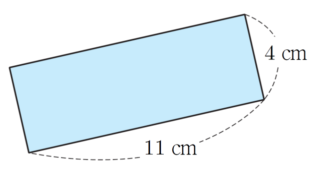
1.

직사각형의 넓이를 구하려고 합니다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.



(넓이)$=\square\times\square=\square$ (cm^2)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

2. 함수 $f : R \to R$ 에서 $f(x) = x^2 - x - 2$ 이다. $f(a) = 4$ 일 때, 양수 a 의 값은?(단, R 은 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(a) = 4$ 이므로

$a^2 - a - 2 = 4$, $a^2 - a - 6 = 0$, $(a-3)(a+2) = 0$

$\therefore$ $a = 3$ 또는 $a = -2$

한편, $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

3. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(2,\ -8)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$-8 = a \times 2^2$
$-8 = 4a$
$\therefore\ a = -2$

4. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동면 점 $(1,\ k)$ 를 지난다고 한다. k 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 12 ⑤ 27

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 한 함수의 식은
$y = 3(x+2)^2$ 이고, 점 $(1,\ k)$ 를 지나므로
$k = 3(1+2)^2$
$\therefore\ k = 27$

5. 이차함수 $y = 2x^2$ 이 점 $(2,\ 10)$ 을 지나도록 하기 위하여 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였다. 이때, q 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$y = 2x^2 + q$ 에 $(2,\ 10)$ 을 대입하면
$10 = 2 \times 4 + q$
$\therefore\ q = 2$

6. 이차함수 $y = -2(x-3)^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표를 $(a,\ \ b)$, 축을 $x = c$ 라 할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -2(x-3)^2 + 4$

꼭짓점 $(3, 4)$, 축이 $x = 3$ 이므로

$a = 3,\ b = 4,\ c = 3$

$\therefore\ a - b + c = 3 - 4 + 3 = 2$

7. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에서 x 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

$y = -x^2 + 4x - 5$

$y = -(x - 2)^2 - 1$

따라서 꼭짓점이 $(2,\ -1)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위는 $x > 2$

8. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

① $k > \frac{9}{8}$ ② $k > \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{2}$ ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$D = (-3)^2 - 4k > 0$

$9 - 4k > 0$

$\therefore\ k < \frac{9}{4}$

9. 두 함수 $(a^2-3a+2)y^2+2y-4x^2-1=0$과 $y=(2a^2-8)x^2-3x+1$이 모두 y가 x에 관한 이차함수가 되도록 상수 a의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

i) $(a^2-3a+2)y^2+2y-4x^2-1=0$이 x에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2-3a+2=0$ 이어야 하므로 $(a-1)(a-2)=0$
$\therefore a=1$ 또는 $a=2$

ii) $y=(2a^2-8)x^2-3x+1$이 x에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2-8\neq 0$ 이어야 하므로 $a\neq\pm 2$

i), ii)에 의하여 $a=1$ 이다.

10. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동하면 점 $\left(-\sqrt{2}, \frac{1}{2}\right)$ 을 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + a$ 에 점 $\left(-\sqrt{2}, \frac{1}{2}\right)$ 을 대입하면

$\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a$

$\therefore a = 1$

11. 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4 ② 5 ③ −5 ④ −3 ⑤ −2

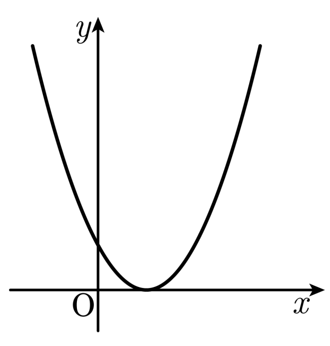
해설

$y=-\frac{2}{3}x^2+m$ 에 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 대입하면

$-5=-\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2+m$

$\therefore m=-3$

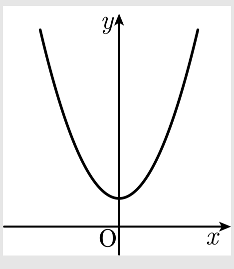
12. 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y=p(x-q)^2+a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



① 제1, 2 사분면
② 제3, 4 사분면
③ 제1, 2, 4 사분면
④ 제2, 3, 4 사분면
⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p,q) 가 x 축 위에 있으므로 $a>0,\ p>0,\ q=0$ 이다.
$y=p(x-q)^2+a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.
따라서 이차함수 $y=p(x-q)^2+a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



13. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$　　㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$　　㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

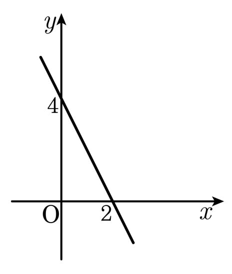
① $1 < |a| < \frac{1}{2}$　② $1 < |a| < \frac{3}{2}$　③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$　⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.
a 의 절댓값을 각각 구하면
㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡$\frac{1}{2}$ ㉢2 ㉣3 ㉤1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉢, ㉣ 이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로
④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

14. 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y=\frac{1}{2}ax^2+bx+3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?



① $(-2,\ 7)$　② $(-2,\ -7)$
③ $(7,\ 2)$　④ $(-7,\ 2)$
⑤ $(2,\ 7)$

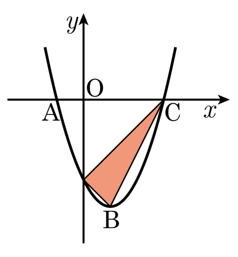
해설

$a=-2, b=4$ 이므로

$y=\frac{1}{2}ax^2+bx+3$
$=-x^2+4x+3$
$=-(x-2)^2+7$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

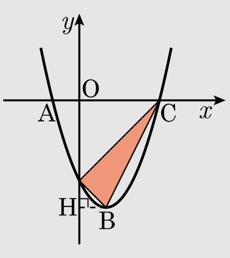
15. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 B, x 축과 만나는 한 점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



i) A(0, −3)

ii) $y = x^2 - 2x - 3$
$= (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3$
$= (x - 1)^2 - 4$

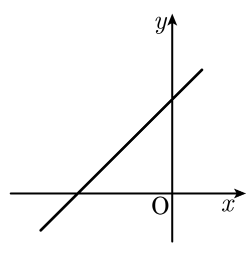
$\therefore$ B(1, −4)

iii) $0 = x^2 - 2x - 3$
$= (x - 3)(x + 1)$

$\therefore$ $x = 3$ 또는 $x = -1$
양수인 x 절편이므로 C(3, 0) 이다.

iv) $\triangle ABC$
$= \square OHBC - \triangle OAC - \triangle AHB$
$= \frac{1}{2} \times (3 + 1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1$
$= 8 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 3$

16. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?



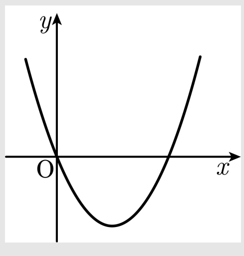
① x 축 위 ② y 축 위

③ 제 1 사분면 ④ 제 2 사분면

⑤ 제 4 사분면

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



17. 점 (2, 10)을 지나고 꼭짓점의 좌표가 (−1, −8)인 이차함수의 그래프가 있다. 이 포물선과 직선 $y=-3$에 대하여 대칭인 포물선의 그래프의 x 절편의 x 좌표값을 각각 α, β라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

꼭짓점의 좌표가 (−1, −8)인 이차함수의 방정식은
$y=a(x+1)^2-8$이고 점 (2, 10)을 지나므로
$10=a(2+1)^2-8$
$\therefore\ a=2$
따라서 이차함수의 그래프는 $y=2(x+1)^2-8$
이 포물선과 직선 $y=-3$에 대하여 대칭인 포물선의 그래프는
꼭짓점의 좌표가 (−1, 2) 이므로
$y=-2(x+1)^2+2$
이 그래프의 x 절편은 $y=0$일 때의 x의 값이므로
$-2x^2-4x=0$
$\therefore\ x=0,\ -2$
$\therefore\ \alpha^2+\beta^2=4$

18. 이차함수 $y=(x+4)^2$, $y=(x-1)^2$의 그래프의 교점에서 x축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점을 각각 A, B라 하자. 이때 선분 AB의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

두 이차함수의 그래프의 교점에서 x축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점 사이의 거리는 두 그래프의 꼭짓점 사이의 거리의 2배와 같다.

$(-4,\ 0)$과 $(1,\ 0)$ 사이의 거리$=5$

따라서 선분 AB의 길이는 $5\times2=10$이다.

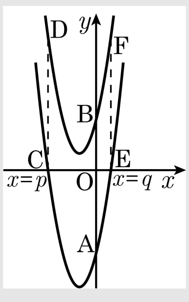
19. 두 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 3$, $y = 2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 각각 A, B, 직선 $x = p$ 와 만나는 점을 각각 C, D, 직선 $x = q$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, $\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{CD}}} + \dfrac{\overline{\mathrm{EF}}}{\overline{\mathrm{AB}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

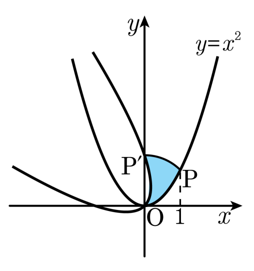
$y = 2x^2 + 4x + 3$ 은 $y = 2(x+1)^2 + 1$
$y = 2x^2 + 4x - 5$ 는 $y = 2(x+1)^2 - 7$ 이므로
$y = 2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프는 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -8 만큼 평행이동한 것이므로



$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{EF}}$

$\therefore \dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{CD}}} + \dfrac{\overline{\mathrm{EF}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = 2$

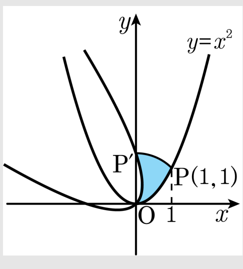
20. 다음 그림과 같이 $y = x^2$ 의 그래프를 원점을 중심으로 회전했을 때, P′ 에 대응한다. 점 P 가 회전한 선과 두 포물선으로 이루어지는 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}\pi$

해설



$\overline{\mathrm{OP}}$ 를 이으면 두 부분의 넓이가 같아지므로 구하려는 부분의 넓이는 부채꼴 OPP′ 의 넓이와 같다.

점 P 의 좌표가 (1, 1) 이므로

$\angle \mathrm{POP'} = 45°$, $\overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{2}$

따라서 넓이는 $\pi \times \left(\sqrt{2}\right)^2 \times \frac{45°}{360°} = \frac{1}{4}\pi$ 이다.