1. 다음 주어진 조건을 만족하는 직선의 방정식을 구한 것 중 <u>틀린</u> 것을 고르면?

① 기울기가 2 이고, y 절편이 1 인 직선 : $y = 2x + 1$

② 점$(1, 0)$ 을 지나고, 기울기가 3 인 직선 : $y = 3x - 3$

③ 점 $(3, 5)$ 를 지나고, y 축에 평행한 직선 : $x = 3$

④ 두 점 $(2, 0), (0, -1)$ 을 지나는 직선 : $\frac{1}{2}x - y = 1$

⑤ 두 점 $(-1, -1), (3, 1)$ 을 지나는 직선 : $x + 2y - 1 = 0$

해설

⑤ $y = \frac{1-(-1)}{3-(-1)}(x-3) + 1,\ y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

$\Rightarrow\ x - 2y - 1 = 0$

2. 좌표평면에 두 점 $\mathrm{A}(1,3)$, $\mathrm{B}(2,-1)$ 이 있다. 점 $\mathrm{C}(m,2)$ 에 대하여 $\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}}$가 최소일 때의 상수 m의 값은?

① $\frac{5}{4}$　② $-\frac{5}{4}$　③ $\frac{7}{4}$　④ $-\frac{7}{4}$　⑤ $\frac{9}{4}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}}$가 최소인 경우는
세 점 $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}$가 일직선 위에 있을 때이므로
직선 AB의 기울기와 BC의 기울기가 같다.
따라서 $\frac{-1-3}{2-1}=\frac{2-(-1)}{m-2}$
$\therefore m=\frac{5}{4}$

3. 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1$ 과 점 $(0, 1)$ 에서 수직으로 만나는 직선의 방정식을 $y = mx + n$ 이라 할 때, $m^2 + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1$ 과 수직인 직선이므로

기울기 m 은 $\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot m = -1$

$\therefore m = -\sqrt{3}$

따라서 $y = -\sqrt{3}x + 1$ 이므로 $n = 1$

$\therefore \quad m^2 + n = 4$

4. 직선 $x+ay+1=0$이 $x-y+1=0$과는 수직이고, $x+(2-b)y-1=0$과는 평행일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+ay+1=0 \cdots$ ㉠
$x-y+1=0 \cdots$ ㉡
$x+(2-b)y-1=0 \cdots$ ㉢
㉠⊥㉡ : $1\times 1+a\times(-1)=0$
$\therefore\ a=1$
㉠ // ㉢ : $\frac{1}{1}=\frac{a}{2-b}\neq\frac{1}{-1}$
$\Rightarrow a=2-b$
$\Rightarrow 1=2-b$
$\therefore\ b=1$
$\therefore\ a+b=2$

5. 두 점 A$(-5,\ -8)$, B$(3,\ -2)$ 를 잇는 선분의 수직 이등분선의 방정식을 $y=ax+b$ 라 할 때 $a-b$ 의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

구하는 도형 위의 한 점을 P$(x,\ y)$ 라 하면,

$\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}} \Rightarrow \sqrt{(x+5)^2+(y+8)^2}$

$=\sqrt{(x-3)^2+(y+2)^2}$

$\Rightarrow x^2+y^2+10x+16y+89$

$=x^2+y^2-6x+4y+13 \Rightarrow 4x+3y+19=0$

(다른 풀이) $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점 M$(-1,\ -5)$ 를 지나고 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 수직인 직선이다.

$\therefore y+5=-\frac{4}{3}x-\frac{4}{3}-5$

$\therefore y+5=-\frac{4}{3}x-\frac{19}{3}$

$\therefore a-b=-\frac{4}{3}+\frac{19}{3}=\frac{15}{3}=5$

6. 점 $(4, 1)$ 과 직선 $4x - 3y - 9 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

① 1　② $\frac{1}{5}$　③ $\frac{2}{5}$　④ $\frac{3}{5}$　⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을

이용하면,⇒ $\frac{|4 \times 4 + 1 \times (-3) - 9|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{4}{5}$

7. 일차함수 $\sqrt{3}x - y = 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 : $\underline{\ \ }^{\circ}$

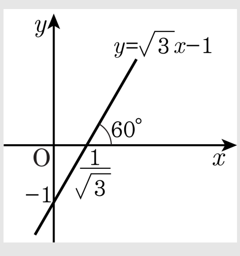
▷ 정답 : 기울기 $\sqrt{3}$

▷ 정답 : y 절편 -1

▷ 정답 : $60\,\underline{^{\circ}}$

해설

$y = \sqrt{3}x - 1$ 에서
기울기 $\sqrt{3}$, y 절편 -1, x 축의 양의 방향과 이루는 각 60°



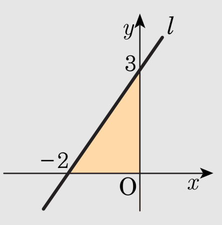
8. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$이 x 축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

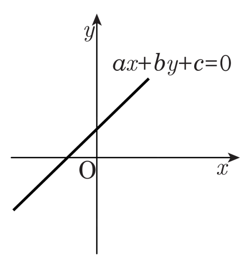
해설

$3x - 2y + 6 = 0$을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

9. 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



① 제1사분면

② 제2사분면

③ 제3사분면

④ 제4사분면

⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0,\ b \neq 0,\ c \neq 0$ 이므로

주어진 직선의 방정식은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

기울기 : $-\frac{a}{b} > 0 \quad \therefore\ \frac{a}{b} < 0$

y 절편 : $-\frac{c}{b} > 0 \quad \therefore\ \frac{c}{b} < 0$

두 부등식에서 $\frac{a}{c} > 0$

마찬가지로 일차함수 $cx + ay + b = 0$ 은

$y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$,

기울기 : $-\frac{c}{a} < 0$

y 절편 : $-\frac{b}{a} > 0$

이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

10. 세 직선 $2x-y-4=0$, $x-2y-2=0$, $y=ax+2$ 가 오직 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?

① 2　　② 1　　③ 0　　④ -1　　⑤ -2

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면 두 직선의 교점을 나머지 한 직선이 지나야 한다.

$2x-y-4=0 \cdots$ ㉠

$x-2y-2=0 \cdots$ ㉡

$y=ax+2 \quad \cdots$ ㉢이라 할 때,

㉠, ㉡의 교점이 ㉢위에 있으면, 한 점에서 만나므로
㉠, ㉡를 연립하여 풀면 $x=2$, $y=0$
두 직선의 교점 $(2, 0)$ 이 직선 $y=ax+2$ 를 지나면 한 점에서 만나므로
$0=2a+2$, $2a=-2$
$\therefore \quad a=-1$

11. 두 직선 $3x-2y-4=0$, $x+2y-4=0$ 의 교점과 점 $(1,-4)$ 를 지나는 직선의 방정식은?

① $5x-y-9=0$　　② $5x+y-9=0$
③ $x-2y-1=0$　　④ $2x-3y-1=0$
⑤ $2x-y+3=0$

해설

$$\begin{cases} 3x-2y-4=0 \ \cdots \ ㉠ \\ x+2y-4=0 \ \cdots \ ㉡ \end{cases}$$

㉠ + ㉡ : $x=2,\ y=1$

$\therefore$ 교점 : $(2,\ 1)$

$\therefore$ 구하는 직선은 $y-1=\dfrac{-4-1}{1-2}(x-2)=5(x-2)$

$\therefore\ 5x-y-9=0$

12. 원점에서 직선 $ax+by+4=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때 a^2+b^2 의 값을 구하면?

① 4 ② 8 ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

원점 (0, 0) 에서 직선 $ax+by+4=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|a\times 0+b\times 0+4|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{4}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{2}$$

$4=\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}\rightarrow\ 2(a^2+b^2)=16$

$\therefore\ a^2+b^2=8$

13. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$(0,0),\ (2,6),\ (6,3)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{2}|2\cdot 3-6\cdot 6|=15$

14. 두 점 $(4, -2), (2, -3)$ 을 지나는 직선의 x 절편을 A, y 절편을 B, 원점을 O 라 할 때, △OAB 의 면적을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$(4, -2), (2, -3)$ 를 지나는 직선은

$y = \dfrac{-2-(-3)}{4-2}(x-2)-3 = \dfrac{1}{2}x-4$

$\Rightarrow$ x 절편은 8 이고, y 절편은 -4 이다.

$\therefore$ △OAB 의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$ 이다.

15. 「$m,\ n$ 을 서로소인 자연수라 할 때, 좌표평면위의 두 점 $P(m,\ 0)$, $Q(0,\ n)$ 을 잇는 선분 PQ 위에는 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수인 점이 존재하지 않는다.」를 다음과 같이 증명하였다.

<증명>

두 점 P, Q 를 지나는 직선의 방정식은
$\boxed{(가)}$ 이다. 따라서 $nx+my=mn\ (0<x<m,\ 0<y<n)$ 을 만족하는 자연수 $x,\ y$ 가 존재한다고 가정하면 $my=n(m-x)$
좌변이 m 의 배수이므로 우변도 m 의 배수이고,
$m,\ n$ 이 서로소이므로
$\boxed{(나)}$는 m 의 배수가 된다.
이것은 $0<m-x<\boxed{(다)}$에 모순이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다) 에 알맞은 것은?

① $nx+my=1,\ \ m-x,\ \ m$ ② $nx+my=1,\ \ m+x,\ \ 2m$
③ $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1,\ \ m-x,\ \ m$ ④ $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1,\ \ m+x,\ \ 2m$
⑤ $nx+my=1,\ \ m+x,\ \ n$

해설

두 점 P, Q 를 지나는 직선의 x 절편, y 절편이
각각 $m,\ n$ 이므로
$\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1 \Leftrightarrow nx+my=mn$ ······ ㉠
㉠을 만족하는 자연수 $x,\ y$ 가
존재한다고 가정하면
$my=n(m-x)$ 에서 $m,\ n$ 이 서로소이므로
$m-x$ 는 m 의 배수가 된다.
이것은 $0<m-x<m$ 에 모순이다.

16. 직선 $kx-(k+1)y-k+2=0$은 k값에 관계없이 항상 일정한 점 $(a,\ b)$를 지난다. 이때, $a+b$값을 구하면?

① -3　② -2　③ -1　④ 3　⑤ 5

해설

$kx-(k+1)y-k+2=0$을 k에 대해 정리하면
$(x-y-1)x-y+2=0$이다.
k에 관계없이 성립하려면
$x-y-1=0,\ -y+2=0$
$\therefore\ \ y=2,\ \ x=3\ \ \Rightarrow\ \ (a,b)=(3,2)$

17. 다음 두 직선 사이의 거리가 $\sqrt{10}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하시오.

$$3x - y - 6 = 0\ , \quad 3x - y + k = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

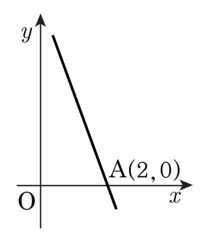
직선 $3x - y - 6 = 0$ 위의 한 점 $(2, 0)$ 에서 직선
$3x - y + k = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{10}$ 이므로

$$\frac{|3 \times 2 - 0 + k|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{|6 + k|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

$|6 + k| = 10$

따라서 $k = 4$ ($\because$ k 는 양수)

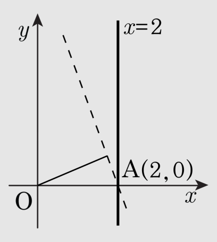
18. 점 $A(2,0)$ 을 지나는 임의의 직선 l 에 대하여 원점 O 와 직선 l 사이의 거리의 최댓값은?



① 2　　② 3　　③ $2\sqrt{2}$

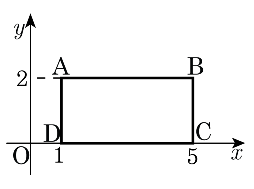
④ $\sqrt{5}$　　⑤ 4

해설



다음의 그림에서 점 $A(2,0)$ 을 지나고
y 축에 평행한 직선 l , 곧 직선 $x=2$ 에 대하여
원점 O 와l 사이의 거리가 최대가 되며
이 때 그 거리는 2 이다

19. 점 $(-1, -1)$ 을 지나고 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식이 $ax + by + 1 = 0$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

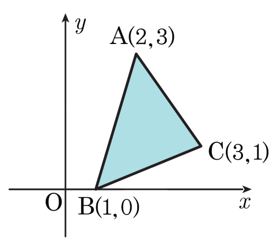


① -3　　② -1　　③ 1　　④ 3　　⑤ 5

해설

$(-1, -1)$ 을 지나므로, $-a - b + 1 = 0 \cdots$ ㉠
그리고 직선이 사각형을 이등분 하려면 사각형의 중심 $\left(\frac{5+1}{2}, \frac{0+2}{2}\right)$ 를 지나야 한다.
$\Rightarrow \quad 3a + b + 1 = 0 \cdots$ ㉡
㉠과 ㉡을 연립하면, $a = -1, \quad b = 2$
$\therefore \quad a - b = -3$

20. 직선 $y = -mx - m + 2$ 가 아래 그림의 삼각형 ABC 를 지나기 위한 m 의 범위는?



① $-1 \le m \le 3$ ② $-1 \le m \le \frac{1}{3}$

③ $-\frac{1}{3} \le m \le 1$ ④ $-\frac{1}{3} \le m \le 3$

⑤ $1 \le m \le 3$

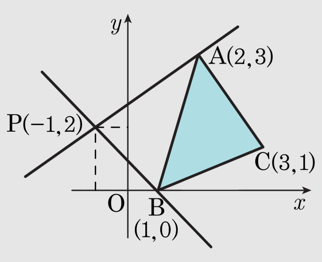
해설

직선 $y = -mx - m + 2$ 에서 $mx + y + m - 2 = 0$

$m(x+1) + y - 2 = 0$ 이므로

점 P$(-1,\ 2)$ 를 반드시 지난다.

따라서 직선 $y = -mx - m + 2$ 가 $\triangle$ABC 를 지나기 위한 기울기 $-m$ 의 범위는



(직선 PB 의 기울기) $\le -m \le$ (직선 PA 의 기울기)

직선 PB 의 기울기는 $\frac{2-0}{-1-1} = -1$

직선 PA 의 기울기는 $\frac{2-3}{-1-2} = \frac{1}{3}$

$-1 \le -m \le \frac{1}{3}$

$\therefore\ -\frac{1}{3} \le m \le 1$