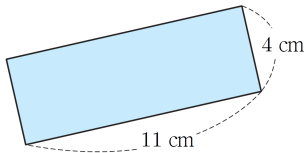


1.

직사각형의 넓이를 구하려고 합니다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.



$$(\text{넓이}) = \square \times \square = \square (\text{cm}^2)$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

2. 함수 $f: R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = x^2 - x - 2$ 이다. $f(a) = 4$ 일 때, 양수 a 의 값은?(단, R 은 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(a) = 4$ 이므로

$$a^2 - a - 2 = 4, \quad a^2 - a - 6 = 0, \quad (a - 3)(a + 2) = 0$$

$\therefore a = 3$ 또는 $a = -2$

한편, $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

3. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, -8)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$-8 = a \times 2^2$$

$$-8 = 4a$$

$$\therefore a = -2$$

4. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동면 점 $(1, k)$ 를 지난다고 한다. k 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 12

⑤ 27

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 한 함수의 식은

$y = 3(x + 2)^2$ 이고, 점 $(1, k)$ 를 지나므로

$$k = 3(1 + 2)^2$$

$$\therefore k = 27$$

5. 이차함수 $y = 2x^2$ 이 점 $(2, 10)$ 을 지나도록 하기 위하여 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였다. 이때, q 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$y = 2x^2 + q$ 에 $(2, 10)$ 을 대입하면

$$10 = 2 \times 4 + q$$

$$\therefore q = 2$$

6. 이차함수 $y = -2(x - 3)^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표를 (a, b) , 축을 $x = c$ 라 할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -2(x - 3)^2 + 4$$

꼭짓점 $(3, 4)$, 축이 $x = 3$ 이므로

$$a = 3, b = 4, c = 3$$

$$\therefore a - b + c = 3 - 4 + 3 = 2$$

7. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에서 x 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

$$y = -x^2 + 4x - 5$$

$$y = -(x - 2)^2 - 1$$

따라서 꼭짓점이 $(2, -1)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위는 $x > 2$

8. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k > \frac{9}{8}$ ② $k > \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{2}$ ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = (-3)^2 - 4k > 0$$

$$9 - 4k > 0$$

$$\therefore k < \frac{9}{4}$$

9. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여 $a = 1$ 이다.

10. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동하면 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + a$ 에 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 대입하면

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a$$

$$\therefore a = 1$$

11. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4

② 5

③ -5

④ -3

⑤ -2

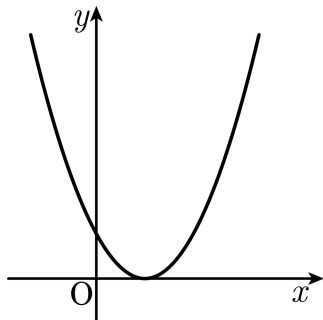
해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$ 에 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

12. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



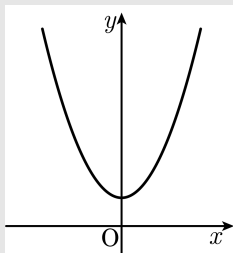
- ① 제1, 2 사분면 ② 제3, 4 사분면
 ③ 제1, 2, 4 사분면 ④ 제2, 3, 4 사분면
 ⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0$, $p > 0$, $q = 0$ 이다.

$y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.

따라서 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



13. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$

㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$

㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

① $1 < |a| < \frac{1}{2}$

② $1 < |a| < \frac{3}{2}$

③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢ 2 ㉣ 3 ㉤ 1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉢, ㉣

이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로

④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

14. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

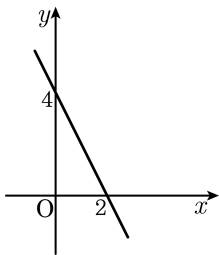
① $(-2, 7)$

② $(-2, -7)$

③ $(7, 2)$

④ $(-7, 2)$

⑤ $(2, 7)$



해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

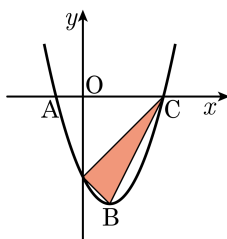
$$y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$$

$$= -x^2 + 4x + 3$$

$$= -(x - 2)^2 + 7$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

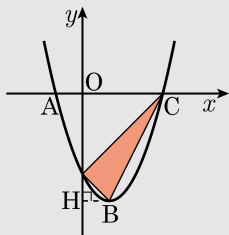
15. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 B, x 축과 만나는 한 점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



i) $A(0, -3)$

ii) $y = x^2 - 2x - 3$
 $= (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3$
 $= (x - 1)^2 - 4$

$\therefore B(1, -4)$

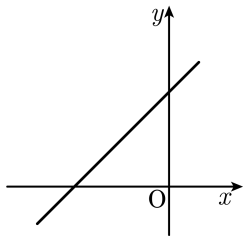
iii) $0 = x^2 - 2x - 3$
 $= (x - 3)(x + 1)$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$

양수인 x 절편이므로 $C(3, 0)$ 이다.

iv) $\triangle ABC$
 $= \square OHBC - \triangle OAC - \triangle AHB$
 $= \frac{1}{2} \times (3 + 1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1$
 $= 8 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 3$

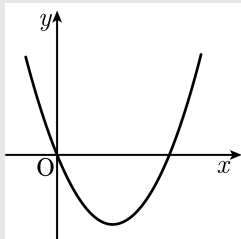
16. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?



- ① x 축 위 ② y 축 위
 ③ 제 1 사분면 ④ 제 2 사분면
 ⑤ 제 4 사분면

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



17. 점 $(2, 10)$ 을 지나고 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -8)$ 인 이차함수의 그래프가 있다. 이 포물선과 직선 $y = -3$ 에 대하여 대칭인 포물선의 그래프의 x 절편의 x 좌표값을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -8)$ 인 이차함수의 방정식은 $y = a(x+1)^2 - 8$ 이고 점 $(2, 10)$ 을 지나므로

$$10 = a(2+1)^2 - 8$$

$$\therefore a = 2$$

따라서 이차함수의 그래프는 $y = 2(x+1)^2 - 8$

이 포물선과 직선 $y = -3$ 에 대하여 대칭인 포물선의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$ 이므로

$$y = -2(x+1)^2 + 2$$

이 그래프의 x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 의 값이므로

$$-2x^2 - 4x = 0$$

$$\therefore x = 0, -2$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 4$$

18. 이차함수 $y = (x + 4)^2$, $y = (x - 1)^2$ 의 그래프의 교점에서 x 축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점을 각각 A, B라 하자. 이때 선분 AB의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

두 이차함수의 그래프의 교점에서 x 축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점 사이의 거리는 두 그래프의 꼭짓점 사이의 거리의 2배와 같다.

$(-4, 0)$ 과 $(1, 0)$ 사이의 거리 = 5

따라서 선분 AB의 길이는 $5 \times 2 = 10$ 이다.

19. 두 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 3$, $y = 2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 각각 A, B, 직선 $x = p$ 와 만나는 점을 각각 C, D, 직선 $x = q$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} + \frac{\overline{EF}}{\overline{AB}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

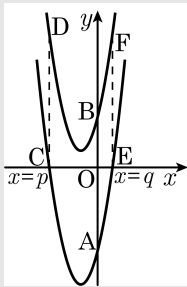
▷ 정답 : 2

해설

$$y = 2x^2 + 4x + 3 \text{ 은 } y = 2(x+1)^2 + 1$$

$$y = 2x^2 + 4x - 5 \text{ 는 } y = 2(x+1)^2 - 7 \text{ 이므로}$$

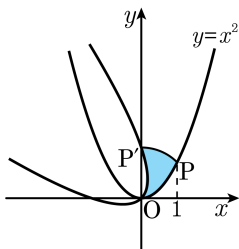
$y = 2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프는 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -8 만큼 평행이동한 것이므로



$$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EF}$$

$$\therefore \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} + \frac{\overline{EF}}{\overline{AB}} = 2$$

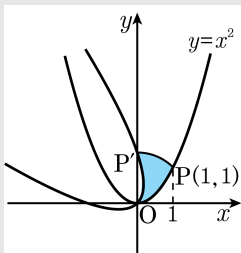
20. 다음 그림과 같이 $y = x^2$ 의 그래프를 원점을 중심으로 회전했을 때, P' 에 대응한다. 점 P 가 회전한 선과 두 포물선으로 이루어지는 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}\pi$

해설



$\overline{OP}$ 를 이으면 두 부분의 넓이가 같아지므로 구하려는 부분의 넓이는 부채꼴 OPP' 의 넓이와 같다.

점 P 의 좌표가 $(1, 1)$ 이므로

$$\angle POP' = 45^\circ, \overline{OP} = \sqrt{2}$$

따라서 넓이는 $\pi \times (\sqrt{2})^2 \times \frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4}\pi$ 이다.