

1. 다항식 $f(x)$ 를 $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $x-2$ 이었다. $f(x)$ 를 $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{ 이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

2. 복소수 $z = (2 + i)a^2 + (1 + 4i)a + 2(2i - 3)$ 이 순허수일 때, 실수 a 의 값은?

① -2

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 3

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

$$\text{순허수이므로 } 2a^2 + a - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (a + 2)(2a - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

그런데 $a = 2$ 이면,

$$a^2 + 4a + 4 = 0 \text{이 되어 순허수가 성립되지 않는다.}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

3. $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = -\frac{1}{2} \times (-2) = 1$$

4. 이차식 $2x^2 - 4x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x-3)(2x+1)$

② $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

③ $(x+3)(2x-1)$

④ $2\left(x+1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

⑤ $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x+1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

해설

$$a=2, b'=-2, c=3$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\therefore 2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$$

5. $-1 \leq x \leq 4$ 의 범위에서 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

주어진 식을 완전제곱으로 고치면

$$f(x) = (x^2 - 2x + 1) + 1 = (x - 1)^2 + 1$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 점 $(1, 1)$ 을 꼭지점으로 하는

아래로 볼록한 포물선이다.

그러므로 $-1 \leq x \leq 4$ 의 범위에서

최솟값은 $x = 1$ 일 때 1 이고,

최댓값은 $x = 4$ 일 때, 10 이다.

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $10 + 1 = 11$

6. 두 부등식 $10 - 3x > 4$, $2x + 1 > -3$ 을 동시에 만족하는 해가 $a < x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$i) 10 - 3x > 4$
 $\Rightarrow x < 2$
 $ii) 2x + 1 > -3$
 $\Rightarrow x > -2$
부등식의 해의 범위가 $-2 < x < 2$ 이므로,
 $a + b = (-2) + 2 = 0$ 이다.

7. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}x + y + z &= 1 \text{ 에서} \\x + y &= 1 - z \\y + z &= 1 - x \\z + x &= 1 - y \\(x + y)(y + z)(z + x) &= (1 - z)(1 - x)(1 - y) \\&= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz \\&= 1 - 1 + 2 - 3 = -1\end{aligned}$$

8. 다항식 $f(x)$ 를 $x-3, x-4$ 로 나눈 나머지가 각각 3, 2이고, 다항식 $f(x+1)$ 을 x^2-5x+6 으로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(1)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(3) = 3, f(4) = 2$$

$$R(x) = ax + b \text{라 하면}$$

$$f(x+1) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$x = 2 \text{ 대입,}$$

$$f(3) = 2a + b = 3$$

$$x = 3 \text{ 대입,}$$

$$f(4) = 3a + b = 2$$

$$a = -1, b = 5$$

$$R(x) = -x + 5,$$

$$R(1) = -1 + 5 = 4$$

9. x 에 대한 두 이차방정식
 $x^2 - 2\sqrt{b}x + (2a + 1) = 0 \cdots \textcircled{A}$
 $x^2 - 2ax - b = 0 \cdots \textcircled{B}$ 가 있다. $\textcircled{A}$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $\textcircled{B}$ 의 근을 판별하면? (단, a, b 는 실수이고, $b \geq 0$)
- ☒ ① 서로 다른 두 실근을 가진다.
☐ ② 중근을 가진다.
☐ ③ 서로 다른 두 허근을 가진다.
☐ ④ 판별할 수 없다.
☐ ⑤ 한 개의 실근과 한 개의 허근을 가진다.

해설

$\textcircled{A}$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = b - (2a + 1) > 0 \therefore b > 2a + 1$$

$\textcircled{B}$ 의 판별식을 D' 이라 하면

$$\begin{aligned}\frac{D'}{4} &= a^2 + b > a^2 + 2a + 1 \\ &= (a + 1)^2 \geq 0\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{D'}{4} > 0$$

따라서, $\textcircled{B}$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

10. 이차방정식 $(\sqrt{2}+1)x^2+x-\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)=0$ 의 두 근의 곱은?

- ① $-\sqrt{2}$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\sqrt{2}$

해설

주어진 식의 양변에 $\sqrt{2}-1$ 을 곱하면

$$(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)x^2+(\sqrt{2}-1)x-\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=0$$

$$x^2+(\sqrt{2}-1)x-\sqrt{2}=0$$

$$(x+\sqrt{2})(x-1)$$

$$\therefore x=-\sqrt{2} \text{ 또는 } x=1$$

따라서 두 근의 곱은 $-\sqrt{2}$

11. x 에 대한 이차방정식 $x^2+mx+6=0$ 의 두 근 a, b 에 대하여 $|a-b|=1$ 이 성립할 때, $\sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}$ 의 값은? (단, $m<0$)

① $-1-\sqrt{2}$

② $2+\sqrt{3}$

③ $2-\sqrt{3}$

④ $1+\sqrt{2}$

⑤ $-2+\sqrt{5}$

해설

$$x^2+mx+6=0 \text{의 두 근이 } a, b$$

$$a+b=-m, ab=6$$

$$|a-b|=1$$

$$|a-b|^2=(a+b)^2-4ab$$

$$=m^2-24=1$$

$$m^2=25 \therefore m=-5(\because m<0)$$

$$x^2-5x+6=0$$

$$(x-3)(x-2)=0$$

$$a=3, b=2$$

$$\therefore \sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}=\sqrt{4}+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$$

12. 다음 중 사차방정식 $x^4 + x^2 + 1 = 0$ 의 근에 해당하는 것을 모두 고르면?

① $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

② $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

③ $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

④ $1 + \sqrt{3}i$

⑤ $\frac{\sqrt{3} - i}{2}$

해설

$x^4 + x^2 + 1 = 0$ 을 변형하면

$$x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = 0,$$

$$(x^2 + 1)^2 - x^2 = 0$$

$$(x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x) = 0,$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{ 또는 } x^2 - x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

13. 어느 인터넷 유료 정보사이트는 한 달 기본 가입비가 19,000 원이고 정보 건당 이용료가 50 원이다. 한 달 사용 요금이 25,000 원 이상 30,000 원 이하가 되게 하려고 할 때, 옳지 않은 정보 이용 건수는?

- ① 120 건 ② 160 건 ③ 200 건
④ 220 건 ⑤ 240 건

해설

한 달 동안 x 건의 정보를 이용할 때, 사용하는 요금을 식으로 나타내면 $19000+50x$ 이다. 한 달 요금이 25,000 원 이상 30,000 원 이하가 되기 위해서는 $25000 \leq 19000 + 50x \leq 30000$ 이다.

이를 연립방정식으로 나타내면
$$\begin{cases} 19000 + 50x \geq 25000 \\ 19000 + 50x \leq 30000 \end{cases}$$
 이고,

정리하면
$$\begin{cases} x \geq 120 \\ x \leq 220 \end{cases}$$
 이다.

따라서 $120 \leq x \leq 220$ 이다.

그러므로, 120 건 이상 220 건 이하로 사용하여야 한다.

14. 부등식 $x^2 - 4|x| - 5 < 0$ 을 풀면?

- ① $-5 < x < 5$ ② $-5 < x < 0$ ③ $-5 < x < 1$
④ $-1 < x < 5$ ⑤ $-1 < x < 6$

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때, $|x| = x$ 이므로
 $x^2 - 4x - 5 < 0$, $(x - 5)(x + 1) < 0$
 $-1 < x < 5$
이 때 $x \geq 0$ 과의 공통범위는 $0 \leq x < 5$
(ii) $x < 0$ 일 때
 $x^2 + 4x - 5 < 0$, $(x + 5)(x - 1) < 0$
 $-5 < x < 1$
이 때 $x < 0$ 과 공통 범위는 $-5 < x < 0$
(i), (ii)에서 $-5 < x < 5$

15. 두 다항식 $A = x^3 + x^2 + ax - 2$, $B = x^3 - x^2 - ax + 4$ 의 최대공약수가 일차식일 때, 상수 a 의 값은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

최대공약수를 $x - \alpha$ 라 하자.
나머지정리에 의해 $\alpha^3 + \alpha^2 + a\alpha - 2 = 0$
 $\alpha^3 - \alpha^2 - a\alpha + 4 = 0$
두 식을 더하면 $2\alpha^3 = -2$, $\alpha = -1$
이제 $\alpha = -1$ 을 다시 A 식에 대입하면
 $-1 + (-1)^2 - a - 2 = 0 \quad \therefore a = -2$

16. 다음은 유클리드 호제법 ‘두 다항식 A, B 에 대하여 A 를 B 로 나눈 나머지를 R 라 하면 A 와 B 의 최대공약수는 B 와 R 의 최대공약수와 같다.’ 를 보이는 과정이다.

A, B 의 최대공약수를 G 라 하면,
 $A = Ga, B = Gb$ (단, a, b 는 서로소)로 나타낼 수 있다.
 A 를 B 로 나눈 몫을 Q 라 하면
 $A = BQ + R$ 에서 $Ga = GbQ + R$
 $\therefore R = G(a - bQ)$
즉, G 는 B 와 R 의 (가) 이다.
한편, b 와 $a - bQ$ 가 (나) 가 아니라면
(가) m (일차이상의 다항식)이 존재하여
 $b = mk, a - bQ = mk'$ 이 성립한다.
 $a = mk' + bQ = mk' + mkQ = m(k' + kQ)$
즉, a 와 b 의 (가) m 이 존재하므로
 a 와 b 가 서로소라는 가정에 모순이다.
따라서 b 와 $a - bQ$ 는 (나) 이다.
 $B = Gb, R = G(a - bQ)$ 에서
 b 와 $a - bQ$ 가 (나) 이므로 B 와 R 의 최대공약수는 A 와 B 의 최대공약수 G 와 같다.

()안의 (가), (나) 에 알맞은 것은?

- ① 공약수, 공약수

② 공약수, 서로소
- ③ 공약수, 공배수

④ 공배수, 서로소
- ⑤ 공배수, 공약수

해설

A, B 의 최대공약수를 G 라 하면
 $A = Ga, B = Gb$ (단, a, b 는 서로소)이고,
 A 를 B 로 나눈 몫을 Q 라 하면
 $A = BQ + R$ 에서 $Ga = GbQ + R$
 $\therefore R = (a - bQ)G$
즉, G 는 B 와 R 의 공약수이다.
한편, b 와 $a - bQ$ 가 서로소가 아니라면
공약수인 m 이 존재하여
 $b = mk, a - bQ = mk'$
 $a = mk' + bQ = mk' + mkQ = m(k' + kQ)$
즉, a 와 b 의 공약수 m 이 존재하므로 a 와 b 가 서로소라는 것에 모순된다.
따라서 b 와 $a - bQ$ 는 서로소이다.
 $B = Gb, R = G(a - bQ)$ 에서 a 와 $a - bQ$ 가 서로소이므로 B 와 R 의 최대공약수는 A 와 B 의 최대공약수와 같다.

17. 복소수 z 에 대하여 $f(z) = z\bar{z}$ ($\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수)라 할 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? (w 는 복소수)

보기

- ㉠ $f(z) \geq 0$
- ㉡ $f(z+w) = f(z) + f(w)$
- ㉢ $f(zw) = f(z)f(w)$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
- ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉠, ㉢

해설

- ㉠ $z = a + bi$ (a, b 는 실수)라 하면
 $f(z) = z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \geq 0$
- ㉡ $f(z+w) = (z+w) \cdot (\overline{z+w}) = (z+w) \cdot (\bar{z} + \bar{w})$
 $= z\bar{z} + z\bar{w} + w\bar{z} + w\bar{w}$
 $\neq z\bar{z} + w\bar{w} = f(z) + f(w)$
- ㉢ $f(zw) = zw \cdot (\overline{zw}) = zw \cdot \bar{z} \bar{w}$
 $= z\bar{z} \cdot w\bar{w} = f(z)f(w)$

18. 임의의 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 + 2xy + 2x + ay + b > 0$ 이 성립할 a, b 의 조건은? (단, a, b 는 실수)

- ① $a = 1, b > 2$ ② $a = 1, b < 2$ ③ $a = 2, b > 1$
④ $a = 2, b \geq 1$ ⑤ $a = 2, b \leq 1$

해설

준식을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $x^2 + 2(1+y)x + y^2 + ay + b > 0$ 이고
임의의 실수 x 에 대하여 항상 성립하기 위해서는
 $D/4 < 0$ 를 만족해야 한다.
 $D/4 = (1+y)^2 - (y^2 + ay + b) < 0$
 $\therefore (2-a)y + 1 - b < 0 \cdots \textcircled{1}$
①식이 모든 실수 y 에 성립할 조건은
 $(2-a) = 0, 1 - b < 0,$
 $\therefore a = 2, b > 1$

19. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 16 인 직각삼각형의 넓이의 최댓값은?

① 18

② 32

③ 48

④ 64

⑤ 80

해설

직각을 낀 두변의 길이를 각각 x , y 라 하면 $x + y = 16$
이 때, $x > 0$, $y > 0$ 이므로 $y = 16 - x > 0$ 에서 $0 < x < 16$
직각삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}x(16 - x) = -\frac{1}{2}x^2 + 8x = -\frac{1}{2}(x - 8)^2 + 32$$

따라서 $0 < x < 16$ 이므로 $x = 8$ 일 때 넓이의 최댓값은 32 이다.

20. 어떤 문자도 0 은 아니고, $xy = a$, $xz = b$, $yz = c$ 라고 할 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 은?

① $\frac{ab + ac + bc}{abc}$

② $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc}$

③ $\frac{(a + b + c)^2}{abc}$

④ $\frac{(ab + ac + bc)^2}{abc}$

⑤ $\frac{(ab)^2 + (ac)^2 + (bc)^2}{abc}$

해설

$$abc = x^2 y^2 z^2 = x^2 c^2, x^2 = \frac{ab}{c}$$

$$\text{마찬가지로, } y^2 = \frac{ac}{b}, z^2 = \frac{bc}{a}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^2 + y^2 + z^2 &= \frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{bc}{a} \\ &= \frac{(ab)^2 + (ac)^2 + (bc)^2}{abc} \end{aligned}$$