**1.** $x$에 대한 일차방정식 $(a^2+3)x+1=a(4x+1)$ 의 해가 무수히 많을 때, $a$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$(a^2+3-4a)x=a-1$

모든 $x$에 대해 성립하려면

$a^2-4a+3=0,\ a-1=0$

공통근 : $a=1$

**2.** 이차방정식 $x^2 - px + 2p + 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 $p$ 의 값을 모두 곱하면?

① $-8$ ② $-4$ ③ $1$ ④ $4$ ⑤ $8$

해설

$$D = p^2 - 4(2p+1)$$
$$= p^2 - 8p - 4 = 0$$

판별식으로부터 나온 $p$에 대한 방정식의 근들이 주어진 식이 중근을 갖게 하므로
실수 $p$ 값들의 곱은 근과 계수의 관계에서 $-4$이다.

**3.** 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$이 실근을 갖도록 실수 $k$의 범위를 정하면?

① $k < 1$ ② $k \leq 1$ ③ $k < 3$

④ $k \leq 3$ ⑤ $1 < k < 3$

해설

$3x^2 + 6x + k = 0,$

$\dfrac{D}{4} = (-3)^2 - 3 \cdot k \geq 0$

$3k \leq 9 \quad \therefore \ k \leq 3$

**4.** 이차방정식 $x^2+3x+1=0$의 두 근을 $\alpha, \beta$라 할 때, $(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2$ 의 값은?

① $-5$ ② $-4$ ③ $-1$ ④ $1$ ⑤ $4$

해설

근과 계수와의 관계를 이용하면,

$\alpha+\beta=-3 \quad \alpha\beta=1$

$$\therefore (\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2 = \alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}$$
$$= -3+2=-1$$

**5.** 이차함수$y=-x^2+2x+10$ 의 최댓값을 $M$ , $y=3x^2+6x-5$ 의 최솟값을 $m$ 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y=-x^2+2x+10$

$=-(x-1)^2+11$에서 $M=11$

$y=3x^2+6x-5$

$=3(x+1)^2-8$에서 $m=-8$

$\therefore M+m=11-8=3$

**6.** 이차방정식 $|x^2-5|=4x$의 모든 근의 합은?

① 5 ② 0 ③ 6 ④ 10 ⑤ 12

해설

i ) $x^2-5 \geq 0 \Rightarrow x \leq -\sqrt{5}$ 또는 $x \geq \sqrt{5}$ ⋯ ㉠

$x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)=0$

$x=-1$ 또는 $5$

$\Rightarrow \quad x=5$ ($\because$ ㉠)

ii ) $x^2-5<0 \Rightarrow -\sqrt{5}<x<\sqrt{5}$ ⋯ ㉡

$x^2+4x-5=0$

$(x-1)(x+5)=0$

$x=1$ 또는 $-5$

$\Rightarrow \quad x=1$ ($\because$ ㉡)

$\therefore$ 근의 합 : 6

**7.** 방정식 $x^2-2|x|-3=0$의 근의 합을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $0$

해설

ⅰ) $x \geq 0$일 때

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$

$x=-1$ 또는 $x=3$

그런데 $x \geq 0$이므로 $x=3$

ⅱ) $x<0$일 때

$x^2+2x-3=0$, $(x-1)(x+3)=0$

$x=1$ 또는 $x=-3$

그런데 $x<0$이므로 $x=-3$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=3$ 또는 $x=-3$

따라서 근의 합은 $0$이다.

**8.** 방정식 $2[x]^2 - [x] - 1 = 0$의 해를 $a \le x < b$라 할 때, $2a+b$의 값을 구하면? (단, $[x]$는 $x$를 넘지 않는 최대 정수이다.)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

**해설**

$2[x]^2 - [x] - 1 = (2[x]+1)([x]-1) = 0$

그런데 $[x]$는 정수이므로 $[x] = 1$

$\therefore 1 \le x < 2$

$\therefore a = 1, b = 2$이므로 $2a + b = 4$

**9.** 이차방정식 $x^2+6x+a=0$의 한 근이 $b+\sqrt{3}i$일 때, $a+b$의 값을 구하여라. (단, $a, b$는 실수이고 $i=\sqrt{-1}$이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

계수가 모두 실수이므로
다른 한 근은 $b-\sqrt{3}i$이다.
따라서 두 근의 근과 계수의 관계에서
$a=(b+\sqrt{3}i)(b-\sqrt{3}i)=b^2+3$
$-6=(b+\sqrt{3}i)+(b-\sqrt{3}i)=2b,$
$b=-3,\ a=12$
따라서 $a+b=9$

**10.** $x$ 에 대한 방정식 $ax^2+2x-a-2=0$ 의 근을 판별하면? (단, $a$ 는 실수)

① 오직 한 실근을 갖는다.

② 항상 서로 다른 두 실근을 갖는다.

③ 중근을 갖는다.

④ 실근을 갖는다.

⑤ 허근을 갖는다.

**해설**

( i ) $a=0$ 일 때 : $x=\dfrac{a+2}{2}$

( ii ) $a\neq 0$ 일 때 : 판별식을 구한다.

$D'=1+a(a+2)=a^2+2a+1=(a+1)^2\geq 0$

$\therefore$ 주어진 방정식은 실근을 갖는다

**11.** $x$에 대한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 다음 [보기]의 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

| | |
|---|---|
| ㉠ $ax^2+2bx+c=0$ | ㉡ $ax^2+\frac{1}{2}bx+c=0$ |
| ㉢ $cx^2+bx+a=0$ | |

① ㉠　② ㉠, ㉡　③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

**해설**

$ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 두 실근을 가지므로
$D=b^2-4ac>0\cdots$
㉠ $ax^2+2bx+c=0$의 판별식은
$D=(2b)^2-4ac=4b^2-4ac$
$=3b^2+(b^2-4ac>0)$
따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.
㉡ [반례] $a=1,\ b=3,\ c=2$일 때
$x^2+3x+2=0$은 서로 다른 두 실근을 갖지만
$x^2+\frac{3}{2}x+2=0$은 허근을 갖는다.
㉢ $cx^2+bx+a=0$의 판별식은
$D=b^2-4ac>0$
따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

**12.** $a$가 실수일 때, $f(x)=x^2+2(a+1)x+a^2$, $g(x)=x^2+2ax+(a-1)^2$에 대하여 $x$에 대한 두 이차방정식 $f(x)=0, g(x)=0$의 근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① $f(x)=0$이 실근을 가지면 $g(x)=0$도 실근을 가진다.

② $f(x)=0$이 실근을 가지면 $g(x)=0$은 허근을 가진다.

③ $f(x)=0$이 허근을 가지면 $g(x)=0$도 허근을 가진다.

④ $g(x)=0$이 실근을 가지면 $f(x)=0$은 허근을 가진다.

⑤ $g(x)=0$이 허근을 가지면 $f(x)=0$은 실근을 가진다.

해설

방정식 $f(x)=0$과 $g(x)=0$의 판별식을 각각 $D_1$, $D_2$라 하면

$$\frac{D_1}{4}=(a+1)^2-a^2=2a+1,$$

$$\frac{D_2}{4}=a^2-(a-1)^2=2a-1$$

모든 실수 $a$에 대하여

$2a+1>2a-1$,

즉, $D_1>D_2$이므로 $D_1<0$이면 $D_2<0$

**13.** 계수가 실수인 $x$에 대한 이차방정식 $mx^2+2(a-b-m)x-a+m+1=0$이 $m$의 값에 관계없이 중근을 갖도록 하는 실수 $a$, $b$의 값은?

① $a=-1,\ b=0$ ② $a=-1,\ b=-1$

③ $a=0,\ b=1$ ④ $a=1,\ b=1$

⑤ $a=1,\ b=2$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 $D$라고 할 때,
$m\neq 0$이고, 중근을 가지려면
$D=0$이어야 하므로

$$\frac{D}{4}=(a-b-m)^2-m(-a+m+1)$$

$$a^2+b^2-2ab+2bm-am-m=0$$

이 때, 이 등식이 $m$의 값에 관계없이
항상 성립해야 하므로
$m$에 대하여 정리하면

$$(2b-a-1)m+(a-b)^2=0$$

$$2b-a-1=0,\ (a-b)^2=0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a=1,\ b=1$$

**14.** 이차방정식 $x^2 - 2kx + 9 = 0$의 두 근의 비가 $1 : 3$이 되도록 상수 $k$의 값을 구하면?

① $\pm 2\sqrt{2}$　② $\pm 2\sqrt{3}$　③ $\pm 2\sqrt{5}$

④ $\pm 2\sqrt{6}$　⑤ $\pm 2$

**해설**

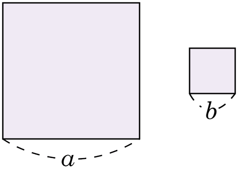
한 근을 $\alpha$라 하면 다른 한 근은 $3\alpha$

$\therefore$ 두 근의 곱은 $3\alpha^2 = 9$　$\therefore \alpha = \pm\sqrt{3}$

두 근의 합은 $\alpha + 3\alpha = \pm 4\sqrt{3} = 2k$

$\therefore$ $k = \pm 2\sqrt{3}$

**15.** 길이가 16인 철사로 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 $a$, $b$인 두 개의 정사각형을 만들었다. 이 두 정사각형의 넓이의 합이 10이다. 이 때, $a$, $b$를 두 근으로 하는 $x$에 대한 이차방정식을 구하면? (단, $x^2$의 계수는 1이다.)




① $x^2 - 4x + 3 = 0$

② $x^2 - 3x + 4 = 0$

③ $x^2 + 3x - 4 = 0$

④ $x^2 + 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - 2x - 2 = 0$

**해설**

두 정사각형의 둘레의 합이 16이므로

$4(a+b) = 16$에서 $a + b = 4$

두 정사각형의 넓이의 합이 10이므로

$a^2 + b^2 = 10$,

$(a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2 = 16 - 2ab = 10$

따라서 $2ab = 6$이고 $ab = 3$

따라서 $a$, $b$를 근으로 하는 이차방정식의 두 근의 합이 4, 곱이 3

이므로 $x^2 - 4x + 3 = 0$

**16.** $x$의 이차방정식 $x^2+(a^2-a-12)x-a+3=0$ ($a$는 실수)의 두 실근은 절대값이 같고 부호가 반대라 한다. 다음 중 $a$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

두 근을 $\alpha$, $\beta$라 할 때,

$\alpha+\beta=-(a^2-a-12)=0$, $\alpha\beta=-a+3<0$

$\therefore\ a=4$

**17.** 이차함수 $y = x^2 - kx + 3k + 2$의 그래프에 의하여 잘려지는 $x$축의 길이가 3일 때, 모든 실수 $k$의 값의 합은?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

이차함수 $y = x^2 - kx + 3x + 2$ 의 그래프와 $x$ 축과의 교점의 좌표를 $(\alpha,\ 0)$, $(\beta,\ 0)$ 이라 하면
$\alpha,\ \beta$ 는 이차방정식 $x^2 - kx + 3k + 2 = 0$ 이 두 근이다.
근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = k,\ \alpha\beta = 3k + 2$
잘려지는 $x$ 축의 길이가 3이므로 $|\alpha - \beta| = 3$
이 때, $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$이므로 $9 = k^2 - 4(3k + 2)$
$k^2 - 12k - 17 = 0$
따라서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 $k$의 값의 합은 12이다.

**18.** 직선 $y = mx - 4$가 이차함수 $y = 2x^2 - 3$ 의 그래프에 접하도록 하는 양수 $m$의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② $2$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $4$

해설

이차방정식 $2x^2 - 3 = mx - 4$, 즉 $2x^2 - mx + 1 = 0$이 이차방정식이 중근을 가져야 하므로

$D = (-m)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 0$

$m^2 - 8 = 0,\ m^2 = 8$

$\therefore m = 2\sqrt{2}(\because m > 0)$

**19.** 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 $x = 1$ 에서 최솟값 $-1$ 을 갖고 한 점 $(3,\ 7)$ 을 지날 때, $a + b + c$ 의 값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

꼭짓점이 $(1,\ -1)$ 이므로

$y = a(x-1)^2 - 1 = ax^2 - 2ax + a - 1$

$(3,\ 7)$ 을 대입하면

$7 = 9a - 6a + a - 1$

$a = 2$ , $b = -4$, $c = 1$

$\therefore\ a + b + c = 2 + (-4) + 1 = -1$

**20.** 이차함수 $y = 2x^2 + 4ax - 4a$ 의 최솟값을 $m$이라고 할 때, $m$의 최댓값을 구하여라. (단, $a$는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2x^2 + 4ax - 4a = 2(x + a)^2 - 2a^2 - 4a$

$\therefore m = -2a^2 - 4a = -2(a + 1)^2 + 2$

따라서 $m$의 최댓값은 2 이다.

**21.** 함수 $y=(x^2-2x+3)^2-2(x^2-2x+3)+1$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$t=x^2-2x+3$ 으로 놓으면
$y=t^2-2t+1=(t-1)^2\cdots$ ㉠
또, $t=(x-1)^2+2$ 이므로
$t\geq 2\cdots$ ㉡
㉡의 범위에서 ㉠의 최솟값은
$t=2$일 때 $1$이다.

**22.** 합이 26 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

▷ 정답 : 13

해설

두 수를 각각 $x$ , $26 - x$ 라고 하면,

$$y = x(26 - x)$$
$$= -x^2 + 26x$$
$$= -(x - 13)^2 + 169$$

$x = 13$ 일 때, 최댓값 169를 가진다.

$26 - x = 13$ 이므로 구하는 두 수는 13, 13이다.

**23.** 실수 $x$, $y$가 $2x+y=4$를 만족할 때, $x^2+y^2$의 최솟값을 구하면?

① $\frac{16}{5}$ ② $\frac{8}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{17}{5}$

해설

$2x+y=4$ 에서 $y=-2x+4 \cdots$ ㉠

㉠에서 
$$\begin{aligned} x^2+y^2 &= x^2+(-2x+4)^2 \\ &= 5x^2-16x+16 \\ &= 5\left(x^2-\frac{16}{5}x\right)+16 \\ &= 5\left(x-\frac{8}{5}\right)^2+\frac{16}{5} \end{aligned}$$

따라서 $x^2+y^2$은 $x=\frac{8}{5}$ 일 때,

최솟값 $\frac{16}{5}$ 을 갖는다.

**24.** $x, y$가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$$2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$
$= -(x^2 - 2x) - (y^2 - 4y) + 3$
$= -(x - 1)^2 - (y - 2)^2 + 8$
$x,\ y$는 실수이므로 $(x - 1)^2 \geq 0$, $(y - 2)^2 \geq 0$
따라서 $2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$은
$x - 1 = 0$, $y - 2 = 0$일 때 최댓값 8을 갖는다.

**25.** 두 실수 $x, y$가 $x^2+y^2+4x+y-2=0$을 만족시킬 때, $y$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1$

해설

$x^2+4x+(y^2+y-2)=0$에서 $x$가 실수이므로

$\dfrac{D}{4}=4-y^2-y+2\geq 0$

$(y+3)(y-2)\leq 0$

$\therefore -3\leq y\leq 2$

따라서 $y$의 최댓값은 2, 최솟값은 $-3$이다.

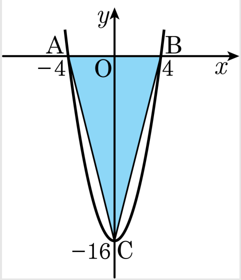
**26.** 이차함수 $y = x^2 - 16$ 의 그래프에서 $x$ 축과의 교점을 A, B 라 하고 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle$ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$x$ 축과의 교점A, B 는 $x^2 - 16 = 0$ 의 근과 같다.
따라서 $x = \pm 4$ 이다.




꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -16)$ 이다.

구하는 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$ 이다.

**27.** 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

① $\frac{15}{2}$m ② 8m ③ $\frac{17}{2}$m ④ 3m ⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y\,\mathrm{m}^2$ , 반지름의 길이를 $x\,\mathrm{m}$ 라 하면

$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x)$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}$ m 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4}\,\mathrm{m}^2$ 을 가진다.

**28.** 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, $x$ 초 후의 축구공의 높이를 $y$m 라고 하면 $y = -x^2 + 6x$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : 9 m

해설

$y = -x^2 + 6x$ 에서 $y = -(x-3)^2 + 9$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 9m 이다.

**29.** 방정식 $|x+1|+\sqrt{(x-2)^2}=x+3$의 근을 $\alpha, \beta$라 할 때 $\alpha+\beta$의 값을 구하면?

① 0　　② 4　　③ 3　　④ 2　　⑤ 1

해설

ⅰ) $x<-1$일 때,

$-(x+1)-(x-2)=x+3$

$\therefore\ x=-\frac{2}{3}$ ($x<-1$에 부적합)

ⅱ) $-1\leq x<2$일 때,

$x+1-(x-2)=x+3$

$\therefore\ x=0$

ⅲ) $x\geq 2$일 때,

$x+1+x-2=x+3$

$\therefore\ x=4$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의해 $x=0,\ 4$

$\therefore\ \alpha+\beta=4$

**30.** $x$에 대한 이차방정식 $x^2+2kx+6k=0$의 한 허근을 $\omega$라 할 때, $\omega^2+\overline{\omega}^2=16$이다. 실수 $k$의 값은? (단, $\overline{\omega}$는 $\omega$의 켤레복소수이다.)

① $-1$ ② $1$ ③ $2$ ④ $3$ ⑤ $4$

해설

방정식 $x^2+2kx+6k=0$ 이 허근을 가지므로

$\frac{D}{4}=k^2-6k<0,\quad k(k-6)<0$

$\therefore\ 0<k<6$

한편, $\omega$ 가 허근이고 계수가 실수이므로 주어진 이차방정식의 다른 한 근은 $\overline{\omega}$이다.

따라서 근과 계수와의 관계에 의하여

$\omega+\overline{\omega}=-2k,\ \omega\overline{\omega}=6k$이므로

$\omega^2+\overline{\omega}^2=(\omega+\overline{\omega})^2-2\omega\overline{\omega}=(-2k)^2-12k$

$=4k^2-12k$

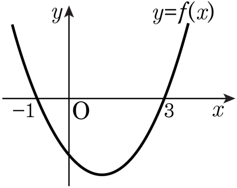
$4k^2-12k=16$,

즉, $k^2-3k-4=0$ 에서

$(k+1)(k-4)=0 \qquad \therefore\ k=-1$ 또는 $k=4$

$0<k<6$ 이므로 $k=4$

**31.** 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f(2x-1)=0$의 두 근의 합은?




① $-1$ ② $0$ ③ $1$

④ $2$ ⑤ $3$

해설

$y=f(x)$의 그래프와 $x$축의 교점의 $x$좌표가 $-1$, $3$이므로
$f(x)=a(x+1)(x-3)\ (a>0)$으로 놓을 수 있다.
이때, $f(2x-1) = a(2x-1+1)(2x-1-3) = 4ax(x-2)$이므로

$f(2x-1)=0$에서

$4ax(x-2)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=2$

따라서 두 근의 합은 2이다.

**32.** 이차함수 $y = x^2 + 2x - 1$ 의 그래프와 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점 P, Q 에서 만난다. 점 $P$ 의 $x$ 좌표가 $-3$ 일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 길이는? (단, $k$ 는 상수)

① 5　② $5\sqrt{2}$　③ 7　④ $7\sqrt{2}$　⑤ $7\sqrt{5}$

해설

이차함수 $y = x^2 + 2x - 1$ 의 그래프와
직선 $y = x + k$ 가 두 점 P, Q 에서 만나므로
P, Q 의 $x$ 좌표는 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = x + k$
즉 $x^2 + x - 1 - k = 0 \cdots$ ㉠ 의 두 실근과 같다.
점 P 의 $x$좌표가 $-3$이므로
㉠에 $x = -3$을 대입하면 $9 - 3 - 1 - k = 0$
$\therefore\ k = 5$
$k = 5$ 를 ㉠에 대입하면 $x^2 + x - 6 = 0$
$(x + 3)(x - 2) = 0$
$\therefore\ x = -3$ 또는 $x = 2$
따라서 점 Q 의 $x$ 좌표는 2 이다.
두 점 P, Q가 직선 $y = x + 5$ 위의 점이므로
$P(-3,\ 2),\ Q(2, 7)$

$$\therefore\ \overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + (7 - 2)^2} = \sqrt{50}$$
$$= 5\sqrt{2}$$

**33.** $1 \le x \le a$ 에서 함수 $y = x^2 - 2x - 3a$ 의 최댓값과 최솟값의 차가 4 일 때, $a$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$y = x^2 - 2x - 3a = (x-1)^2 - 3a - 1$

최솟값 : $x = 1$ 일 때 $\Rightarrow -3a - 1$

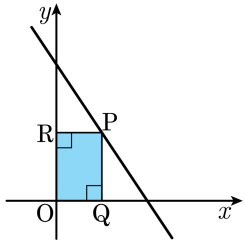
최댓값 : $x = a$ 일 때 $\Rightarrow a^2 - 5a$

$\therefore a^2 - 5a - (-3a - 1) = 4$

$\Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0$

$a = 3$ $(\because a > 1)$

**34.** 직선 $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ 위를 움직이는 한 점 P 가 있다. 점 P 에서 $x$ 축, $y$ 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)




▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

직선의 방정식은 $y=-\frac{3}{2}x+3$ 이므로

점 P 의 좌표를 $(a,\ b)$ 로 놓으면 $b=-\frac{3}{2}a+3$

$$\square\mathrm{OQPR}=ab=a\left(-\frac{3}{2}a+3\right)$$
$$=-\frac{3}{2}a^2+3a$$
$$=-\frac{3}{2}(a-1)^2+\frac{3}{2}$$

한편, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이므로

$a>0,\ b=-\frac{3}{2}a+3>0 \qquad \therefore\ 0<a<2$

따라서 $\square$OQPR 의 넓이는 $a=1$ 일 때, 최댓값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.

**35.** 어떤 수공예 업자가 만든 수공예품의 원가는 15000 원이다. 시장 조사를 하였더니 정가를 25000 원으로 하면 하루에 200 개를 팔 수 있고, 500 원씩 정가를 내릴 때마다 20 개씩 더 팔 수 있다고 한다. 최대 이윤을 얻으려면 정가를 얼마로 해야 하는가?

① 22500 원 ② 23000 원 ③ 23500 원

④ 24000 원 ⑤ 24500 원

해설

한 개의 이윤을 $x$원이라 하면
팔리는 제품의 개수는

$$200+\frac{10000-x}{500}\times 20=600-\frac{x}{25}$$

총 이윤을 $p$라 하면

$$p=x\left(600-\frac{x}{25}\right)=-\frac{x^2}{25}+600x$$

$$=-\frac{1}{25}(x^2-15000x)$$

$$=-\frac{1}{25}(x-7500)^2+2250000$$

따라서 한 개의 이윤이 7500 원일 때,
최대 이윤을 얻을 수 있으므로 정가는
15000 + 7500 = 22500(원)