1.

반지름이 7 cm인 원 안에 가장 큰 마름모를 그린 것입니다. 마름모의 넓이는 몇 cm^2입니까?

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

2. 관계식 $y = x^2 + ax + 2$ 인 함수 $f : X \to Y$ 에서 $f(1) = 5$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$5 = 1 + a + 2$, $a = 2$

$y = x^2 + 2x + 2$

$\therefore\ f(2) = 4 + 4 + 2 = 10$

3. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시키면 점 $(3,\ m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 8　　② 12　　③ 18　　④ 20　　⑤ 32

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동시키면

$y = 2(x-1)^2$

점 $(3,\ m)$ 을 지나므로

$m = 2(3-1)^2$

$\therefore\ m = 8$

4. 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프는 이차함수 $y=-(x+b)^2+c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, 상수 $a,\ b,\ c$ 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

이차함수 $y=-(x+b)^2+c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동하면 $y=-(x+b+5)^2+c-4$ 이다.

$ax^2=-(x+b+5)^2+c-4$ 이므로 $a=-1$, $b+5=0$, $c-4=0$ 이다.

따라서 $a=-1,\ b=-5,\ c=4$ 이고, $a+b+c=-1-5+4=-2$ 이다.

5. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1,\ 4)$ ② $(-1,\ -4)$ ③ $(1,\ -4)$

④ $(4,\ -1)$ ⑤ $(1,\ 4)$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 1 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -3(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 4)$ 이다.

6. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x < -1$　② $x > -1$　③ $x < 1$

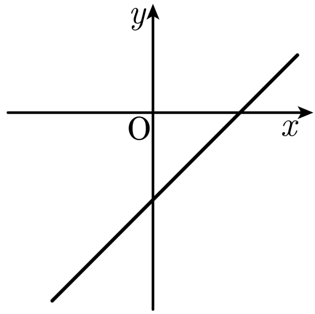
④ $x > 1$　⑤ $x > 0$

해설

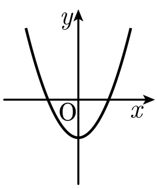
$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x+1)^2 + 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = -1$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.

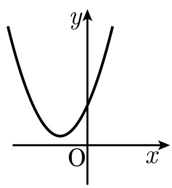
7. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = bx^2 + a$ 의 그래프는?



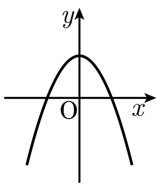
①



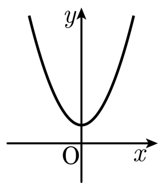
②



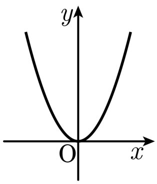
③



④



⑤



해설

$y = ax+b$ 그래프에서 $a > 0,\ b < 0$ 이므로 이차함수 $y = bx^2+a$ 는 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

8. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것을 골라라.

㉠ $y = 3x^2 - 1$	㉡ $y = -x^2 - 2$
㉢ $y = -\frac{1}{2}x^2$	㉣ $y = \frac{1}{3}x^2$
㉤ $y = -5x^2 + \frac{1}{3}$	㉥ $y = 5x^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

x^2 의 계수가 음수이면서 절댓값이 가장 큰 이차함수를 찾는다.

9. 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x-4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 , y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ b)$ 가 된다. 상수 $a,\ b$ 의 차 $a-b$ 의 값을 구하면?

① -4 ② 2 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

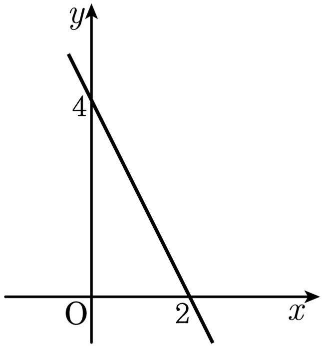
이차함수 $y = \frac{2}{3}(x-4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 , y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$y = \frac{2}{3}(x-4-a)^2 + 5 - 3$ 이므로 꼭짓점의 좌표가 $(4+a,\ 2)$ 이다.

따라서 $4+a=2,\ a=-2,\ \ b=2$ 이다.

$\therefore\ a-b=(-2)-2=-4$

10. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?



① $(-2,\ 7)$ ② $(-2,\ -7)$ ③ $(7,\ 2)$

④ $(-7,\ 2)$ ⑤ $(2,\ 7)$

해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

$$
\begin{aligned}
y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\
&= -x^2 + 4x + 3 \\
&= -(x-2)^2 + 7
\end{aligned}
$$

11. 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 4)$ 인 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y=-2x^2+4x+2$
② $y=-2x^2-4x+2$
③ $y=-2x^2+4x-2$
④ $y=-2x^2+4x+4$
⑤ $y=-2x^2+4x-4$

해설

$$y=-2(x-1)^2+4=-2x^2+4x+2$$

12. 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x>-2$ ② $x<-2$ ③ $x<2$

④ $x>2$ ⑤ $x>0$

해설

$y=-(x+2)^2$ 의 그래프이므로

꼭짓점이 $(-2,\ 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,

$x<-2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

13. 이차함수 $y=a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 점 $(-2,\ 4)$ 를 지난다. a 의 값은?

① $-\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$y=a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대칭이동한 함수의 식은

$-y=a(-x+2)^2$

$(-2,4)$ 를 대입하면

$-4=16a$

$\therefore a=-\frac{1}{4}$

14. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

① $k > \frac{9}{8}$ ② $k > \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{2}$ ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$가 x축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$D = (-3)^2 - 4k > 0$

$9 - 4k > 0$

$\therefore\ k < \frac{9}{4}$

15. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 모든 x의 값에 대하여 y의 값의 범위는 $y \le -2$이다.

② 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.

③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다.

④ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

⑤ $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = (x-2)^2 - 2$

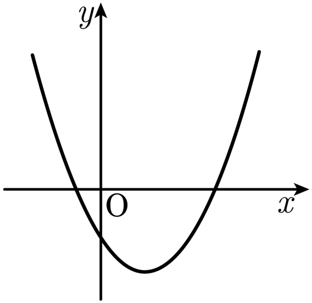
① 모든 x의 값에 대하여 y의 값의 범위는 $y \ge -2$이다.

② 아래로 볼록하다.

③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.

⑤ y 도 증가한다.

16. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?



① a ② b ③ c ④ a, b ⑤ a, c

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\dfrac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

17. 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프는 점 $(a,\ 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y=bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ±2　② ±3　③ ±5　④ ±6　⑤ ±7

해설

$y=3x^2$ 에 $(a,\ 12)$ 를 대입하면 $a=\pm2$ 이다.
x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b=-3$ 이다.
$\therefore ab=\pm6$

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고, $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

① $-\frac{3}{2} < a < 2$　② $-\frac{3}{2} < a < -2$　③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$　⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$\frac{3}{2} < |a| < 2$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

19. 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y=-\frac{2}{3}x^2+m$ 에 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 대입하면

$-5=-\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2+m$

$\therefore m=-3$

20. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 4

해설

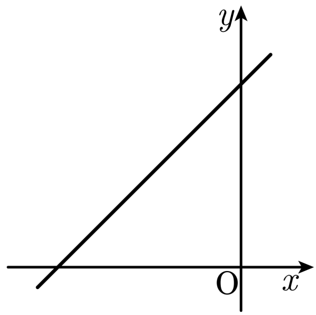
$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b$,

꼭짓점 $\left(\frac{a}{2}, \ -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} + b = 0$,

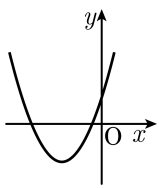
$b = \frac{a^2}{4}$,

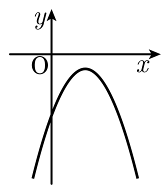
$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$

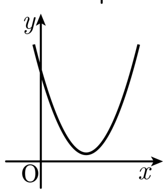
21. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x-b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.

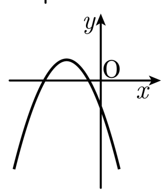


보기

㉠ 

㉡ 

㉢ 

㉣ 

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.
따라서 $y = -a(x-b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로
꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

22. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -16)$을 지났다. $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -19

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = -2x^2 + bx + c$라고 하자.

$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -16)$을 지나므로

$0 = -8 - 2b + c,\ -16 = c$

$0 = -8 - 2b - 16 \qquad \therefore\ b = -12$

$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x+3)^2 + 2$

$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x+3)^2 + 21$

꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 21)$에서 $(-3,\ 2)$로 이동하였으므로 $p = 0,\ q = -19$ 이다.

$\therefore\ p + q = 0 - 19 = -19$

23. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

ㄱ $y = -\frac{3}{2}x^2$ ㄴ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

ㄷ $y = 2x^2 - x$ ㄹ $-3(x+2)^2$

ㅁ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

① $1 < |a| < \frac{1}{2}$ ② $1 < |a| < \frac{3}{2}$ ③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

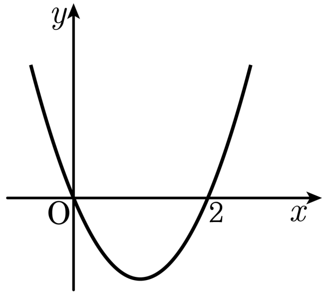
a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

ㄱ $\frac{3}{2}$ ㄴ $\frac{1}{2}$ ㄷ 2 ㄹ 3 ㅁ 1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㄴ, ㅁ, ㄱ, ㄷ, ㄹ 이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로

④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

24. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax+by+c=0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면

② 제 1, 3 사분면

③ 제 2, 4 사분면

④ 제 2, 3, 4 사분면

⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$y=ax^2+bx+c$ 에서 $c=0$

또한, $y=ax\left(x+\frac{b}{a}\right)$ 에서

$-\frac{b}{a}=2>0$

$\therefore \frac{b}{a}<0$

그러므로 $ax+by+c=0$ 에서

$y=-\frac{a}{b}x$

$\therefore -\frac{a}{b}>0\left(\because \frac{b}{a}<0\right)$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

25. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2 \,(x<0) \\ 3x^2 \,(x \ge 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A$(2,0)$ 에 대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면?

① $-6\sqrt{3}$ ② $-7\sqrt{3}$ ③ $-8\sqrt{3}$

④ $-9\sqrt{3}$ ⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 $\mathrm{P}(a,b)$ 라고 하면 $b>0$ 이므로 ($\triangle$POA의 넓이) $=\dfrac{1}{2}\times 2\times b=24$ 이다.

따라서 $b=24$ 이다.

$\mathrm{P}(a,24)$ 인 a 의 값을 구하면

(i) $a<0$ 일 때

$y=x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면

$24=a^2,\ a=-2\sqrt{6}$

(ii) $a\ge 0$ 일 때

$y=3x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면

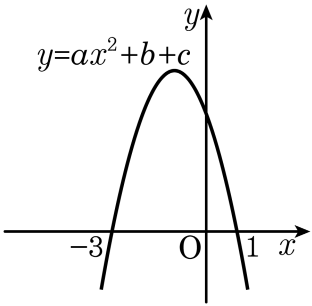
$24=3a^2,\ a=2\sqrt{2}$

(i), (ii)에서 $\mathrm{P}(-2\sqrt{6},24)$ 또는 $\mathrm{P}(2\sqrt{2},24)$ 이다.

따라서 점 P 의 x좌표들의 곱은

$-2\sqrt{6}\times 2\sqrt{2}=-8\sqrt{3}$ 이다.

26. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $abc > 0$　　② $a + b + c > 0$

③ $9a - 3b + c < 0$　　④ $a - b + c < 4a + 2b + c$

⑤ $b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$

① $abc > 0$

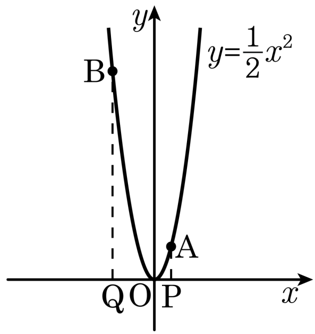
② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$

③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$

④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$ 이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$

⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

27. 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위의 두 점 A, B 에 대하여 A 의 좌표는 $(4,8)$ 이고, B 의 x좌표는 음수이다. 점 A, B 에서 각각 x축에 수선 $\overline{\mathrm{AP}}$, $\overline{\mathrm{BQ}}$를 그으면 $\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{BQ}}=4:25$가 된다. 이 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{BQ}}=4:25$ 에서 점 A 의 y좌표는

$4:25=8:y$

$\therefore y=50$ 따라서, 점 B 의 y좌표는 50 이다.

$y=\frac{1}{2}x^2$ 에 $y=50$ 을 대입하면 $50=\frac{1}{2}x^2, x^2=100 x<0$ 이므로

$x=-10$ 이 되고 점 B 의 x좌표는 -10 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{QO}}=10$, $\overline{\mathrm{PO}}=4$ 이므로 $\overline{\mathrm{PQ}}=14$ 이다.

28. 이차함수 $y = (x+4)^2$, $y = (x-1)^2$ 의 그래프의 교점에서 x축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점을 각각 A, B라 하자. 이때 선분 AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

두 이차함수의 그래프의 교점에서 x축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점 사이의 거리는 두 그래프의 꼭짓점 사이의 거리의 2배와 같다.

$(-4,\ 0)$과 $(1,\ 0)$ 사이의 거리$= 5$

따라서 선분 AB의 길이는 $5 \times 2 = 10$이다.

29. 이차함수 $y = 3x^2 + 6kx + 4k^2 - 3k - 18$ 의 그래프의 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있을 때, k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 < k < 0$

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 + 6kx + 4k^2 - 3k - 18 \\ &= 3(x+k)^2 - 3k^2 + 4k^2 - 3k - 18 \\ &= 3(x+k)^2 + k^2 - 3k - 18 \end{aligned}$$

꼭짓점은 $(-k,\ k^2 - 3k - 18)$

이때, 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있으므로

$-k > 0 \qquad \therefore\ k < 0$

$k^2 - 3k - 18 < 0$

$(k+3)(k-6) < 0$

$\therefore\ -3 < k < 6$

따라서 $-3 < k < 0$ 이다.

30. 이차함수 $y=-x^2-2x+p$ 의 그래프에서 x축과의 두 교점을 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=4$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표는?

① -1　　② -2　　③ -3　　④ -4　　⑤ -5

해설

$y=-x^2-2x+p=-(x+1)^2+p+1$

축의 방정식이 $x=-1$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}}=4$ 이므로

$\therefore \mathrm{A}(-3,\ 0), \mathrm{B}(1,\ 0)$

$\mathrm{B}(1,\ 0)$ 을 $y=-x^2-2x+p$ 에 대입하면 $-1^2-2+p=0,\ \ \therefore p=3$

$\therefore y=-(x+1)^2+4$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 4)$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.