1. 다음 주어진 조건을 만족하는 직선의 방정식을 구한 것 중 <u>틀린</u> 것을 고르면?

① 기울기가 2 이고, y 절편이 1 인 직선 : $y = 2x + 1$

② 점$(1, 0)$ 을 지나고, 기울기가 3 인 직선 : $y = 3x - 3$

③ 점 $(3, 5)$ 를 지나고, y 축에 평행한 직선 : $x = 3$

④ 두 점 $(2, 0), (0, -1)$ 을 지나는 직선 : $\frac{1}{2}x - y = 1$

⑤ 두 점 $(-1, -1), (3, 1)$ 을 지나는 직선 : $x + 2y - 1 = 0$

해설

⑤ $y = \frac{1-(-1)}{3-(-1)}(x-3) + 1,\ y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \quad x - 2y - 1 = 0$

2. 좌표평면에 두 점 $A(1, 3)$, $B(2, -1)$이 있다. 점 $C(m, 2)$에 대하여 $\overline{AC} + \overline{BC}$가 최소일 때의 상수 m의 값은?

① $\frac{5}{4}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ $-\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

해설

$\overline{AC} + \overline{BC}$가 최소인 경우는
세 점 A, B, C가 일직선 위에 있을 때이므로
직선 AB의 기울기와 BC의 기울기가 같다.

따라서 $\frac{-1-3}{2-1} = \frac{2-(-1)}{m-2}$

$\therefore m = \frac{5}{4}$

3. 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1$ 과 점 $(0, 1)$ 에서 수직으로 만나는 직선의 방정식을 $y = mx + n$ 이라 할 때, $m^2 + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1$ 과 수직인 직선이므로

기울기 m 은 $\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot m = -1$

$\therefore m = -\sqrt{3}$

따라서 $y = -\sqrt{3}x + 1$ 이므로 $n = 1$

$\therefore \quad m^2 + n = 4$

4. 직선 $x+ay+1=0$이 $x-y+1=0$과는 수직이고, $x+(2-b)y-1=0$과는 평행일 때, $a+b$의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$x+ay+1=0\cdots$㉠

$x-y+1=0\cdots$㉡

$x+(2-b)y-1=0\cdots$㉢

㉠$\perp$㉡ : $1\times1+a\times(-1)=0$

$\therefore\ a=1$

㉠$//$㉢ : $\dfrac{1}{1}=\dfrac{a}{2-b}\neq\dfrac{1}{-1}$

$\Rightarrow a=2-b$

$\Rightarrow 1=2-b$

$\therefore\ b=1$

$\therefore\ a+b=2$

5. 두 점 A$(-5,\ -8)$, B$(3,\ -2)$ 를 잇는 선분의 수직 이등분선의 방정식을 $y=ax+b$ 라 할 때 $a-b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

구하는 도형 위의 한 점을 P$(x,\ y)$ 라 하면,

$\overline{PA}=\overline{PB} \Rightarrow \sqrt{(x+5)^2+(y+8)^2}$

$=\sqrt{(x-3)^2+(y+2)^2}$

$\Rightarrow x^2+y^2+10x+16y+89$

$=x^2+y^2-6x+4y+13 \Rightarrow 4x+3y+19=0$

(다른 풀이) $\overline{AB}$ 의 중점 M$(-1,\ -5)$ 를 지나고 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선이다.

$$\therefore y+5=-\frac{4}{3}x-\frac{4}{3}-5$$

$$\therefore y+5=-\frac{4}{3}x-\frac{19}{3}$$

$$\therefore a-b=-\frac{4}{3}+\frac{19}{3}=\frac{15}{3}=5$$

6. 점 $(4,1)$ 과 직선 $4x-3y-9=0$ 사이의 거리를 구하면?

① 1 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을

이용하면,⇒ $\frac{|4\times4+1\times(-3)-9|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{4}{5}$

7. 일차함수 $\sqrt{3}x - y = 1$의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 : $\underline{\quad\circ}$

▷ 정답 : 기울기 $\sqrt{3}$

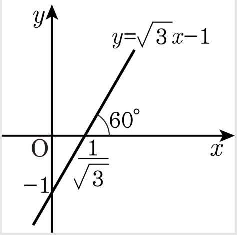
▷ 정답 : y절편 -1

▷ 정답 : $60\ \underline{\circ}$

해설

$y = \sqrt{3}x - 1$ 에서

기울기 $\sqrt{3}$, y 절편 -1, x 축의 양의 방향과 이루는 각 $60°$



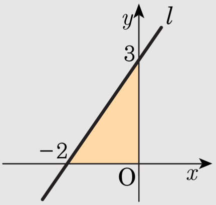
8. 직선 $3x-2y+6=0$이 x 축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

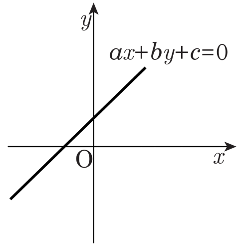
해설

$3x-2y+6=0$을 그래프에 도시해보면,



∴ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2}\times2\times3=3$

9. 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



① 제1사분면

② 제2사분면

③ 제3사분면

④ 제4사분면

⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0,\ b \neq 0,\ c \neq 0$ 이므로

주어진 직선의 방정식은 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

기울기 : $-\frac{a}{b}>0 \quad \therefore\ \frac{a}{b}<0$

y 절편 : $-\frac{c}{b}>0 \quad \therefore\ \frac{c}{b}<0$

두 부등식에서 $\frac{a}{c}>0$

마찬가지로 일차함수 $cx+ay+b=0$ 은

$y=-\frac{c}{a}x-\frac{b}{a}$,

기울기 : $-\frac{c}{a}<0$

y 절편 : $-\frac{b}{a}>0$

이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

10. 세 직선 $2x-y-4=0$, $x-2y-2=0$, $y=ax+2$ 가 오직 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면 두 직선의 교점을 나머지 한 직선이 지나야 한다.

$2x-y-4=0 \cdots$ ㉠

$x-2y-2=0 \cdots$ ㉡

$y=ax+2 \qquad \cdots$ ㉢이라 할 때,

㉠, ㉡의 교점이 ㉢위에 있으면, 한 점에서 만나므로

㉠, ㉡를 연립하여 풀면 $x=2$, $y=0$

두 직선의 교점 $(2,\ 0)$ 이 직선 $y=ax+2$ 를 지나면 한 점에서 만나므로

$0=2a+2$, $2a=-2$

$\therefore \quad a=-1$

11. 두 직선 $3x-2y-4=0$, $x+2y-4=0$ 의 교점과 점 $(1,-4)$ 를 지나는 직선의 방정식은?

① $5x-y-9=0$

② $5x+y-9=0$

③ $x-2y-1=0$

④ $2x-3y-1=0$

⑤ $2x-y+3=0$

해설

$$\begin{cases} 3x-2y-4=0 & \cdots ㉠ \\ x+2y-4=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ + ㉡ : $x=2,\ y=1$

$\therefore$ 교점 : $(2,\ 1)$

$\therefore$ 구하는 직선은 $y-1=\dfrac{-4-1}{1-2}(x-2)=5(x-2)$

$\therefore\ 5x-y-9=0$

12. 원점에서 직선 $ax+by+4=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때 a^2+b^2 의 값을 구하면?

① 4　② 8　③ $3\sqrt{2}$　④ 4　⑤ $2\sqrt{3}$

해설

원점 (0, 0) 에서 직선 $ax+by+4=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|a\times 0+b\times 0+4|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{4}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{2}$$

$$4=\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}\rightarrow 2(a^2+b^2)=16$$

$$\therefore\ a^2+b^2=8$$

13. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$$(0,0),\ (2,6),\ (6,3)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2\cdot 3-6\cdot 6|=15$$

14. 두 점 $(4, -2), (2, -3)$을 지나는 직선의 x절편을 A, y절편을 B, 원점을 O라 할 때, $\triangle$OAB의 면적을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(4, -2), (2, -3)$를 지나는 직선은

$$y = \frac{-2-(-3)}{4-2}(x-2)-3 = \frac{1}{2}x-4$$

$\Rightarrow$ x절편은 8이고, y절편은 -4이다.

$\therefore$ $\triangle$OAB의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$ 이다.

15. 「m, n 을 서로소인 자연수라 할 때, 좌표평면위의 두 점 $\mathrm{P}(m,\ 0)$, $\mathrm{Q}(0,\ n)$ 을 잇는 선분 PQ 위에는 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수인 점이 존재하지 않는다.」를 다음과 같이 증명하였다.

<증명>

두 점 P, Q 를 지나는 직선의 방정식은
$\boxed{\text{(가)}}$ 이다. 따라서 $nx + my = mn$ $(0 < x < m,\ 0 < y < n)$ 을 만족하는 자연수 x, y 가 존재한다고 가정하면 $my = n(m - x)$
좌변이 m 의 배수이므로 우변도 m 의 배수이고,
m, n 이 서로소이므로
$\boxed{\text{(나)}}$는 m 의 배수가 된다.
이것은 $0 < m - x < \boxed{\text{(다)}}$에 모순이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다) 에 알맞은 것은?

① $nx + my = 1$, $m - x$, m
② $nx + my = 1$, $m + x$, $2m$
③ $\dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{n} = 1$, $m - x$, m
④ $\dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{n} = 1$, $m + x$, $2m$
⑤ $nx + my = 1$, $m + x$, n

해설

두 점 P, Q 를 지나는 직선의 x 절편, y 절편이 각각 m, n 이므로

$$\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1 \Leftrightarrow nx + my = mn \ \cdots\cdots \ ㉠$$

㉠을 만족하는 자연수 x, y 가
존재한다고 가정하면
$my = n(m - x)$ 에서 m, n 이 서로소이므로
$m - x$ 는 m 의 배수가 된다.
이것은 $0 < m - x < m$ 에 모순이다.

16. 직선 $kx-(k+1)y-k+2=0$은 k값에 관계없이 항상 일정한 점 $(a,\ b)$를 지난다. 이때, $a+b$값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$kx-(k+1)y-k+2=0$을 k에 대해 정리하면

$(x-y-1)x-y+2=0$이다.

k에 관계없이 성립하려면

$x-y-1=0,\ -y+2=0$

$\therefore\ \ y=2,\ \ x=3\ \ \Rightarrow\ \ (a,b)=(3,2)$

17. 다음 두 직선 사이의 거리가 $\sqrt{10}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하시오.

$$3x-y-6=0\ , \qquad 3x-y+k=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k=4$

해설

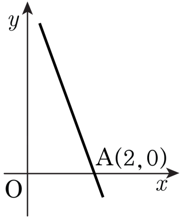
직선 $3x-y-6=0$ 위의 한 점 $(2,0)$ 에서 직선
$3x-y+k=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{10}$ 이므로

$$\frac{|3\times 2-0+k|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\frac{|6+k|}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$$

$|6+k|=10$

따라서 $k=4$ ($\because$ k 는 양수)

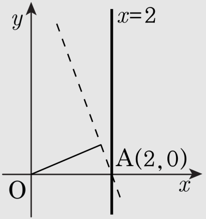
18. 점 $A(2,0)$ 을 지나는 임의의 직선 l 에 대하여 원점 O 와 직선 l 사이의 거리의 최댓값은?



① 2 ② 3 ③ $2\sqrt{2}$

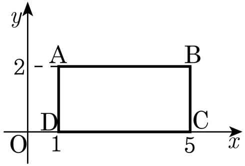
④ $\sqrt{5}$ ⑤ 4

해설



다음의 그림에서 점 $A(2,0)$ 을 지나고
y 축에 평행한 직선 l , 곧 직선 $x=2$ 에 대하여
원점 O 와l 사이의 거리가 최대가 되며
이 때 그 거리는 2 이다

19. 점 $(-1, -1)$을 지나고 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식이 $ax + by + 1 = 0$일 때, $a - b$의 값은?



① -3　　② -1　　③ 1　　④ 3　　⑤ 5

해설

$(-1, -1)$을 지나므로, $-a - b + 1 = 0 \cdots$ ㉠

그리고 직선이 사각형을 이등분 하려면 사각형의 중심

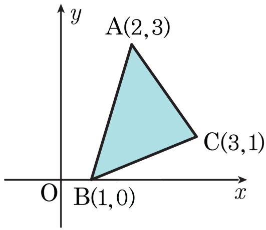
$\left(\frac{5+1}{2},\ \frac{0+2}{2}\right)$를 지나야 한다.

$\Rightarrow\ 3a + b + 1 = 0\ \cdots$ ㉡

㉠과 ㉡을 연립하면, $a = -1,\ \ b = 2$

$\therefore\ a - b = -3$

20. 직선 $y=-mx-m+2$ 가 아래 그림의 삼각형 ABC 를 지나기 위한 m 의 범위는?



① $-1 \le m \le 3$　② $-1 \le m \le \frac{1}{3}$

③ $-\frac{1}{3} \le m \le 1$　④ $-\frac{1}{3} \le m \le 3$

⑤ $1 \le m \le 3$

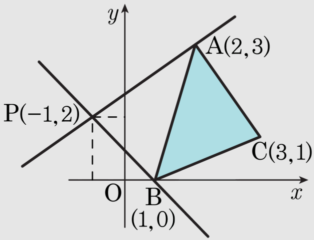
해설

직선 $y=-mx-m+2$ 에서 $mx+y+m-2=0$

$m(x+1)+y-2=0$ 이므로

점 P$(-1,\ 2)$ 를 반드시 지난다.

따라서 직선 $y=-mx-m+2$ 가 $\triangle$ABC 를 지나기 위한 기울기 $-m$ 의 범위는



(직선 PB 의 기울기) $\le -m \le$ (직선 PA 의 기울기)

직선 PB 의 기울기는 $\frac{2-0}{-1-1}=-1$

직선 PA 의 기울기는 $\frac{2-3}{-1-2}=\frac{1}{3}$

$$-1 \le -m \le \frac{1}{3}$$

$$\therefore\ -\frac{1}{3} \le m \le 1$$