

1. $\sqrt{\frac{24}{x}}$ 가 정수가 될 때, 가장 작은 정수 x 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\sqrt{\frac{24}{x}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3}{x}}$ 에서 분자의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $x = 2 \times 3 = 6$ 이다.

2. 다음 보기에서 무리수를 모두 고른 것은?

보기

$$\sqrt{0}, \sqrt{3.6}, 0.2\dot{9}, -\frac{2}{5}$$
$$\sqrt{4}, -\sqrt{\frac{1}{10}}, \sqrt{\frac{9}{64}}, \pi$$

① $\sqrt{3.6}, 0.2\dot{9}$

② $-\sqrt{\frac{1}{10}}, \sqrt{\frac{9}{64}}$

③ $\sqrt{3.6}, 0.2\dot{9}, -\frac{2}{5}$

④ $\sqrt{3.6}, -\sqrt{\frac{1}{10}}, \pi$

⑤ $\sqrt{4}, \sqrt{3.6}, -\sqrt{\frac{1}{10}}, \pi$

해설

$$\sqrt{0} = 0, 0.2\dot{9} = \text{순환소수(유리수)}, -\frac{2}{5}(\text{유리수})$$

$$\sqrt{4} = 2, \sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{3}{8}$$

3. 4의 제곱근을 a , 25의 제곱근을 b 라고 할 때 a^2b^2 의 값은 무엇인가?

① -10

② 10

③ 50

④ -100

⑤ 100

해설

$$a^2 = 4, b^2 = 25$$

$$a^2b^2 = 4 \times 25 = 100$$

4. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{7}\text{cm}$, $\sqrt{10}\text{cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{17}$ cm

해설

$(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{10})^2 = 17$ 이다.

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 17 의 양의 제곱근인 $\sqrt{17}(\text{cm})$ 이다.

5. 다음 중 가장 큰 수는?

① $\sqrt{2^2}$ 의 음의 제곱근

② $\sqrt{(-3)^2}$

③ $-(\sqrt{5})^2$

④ $-(-\sqrt{6})^2$

⑤ $-\sqrt{49}$

해설

① $\sqrt{2^2} = 2$ 이므로 $\sqrt{2^2}$ 의 음의 제곱근 $= -\sqrt{2}$

② $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

③ -5

④ -6

⑤ $-\sqrt{49} = -7$

6. $A = (-\sqrt{9})^2 - (-\sqrt{5})^2 - \sqrt{(-2)^2}$, $B = \sqrt{8^2} \div (-\sqrt{2})^2 + \sqrt{(-5)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$ 일 때, AB 의 값을 구하면?

① -60

② -48

③ 10

④ 48

⑤ 60

해설

$$A = 9 - 5 - 2 = 2$$

$$B = (8 \div 2) + \left(5 \times \frac{1}{5}\right) = 4 + 1 = 5$$

$$AB = 2 \times 5 = 10$$

7. $\sqrt{28-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값이 아닌 것을 고르면?

① 3

② 5

③ 12

④ 19

⑤ 27

해설

28 보다 작은 제곱수는 1, 4, 9, 16, 25

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{28-5} = \sqrt{23}$$

23 은 제곱수가 아니므로 $x = 5$

8. $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\sqrt{3}-1 > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1$$

$$\sqrt{3}-2 < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = -(\sqrt{3}-2) = -\sqrt{3}+2$$

$$\therefore \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$$

$$= \sqrt{3}-1 - \sqrt{3}+2 = 1$$

9. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.

④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.

⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

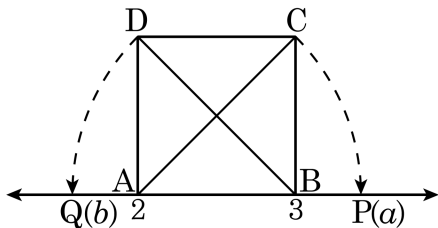
해설

③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.

④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

10. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC} = \overline{AP}$, $\overline{BD} = \overline{BQ}$ 인 두 점 P, Q를 수직선 위에 잡았을 때, P(a), Q(b) 에 대하여 다음 중 옳은 것은?



보기

㉠ $P(a) = 2 + \sqrt{2}$

㉡ $Q(b) = 3 - 2\sqrt{2}$

㉢ $\overline{PQ} = -1 + 4\sqrt{2}$

㉣ $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$

㉤ $\overline{AP} = \sqrt{2}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

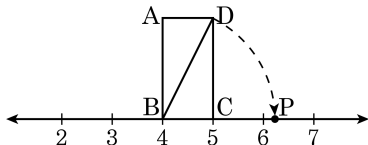
해설

㉡ $Q(b) = 3 - \sqrt{2}$

㉢ $\overline{PQ} = 2 + \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} = -1 + 2\sqrt{2}$

㉣ $\overline{AB} = 1$

11. 다음 그림과 같은 수직선 위에 가로 길이가 1, 세로 길이가 2인 직사각형 ABCD를 그렸다. 수직선 위의 점 P에 대응하는 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4 + \sqrt{5}$

해설

$$1^2 + 2^2 = (\sqrt{5})^2$$

직사각형 대각선의 길이는 $\sqrt{5}$ 이므로 점 P에 대응하는 값은 $4 + \sqrt{5}$ 이다.

12. 등식 $7 + 5\sqrt{3} + 5x - 2y = 3\sqrt{3}x - \sqrt{3}y - 5$ 를 만족하는 유리수 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 22$

▷ 정답 : $y = 61$

해설

$$7 + 5\sqrt{3} + 5x - 2y = 3\sqrt{3}x - \sqrt{3}y - 5$$
$$(7 + 5x - 2y + 5) + (5 - 3x + y)\sqrt{3} = 0$$

$$5x - 2y = -12 \Leftrightarrow y = \frac{5}{2}x + 6$$

$$\therefore -3x + y = -3x + \frac{5}{2}x + 6$$

$$= -\frac{1}{2}x + 6$$

$$= -5$$

$$-\frac{1}{2}x = -11$$

$$\therefore x = 22, y = 61$$

13. 다음 중 세 수 $a = 4 - \sqrt{7}$, $b = 2$, $c = 4 - \sqrt{8}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $b < a < c$

④ $b < c < a$

⑤ $c < a < b$

해설

$$1 < a < 2 \text{ 이고}$$

$$-\sqrt{9} < -\sqrt{8} < -\sqrt{4}$$

$$4 - \sqrt{9} < 4 - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{4}$$

$$\therefore 1 < 4 - \sqrt{8} < 2$$

$$\therefore 1 < c < 2$$

$$a - c = (4 - \sqrt{7}) - (4 - \sqrt{8}) = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore a > c$$

$$\therefore c < a < b$$

14. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{6} = 2.449$ 일 때, $\sqrt{0.02} + \sqrt{0.06}$ 의 제곱근의 값은?

① 3.863

② 38.63

③ 386.3

④ 0.3863

⑤ 0.03863

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{0.02} + \sqrt{0.06} &= \sqrt{\frac{2}{100}} + \sqrt{\frac{6}{100}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{10} + \frac{\sqrt{6}}{10} = 0.1414 + 0.2449 \\ &= 0.3863\end{aligned}$$

15. 두 정사각형 ㉠, ㉡가 있다. ㉡의 넓이가 ㉠의 넓이의 8배라면 ㉡의 한 변의 길이는 ㉠의 한 변의 길이의 몇 배인가?

① 9 배

② 3 배

③ $\sqrt{3}$ 배

④ $2\sqrt{2}$ 배

⑤ 2 배

해설

두 닮은 도형에서 넓이의 비는 길이의 비의 제곱에 비례한다.

㉠의 한 변의 길이를 a ,

㉡의 한 변의 길이를 b 라 하면

$$b^2 = 8 \times a^2$$

$$\therefore b = 2\sqrt{2}a$$

16. 다음 이차방정식의 해를 구하면?

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

① $-\frac{1}{2}, -3$

② $-\frac{1}{2}, 3$

③ $\frac{1}{2}, -3$

④ $\frac{1}{2}, 3$

⑤ $\frac{1}{2}, 1$

해설

$$2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

17. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 그 근으로 알맞은 것은?

$$3x^2 - 8x + 1 = 0$$

① $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$

② $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{2}$

③ $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{3}$

④ $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{2}$

⑤ $\frac{-4 \pm \sqrt{13}}{3}$

해설

양변에 3 을 나누면

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{3} = 0,$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{1}{3},$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{1}{3} + \frac{16}{9}$$

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{13}{9}, x = \frac{4 \pm \sqrt{13}}{3} \text{ 이다.}$$

18. 이차방정식 $\frac{1}{2} - x(x+1) = 0.25x^2$ 의 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{5}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$5x^2 + 4x - 2 = 0$ 이므로

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 5 \times (-2)}}{5 \times 2}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{56}}{10}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{14}}{5} \text{ 이다.}$$

따라서 $a = -2, b = 14$ 이므로 $a + b = 12$ 이다.

19. 실수 a, b 에 대하여 $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 + 1) = 9$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① $\frac{-1 + \sqrt{37}}{2}$

② $\frac{-1 - \sqrt{37}}{2}$

③ $\frac{1 + \sqrt{37}}{2}$

④ $\frac{1 - \sqrt{37}}{2}$

⑤ $\frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2}$

해설

$$a^2 + b^2 = X \text{ 로 치환하면 } X(X + 1) = 9$$

$$X^2 + X - 9 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2}$$

그런데 a, b 는 실수이므로

$$a^2 + b^2 \geq 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{-1 + \sqrt{37}}{2}$$

20. 다음은 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 에 대한 설명이다. 옳은 것은 몇 개인가?

- ㉠ $a = 0$ 이면 중근을 갖는다.
- ㉡ $a = 9$ 이면 근은 없다.
- ㉢ $a \leq 9$ 이면 적어도 하나의 근을 갖는다.
- ㉣ $a > 9$ 이면 근이 2개이다.
- ㉤ a 의 값에 관계없이 두 근을 갖는다.

① 5개

② 4개

③ 3개

④ 2개

⑤ 1개

해설

$D = 36 - 4a$ 이므로

- ㉠ $a = 0$ 이면 $D > 0$ 이므로 두 근을 갖는다. (거짓)
- ㉡ $a = 9$ 이면 $D = 0$ 이므로 중근을 갖는다.(거짓)
- ㉢ $a \leq 9$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 적어도 하나의 근을 갖는다.(참)
- ㉣ $a > 9$ 이면 $D < 0$ 이므로 근은 없다.(거짓)
- ㉤ $a > 9$ 일 때 두 근을 갖는다.(거짓)

21. 면으로부터 50m 되는 높이에서 던져올린 물체의 t 초 후의 높이를 h 라고 할 때, t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 15t + 50$ 인 관계가 성립한다. 이 물체는 몇 초 후에 땅에 떨어지는가?

① 2 초

② 3 초

③ 4 초

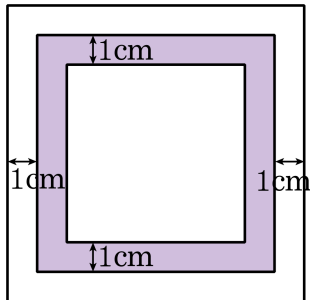
④ 5 초

⑤ 7 초

해설

$$\begin{aligned} -5t^2 + 15t + 50 &= 0 \rightarrow t^2 - 3t - 10 = 0 \\ \rightarrow (t - 5)(t + 2) &= 0 \rightarrow t = -2, 5 \text{ 이므로} \\ \text{따라서 } t &= 5(t > 0) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

22. 다음 그림과 같이 정사각형 세 개가 포개어져 있다. 가장 큰 정사각형의 넓이가 나머지 두 정사각형의 넓이의 합과 같을 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① 7cm^2 ② 16cm^2 ③ 28cm^2
 ④ 30cm^2 ⑤ 36cm^2

해설

가운데 정사각형의 한 변을 $x\text{cm}$ 라 하면 가장 큰 사각형의 한 변은 $(x+2)\text{cm}$, 가장 작은 사각형의 한 변은 $(x-2)\text{cm}$ 가 된다.

$$(x+2)^2 = x^2 + (x-2)^2$$

$$x^2 - 8x = 0, x(x-8) = 0$$

$$x = 0, 8 \text{ 에서 } x > 0 \text{ 이므로 } x = 8$$

즉 가운데 정사각형의 한 변은 8cm , 가장 작은 정사각형의 한 변은 $8 - 2 = 6(\text{cm})$ 이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $8^2 - 6^2 = 28(\text{cm}^2)$ 이다.

23. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$

㉡ 25

㉢ $\sqrt{(-3)^2}$

㉤ 1.6

㉥ $\frac{49}{9}$

㉦ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉡, ㉤, ㉦

해설

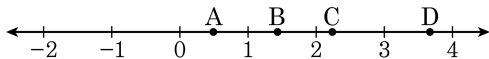
㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

㉤ (1.6 의 제곱근) $= \pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉦ $\left(\frac{81}{6} \text{의 제곱근}\right) = \pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

24. 다음 보기의 수 중에서 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수들의 합을 구하여라.



보기

$$\sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}, \sqrt{3} + 2, \sqrt{3} + 4, 4 - \sqrt{3}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 : B$$

$$-1 < 1 - \sqrt{2} < 0 : \text{대응점 없음}$$

$$0 < 2 - \sqrt{2} < 1 : A$$

$$3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D$$

$$5 < \sqrt{3} + 4 < 6 : \text{대응점 없음}$$

$$2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C$$

$$\therefore (2 - \sqrt{2}) + (\sqrt{2}) + (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 8$$

25. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다. 이 때, $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$ 이므로

$$N(1) = N(2) = N(3) = 1$$

$$N(4) = N(5) = \cdots = N(8) = 2$$

$$N(9) = N(10) = 3$$

$$\therefore N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10) = 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$$

26. $6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} = 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 12$

해설

$$\begin{aligned}\text{좌변} : 6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} &= \frac{12\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}}{9\sqrt{2}} \\ &= \frac{8}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

$$\text{우변} : 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A = 48\sqrt{2} \div A$$

$$\therefore 48\sqrt{2} \div A = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore A = 48\sqrt{2} \div \frac{8}{\sqrt{2}} = 48\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{8} = 12$$

27. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{7}{2}$

③ $\frac{9}{2}$

④ $\frac{11}{2}$

⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2 \text{를 정리하면,}$$

$$(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 8, \quad b = 10, \quad c = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + c = \frac{33}{2} \text{ 이다.}$$

28. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0 \text{ 이므로}$$

$$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B \\ &= 3A^2 - A + B^2 - 3B \\ &= -2 + 6 = 4 \end{aligned}$$

29. 부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$

30. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2 + 2m - 2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

① $\frac{13}{2}$

② $\frac{15}{2}$

③ $\frac{17}{2}$

④ $\frac{19}{2}$

⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3 이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2 + 2m - 2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m = 3$, 나머지 한 근은 $x = \frac{7}{2}$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

31. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 12$

해설

주어진 식에 x 대신 3을 대입하면

$$3^2 - 10 \times 3 + a = 0, a = 21$$

$$3^2 + b = 0, b = -9$$

$$\therefore a + b = 21 - 9 = 12$$

32. 이차방정식 $\{1 + (a + b)^2\}x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a + b + 2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - 2\{1 + (a + b)^2\} \geq 0$$

$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a + b + 1)^2 \leq 0$$

a, b 는 실수이므로 $a + b + 1 = 0$

$$\therefore a + b + 2 = 1$$

33. $x > y > 0$ 이고, $(x - y)^2 = xy$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① $\sqrt{5}$

② $1 + \sqrt{5}$

③ $3 + \sqrt{5}$

④ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

⑤ $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

해설

$$(x - y)^2 = xy$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = xy$$

$x^2 - 3xy + y^2 = 0$ 의 양변을 y^2 으로 나누면

$$\frac{x^2}{y^2} - \frac{3x}{y} + 1 = 0 \text{에서 } \frac{x}{y} \text{ 을 } t \text{ 로 치환하면}$$

$$t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$\therefore t = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \left(= \frac{x}{y} \right)$$

$$x > y > 0 \text{ 이므로 } \frac{x}{y} > 1$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

34. 다음 조건을 보고, $a - b$ 의 값을 구하여라.

(1) a 는 $4 - \sqrt{3}$ 의 정수부분이다.

(2) b 는 $2x + 7y = 15x - 8y$ 일 때, $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ 의 값을 넘지 않는 최대의 정수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = -1$

해설

(1) $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $2 < 4 - \sqrt{3} < 3 \therefore a = 2$

(2) $2x + 7y = 15x - 8y$ 에서 $y = \frac{13}{15}x$ 이므로

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{\frac{x + \frac{13}{15}x}{x - \frac{13}{15}x}} = \sqrt{\frac{28x}{\frac{2x}{15}}} = \sqrt{14}$$

$3 < \sqrt{14} < 4$ 이므로 $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{14}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 3 이다.

$\therefore b = 3$

따라서 $a - b = 2 - 3 = -1$ 이다.

35. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.