $(a^2 - b^2)(a + b)^2$

⑤  $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)^2$

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2 \\ &= (a^2 + b^2 - 2ab)(a^2 + b^2 + 2ab) \\ &= (a - b)^2(a + b)^2 \end{aligned}$$

4.  $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$ 을 인수분해하면?

- ①  $-(a-b)(b-c)(c-a)$                       ②  $-(a+b+c)(a-b-c)$   
③  $-(a+b)(b+c)(c+a)$                       ④  $(a+b)(b+c)(c+a)$   
⑤  $(a-b)(b-c)(c-a)$

해설

전개하여  $a$ 에 대한 내림차순으로 정리한 후, 인수분해 한다.

$$\begin{aligned} & ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a) \\ &= (b-c)a^2 - (b^2 - c^2)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= (b-c)(a-b)(a-c) \\ &= -(a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

5. 다음 중  $x^4 + x^3 - 11x^2 - 9x + 18$ 의 인수가 아닌 것은?

- ①  $x - 1$     ②  $x + 1$     ③  $x - 3$     ④  $x + 3$     ⑤  $x + 2$

해설

준식을 인수정리와 조립제법을 이용하여 정리하면

$$(x - 1)(x - 3)(x + 2)(x + 3) = 0$$

※ 최고차항의 계수가 1 인 다항식에서 인수정리를 사용할 때, 상수항의 약수 중에서 대입하여 0이 되는 정수를 찾아본다.

6. 두 다항식  $x^3 + 2x^2 - x - 2$ ,  
 $(x - 1)(3x^2 + ax + 2a)$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -3$

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x + 2)(x + 1)$$

$\therefore 3x^2 + ax + 2a$ 는

$x + 2$  또는  $x + 1$ 을 인수로 가져야 한다.

$f(x) = 3x^2 + ax + 2a$ 로 놓을 때

$x + 2$ 가 인수이면  $f(-2) = 12 - 2a + 2a = 12$ 가 되어 적합하지 않다.

$\therefore x + 1$ 을 인수로 갖는다.

$x + 1$ 이 인수이면  $f(-1) = 3 - a + 2a = 3 + a = 0$

$\therefore a = -3$

7. 세 다항식  $f(x) = x^2 + x - 2$ ,  $g(x) = 2x^2 + 3x - 2$ ,  $h(x) = x^2 + mx + 8$ 의 최대공약수가  $x$ 의 일차식일 때,  $m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $m = 6$

해설

$f(x) = (x + 2)(x - 1)$   
 $g(x) = (x + 2)(2x - 1)$  이므로  
 $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 최대공약수는  $x + 2$   
이것이  $h(x)$ 의 약수이어야 하므로  
 $h(-2) = 4 - 2m + 8 = 0$   
 $\therefore m = 6$

8. 자연수  $a, b$ 의 최대공약수를  $(a, b)$ 로 나타낼 때, 다음과 같은 성질이 알려져 있다.

$a$ 를  $b$ 로 나누었을 때 몫을  $q$ , 나머지를  $r$ 라고 하면  $a = bq + r$  ( $0 \leq r < b$ )이고,  
이 때,  $(a, b) = (b, r)$ 가 성립한다.

다음은 위의 성질을 이용하여 1996 과 240 의 최대공약수를 구하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 것은?

$(1996, 240) = (240, (가)) = ((가), 12) = (12, (나)) = (나)$

- ① (가)= 74, (나)= 2
- ② (가)= 72, (나)= 6
- ③ (가)= 78, (나)= 2
- ④ (가)= 76, (나)= 6

⑤ (가)= 76, (나)= 4

해설

$1996 = 240 \cdot 8 + 76, 240 = 76 \cdot 3 + 12$   
 $76 = 12 \cdot 6 + 4$  이므로  
 $(1996, 240) = (240, 76) = (76, 12) = (12, 4) = 4$

9.  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k$ 가 이차식의 완전제곱식으로 인수분해될 때, 상수  $k$ 의 값을 정하면?

㉠ -1      ㉡ 1      ㉢ 0      ㉣ 2      ㉤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k \\ &= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-k \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-k \\ & x^2+5x=X \text{로 치환하면} \\ & (\text{준식}) = (X+4)(X+6)-k \\ & \quad = X^2+10X+24-k \\ & \text{완전제곱식이 되려면 } 24-k=25 \\ & \therefore k=-1 \end{aligned}$$

10.  $x^4 + 3x^2 + 4$ 를 바르게 인수분해한 것은?

①  $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$       ②  $(x^2 + 2x + 2)(x^2 - x + 2)$

③  $(x^2 - x + 2)(x^2 + x + 2)$       ④  $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x + 1)$

⑤  $(x^2 + x - 2)(x^2 + x + 2)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 + 3x^2 + 4 &= (x^4 + 4x^2 + 4) - x^2 \\&= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\&= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

11.  $a, b, c$ 가  $\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 나타낼 때, 다음 등식  $a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 = 0$ 을 만족하는 삼각형의 모양은?

- ① 직삼각형
- ② 이등변삼각형
- ③ 직각삼각형
- ④ 직각이등변삼각형
- ⑤ 이등변삼각형 또는 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 &= 0 \\ a^2(a+b) - b^2(a+b) - c(a^2 - b^2) &= 0 \\ (a+b)(a^2 - ac + bc - b^2) &= 0 \\ (a+b)\{((a-b)(a+b) - c(a-b))\} &= 0 \\ (a+b)(a-b)(a+b-c) &= 0 \\ a+b > 0, a+b-c > 0 \text{ 이므로 } a &= b \\ \therefore a = b \text{ 인 이등변삼각형} \end{aligned}$$

12.  $198^3 + 200^3 + 202^3 - 3 \cdot 198 \cdot 200 \cdot 202$ 를 간단히 하면?

① 6800

② 7000

③ 7200

④ 7400

⑤ 7600

해설

$198 = x, 200 = y, 202 = z$ 라 하면

$198^3 + 200^3 + 202^3 - 3 \cdot 198 \cdot 200 \cdot 202$

$=x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$

$=\frac{1}{2}(x+y+z)\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}$

$=\frac{1}{2} \times 600 \times 24$

$= 7200$

13.  $a + b + c = 1$ 을 만족하는 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $x = a - 2b + 3c$ ,  $y = b - 2c + 3a$ ,  $z = c - 2a + 3b$ 라 할 때,  $(x^2 + 2xy + 1) + (y^2 + 2yz + 1) + (z^2 + 2zx + 1)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$a + b + c = 1$ 이므로

$$x + y + z = 2a + 2b + 2c = 2(a + b + c) = 2$$

$$\therefore (x^2 + 2xy + 1) + (y^2 + 2yz + 1) + (z^2 + 2zx + 1)$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx + 3$$

$$= (x + y + z)^2 + 3$$

$$= 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7$$

14.  $a(a+1)=1$  일 때,  $\frac{a^6-1}{a^4-a^2}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^6-1}{a^4-a^2} &= \frac{(a^3+1)(a^3-1)}{a^2(a^2-1)} \\ &= \frac{(a+1)(a^2-a+1)(a-1)(a^2+a+1)}{a^2(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{(a^2-a+1)(a^2+a+1)}{a^2} \leftarrow a^2=1-a \text{ 대입} \\ &= \frac{2(1-a) \times 2}{1-a} = 4\end{aligned}$$

15.  $f(x) = x^2 + ax + b$ ,  $g(x) = x^2 + cx + d$ 가 다음 조건을 만족할 때,  $ab - c + d$ 의 값은?

- ㉠  $f(x), g(x)$ 의 최소공배수는  $x^3 + 3x^2 - 13x - 15$ 이다.

㉡  $f(1) = -4, g(0) = 5$

- ① -31
- ② -11
- ③ 5
- ④ 13
- ⑤ 29

해설

두 다항식의 최소공배수  
 $x^3 + 3x^2 - 13x - 15 = (x + 1)(x + 5)(x - 3)$ 에서  
인수들 중 적당한 두 인수들로  $f(1) = -4$ ,  
 $g(0) = 5$ 이 되도록  $f(x), g(x)$ 를 만들면  
 $f(x) = (x + 1)(x - 3) = x^2 - 2x - 3$   
 $g(x) = (x + 1)(x + 5) = x^2 + 6x + 5$   
 $a = -2, b = -3, c = 6, d = 5$   
 $\therefore ab - c + d = 5$

16. 최고차항의 계수가 1 인 두 이차다항식  $A, B$  에 대하여  $A, B$  의 최대공약수를  $(A, B)$ ,  $A, B$  의 최소공배수를  $[A, B]$  라 하자. 다항식  $A, B$  가

$$(A + B, A - B) = 2x - 3, [A + B, A - B] = 2x^2 + x - 6$$

을 만족할 때,  $2[A, B] = 0$  과 같은 해를 갖는 것은?

- ①  $2x^3 + 5x^2 - 6x - 9$                       ②  $x^3 + 4x^2 - 2x - 7$   
 ③  $x^3 - 3x^2 + 5x - 1$                       ④  $3x^3 - x^2 + 2x - 1$   
 ⑤  $-x^3 + 2x^2 - 5x + 7$

#### 해설

$A = aG, B = bG$  ( $a, b$  는 서로소) 라 하자.  
 $(A + B, A - B) = ((a + b)G, (a - b)G) = 2x - 3$  이므로  
 $G$  는  $2x - 3$   
 따라서  $A, B$  는  $2x - 3$  으로 나누어떨어지고  $a, b$  는 일차식이다.  
 또  $[A + B, A - B] = [(a + b)G, (a - b)G] = 2x^2 + x - 6$   
 $= (x + 2)(2x - 3)$  이므로  $(a + b)(a - b)G = (x + 2)(2x - 3)$   
 $\therefore (a + b)(a - b) = x + 2$  이고  
 $a, b$  는 모두 일차식이므로  
 $a + b = x + 2, a - b = 1$  이라 하고 연립하여 풀면  
 $a = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2},$   
 $b = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$   
 $\therefore [A, B] = \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)(2x - 3)$   
 $= \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}\right)(2x - 3)$   
 $= \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{8}{4}x^2 - 3x + \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}$   
 $= \frac{1}{2}x^3 + \frac{5}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}$   
 $\therefore 2[A, B] = x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 3x - \frac{9}{2}$   
 따라서  $2[A, B]$  와 같은 것은 ①  $2x^3 + 5x^2 - 6x - 9$  이다.

17.  $\frac{bx(a^2x^2 + 2a^2y^2 + b^2y^2)}{bx + ay} + \frac{ay(a^2x^2 + 2b^2x^2 + b^2y^2)}{bx + ay}$ 을 간단히 하면?

- ①  $a^2x^2 + b^2y^2$

③  $(bx + ay)^2$

⑤  $(ax + by)(bx + ay)$
- ②  $(ax + by)^2$

④  $2(a^2x^2 + b^2y^2)$

해설

(분자) $= bx(a^2x^2 + 2a^2y^2 + b^2y^2) + ay(a^2x^2 + 2b^2x^2 + b^2y^2)$   
 $= bx(a^2x^2 + b^2y^2) + 2a^2bxy^2 + ay(a^2x^2 + b^2y^2) + 2ab^2x^2y$   
 $= (a^2x^2 + b^2y^2)(bx + ay) + 2abxy(ay + bx)$   
 $= (bx + ay)(a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2)$   
 $= (bx + ay)(ax + by)^2$   
따라서, (준 식) $= (ax + by)^2$

18. 다음 식  $(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$ 의 인수가 아닌 것은?

①  $a+b$

②  $b+c$

③  $c+a$

④  $b-a$

⑤  $-b-c$

해설

전개하여  $a$ 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$$

$$= (b+c)a^2 + (b^2+2bc+c^2)a + bc(b+c)$$

$$= (b+c)\{a^2 + (b+c)a + bc\}$$

$$= (b+c)(a+b)(a+c)$$

∴ ④  $b-a$ 는 인수가 아니다

19. 다음 중  $\left(\frac{997}{1000}\right)^3 + \left(\frac{3}{1000}\right)^3 - 1$  의 값과 같은 것은?

- ①  $\frac{3^2 \times 997^3}{10}$       ②  $\frac{3^2 \times 997^6}{10}$       ③  $-\frac{3^2 \times 997^3}{10}$   
 ④  $-\frac{3^2 \times 997}{10^6}$       ⑤  $-\frac{3^2 \times 997^9}{10}$

해설

주어진 식에서  $\frac{997}{1000}$  과  $\frac{3}{1000}$  을 더해보면  $\frac{997+3}{1000} = 1$  이므로

$a = \frac{997}{1000}$ ,  $b = \frac{3}{1000}$ ,  $c = -1$  이라 하면

$a + b + c = 0$  이 된다.

따라서  $a + b + c = 0$  이므로

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \text{ 에서 } a^3+b^3+c^3 = 3abc$$

임을 이용하면

$$a^3 + b^3 + c^3 = \left(\frac{997}{1000}\right)^3 + \left(\frac{3}{1000}\right)^3 + (-1)^3 \text{ 의 값은}$$

$$3abc = 3 \times \frac{997}{1000} \times \frac{3}{1000} \times (-1) \text{ 와 같으므로}$$

구하는 값은

$$3 \times \frac{997}{1000} \times \frac{3}{1000} \times (-1) = -\frac{3^2 \times 997}{10^6}$$

20.  $x$ 에 관한 두 삼차식  $P = x^3 + ax^2 + 2x - 1$ ,  $Q = x^3 + bx^2 + 1$ 이 이차식의 최대공약수를 가질 때,  $2a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$$P - Q = (a - b)x^2 + 2x - 2 \cdots \textcircled{A}$$

$$P + Q = x\{2x^2 + (a + b)x + 2\} \cdots \textcircled{B}$$

$P$ ,  $Q$ 의 최대공약수를  $G$ 라 하면,

$G$ 는  $P - Q$ 와  $P + Q$ 의 공약수이다.

그런데  $G$ 는 이차이고,  $P$ ,  $Q$ 에는

$x$ 라는 약수가 없으므로  $\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{B}$ 에서  $G$ 는

$(a - b)x^2 + 2x - 2$ 이고  $2x^2 + (a + b)x + 2$ 이다.

$$\therefore a - b = -2, a + b = -2$$

$$\therefore a = -2, b = 0$$

$$\therefore 2a + b = -4$$