1. $\dfrac{6x^2y-8xy^2}{2xy}-\dfrac{6xy-9y^2}{3y}$ 을 간단히 하면?

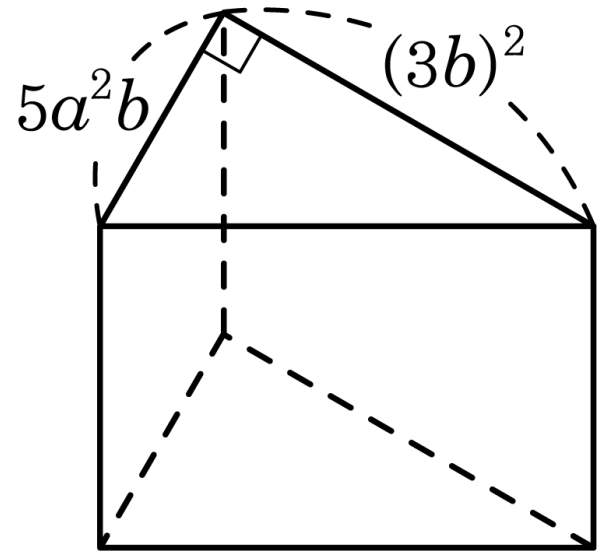
① $3x-2y$ ② $x-y$ ③ $x-7y$

④ $2x-3y$ ⑤ $x+5y$

해설

(준식) $=3x-4y-(2x-3y)=x-y$

2. 다음 그림의 삼각기둥의 부피가 $(3ab^2)^4$ 일 때, 삼각기둥의 높이는?



① $\frac{9}{5}a^2b^5$ ② $\frac{27}{5}ab^6$ ③ $\frac{27}{10}a^2b^5$

④ $\frac{8}{15}ab^4$ ⑤ $\frac{18}{5}a^2b^5$

해설

$$(\text{밑넓이}) = \frac{1}{2} \times 5a^2b \times (3b)^2 = \frac{45a^2b^3}{2}$$

$$\therefore\ h = (3ab^2)^4 \times \frac{2}{45a^2b^3} = \frac{18}{5}a^2b^5$$

3. 다음 중 유리수는 몇 개인지 구하여라.

$-\frac{1}{3}$, 0, 0.01, $2\frac{1}{5}$, π, 3, $0.121231234\cdots$

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 5 개

해설

유리수인 것은 $-\frac{1}{3}$, 0, 0.01, $2\frac{1}{5}$, 3

$\therefore$ 5개

4. 다음 분수 중 무한소수로 나타내어지는 것은?

① $\frac{1}{2^2 \times 5^3}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{6}{6^3}$

④ $\frac{77}{100-30}$ ⑤ $\frac{9 \times 11}{2^2 \times 3 \times 12}$

해설

기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수이고 그 이외의 수가 있으면 무한소수가 된다.

① $\frac{1}{2^2 \times 5^3}$ (유한소수)

② $\frac{5}{16} = \frac{5}{2^4}$ (유한소수)

③ $\frac{6}{6^3} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{2^2 \times 3^2}$ (무한소수)

④ $\frac{77}{100-30} = \frac{77}{70} = \frac{11}{10} = \frac{11}{2 \times 5}$ (유한소수)

⑤ $\frac{9 \times 11}{2^2 \times 3 \times 12} = \frac{11}{2^4}$ (유한소수)

5. 다음 분수 $\frac{1}{30}$ 과 $\frac{7}{9}$ 의 순환마디를 각각 a , b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\frac{1}{30}=\frac{3}{90}=0.03333\cdots$$

$$\frac{7}{9}=0.7777\cdots$$

$$a=3,\ b=7$$

$$\therefore a+b=10$$

6. 분수 $\frac{x}{900}$ 를 소수로 나타내면 $0.52444\cdots$ 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 472

해설

$0.52444\cdots = 0.52\dot{4} = \frac{472}{900}$

$\frac{472}{900} = \frac{x}{900}$

$\therefore\ x = 472$

7. 다음 중 소수점 아래 50 번째 자리의 숫자가 가장 작은 것은?

① $0.\dot{9}$ ② $0.\dot{2}\dot{7}$ ③ $0.\dot{1}2\dot{5}$ ④ $2.3\dot{4}\dot{5}$ ⑤ $2.7\dot{4}\dot{3}$

해설

① $50 = 1 \times 50$ 이므로 9

② $50 = 2 \times 25$ 이므로 7

③ $50 = 3 \times 16 + 2$ 이므로 2

④ $50 - 1 = 2 \times 24 + 1$ 이므로 4

⑤ $50 - 2 = 1 \times 48$ 이므로 3

8. 다음 중 순환소수를 x로 놓고 분수로 고칠 때, 식 $1000x - 10x$가 가장 편리하게 사용되는 것은?

① $0.3\dot{1}$ ② $0.\dot{8}$ ③ $0.2\dot{5}\dot{8}$ ④ $2.5\dot{7}$ ⑤ $0.\dot{7}5\dot{6}$

해설

③ $1000x$와 $10x$의 소수점 아래 부분이 일치하는 $0.2\dot{5}\dot{8}$을 분수로 고칠 때 가장 편리한 식이 된다.

9. 다음 순환소수 $1.20\dot{7}$ 를 기약분수로 나타내었을 때, 분모와 분자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 437

해설

$$1.20\dot{7} = \frac{1207 - 12}{990} = \frac{1195}{990} = \frac{239}{198}$$

$\therefore 239 + 198 = 437$

10. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 선우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{1}\dot{7}$ 이 되었고, 지민이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{7}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{7}{90}$ ② $\frac{11}{90}$ ③ $\frac{17}{90}$ ④ $\frac{7}{99}$ ⑤ $\frac{17}{99}$

해설

선우 : $0.\dot{1}\dot{7} = \frac{17}{99}$,

지민 : $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{지민이가 본 분자})}{(\text{선우가 본 분모})} = \frac{7}{99} = A$ 이다.

11. 다음 중 $x = 1.24242424\cdots$ 에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 유리수이다.

② $1.\dot{2}\dot{4}$ 으로 나타낼 수 있다.

③ 순환마디는 24 이다.

④ $100x - 10x$를 이용하여 분수로 나타낼 수 있다.

⑤ 분수로 나타내면 $\frac{41}{33}$ 이다.

해설

$x = 1.242424\cdots$ 일 때,

$$\begin{array}{rrr} 100x = & 124.242424\cdots \\ -) \quad x = & \quad 1.242424\cdots \\ \hline 99x = & 123 \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{123}{99} = \frac{41}{33}$$

12. $5^{x+3} = 5^x \times \square$ 에서 $\square$의 값은?

① 25 ② 5 ③ 625 ④ 125 ⑤ 75

해설

$5^{x+3} = 5^x \times 5^3$

13. $2^{x+2}+2^x=160$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$2^{x+2}+2^x=5\times 2^x=160$

$2^x=32=2^5$

$\therefore\ x=5$

14. 다음 중 계산 결과가 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

㉠ $(-2xy^3) \times \frac{3}{2}x^3y = -3x^4y^4$

㉡ $-2^2x \times 3y = -12xy$

㉢ $x \times (2x^3)^2 = 2x^5$

㉣ $(3x)^2 \times (2x)^2 = 6x^4$

㉤ $\frac{1}{3}xyz \times \frac{3}{2}xyz^2 = \frac{1}{2}x^2y^2z^3$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3개

해설

㉢ $x \times (2x^3)^2 = 4x^7$

㉣ $(3x)^2 \times (2x)^2 = 36x^4$

15. $a \neq 0,\ b \neq 0$ 이고 $x,\ y$ 가 자연수일 때, $a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)}$ 을 간단히 하여라. (단, $x > y$)

① 2 ② $\frac{a}{b}$ ③ $\frac{b^{2x}}{a^{2y}}$

④ $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y}$ ⑤ $\left(\frac{b}{a}\right)^{2x+2y}$

해설

$$\begin{aligned} a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)} &= a^{2x-2y}b^{2y-2x} \\ &= \frac{a^{2x-2y}}{b^{2x-2y}} \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y} \end{aligned}$$

16. $(5x-y+6)-(\quad)=-2x+y-2$ 에서 ( ) 안에 알맞은 식은?

① $-7x-2y-8$ ② $-7x-2y+8$ ③ $7x+4$

④ $7x-2y+8$ ⑤ $7x+8$

해설

$(5x-y+6)-(-2x+y-2)=(\qquad)$ 이므로

$(\qquad)=5x-y+6+2x-y+2$

$=7x-2y+8$

17. $\dfrac{2x^2-5x+4}{3}-\dfrac{x^2+2x+1}{4}=ax^2+bx+c$ 에서 $a+b+c$ 의 값은?

① $-\dfrac{1}{3}$ ② $-\dfrac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\dfrac{4}{3}$ ⑤ $\dfrac{5}{3}$

해설

$$\frac{2x^2-5x+4}{3}-\frac{x^2+2x+1}{4}$$

$$=\frac{4(2x^2-5x+4)}{12}-\frac{3(x^2+2x+1)}{12}$$

$$=\frac{8x^2-20x+16-(3x^2+6x+3)}{12}$$

$$=\frac{5x^2-26x+13}{12}$$

$$\therefore\ a+b+c=\frac{5}{12}+\left(-\frac{26}{12}\right)+\frac{13}{12}=-\frac{2}{3}$$

18. $x^2-\left\{5x-(x+3x^2-\square)\right\}=2x^2-x-5$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 식을 구하면?

① $-x^2-3x-5$ ② $-2x^2+3x-5$ ③ $3x^2-3x+5$

④ $2x^2-5x+5$ ⑤ $2x^2-3x+5$

해설

$x^2-\left\{5x-(x+3x^2-\square)\right\}=2x^2-x-5$ 를 정리하면

$4x^2-4x-\square=2x^2-x-5$

$\square=4x^2-4x-(2x^2-x-5)=2x^2-3x+5$

19. $3x(x-y)+\dfrac{4x^3y-8x^2y^2}{-2xy}$ 를 간단히 했을 때, x^2 항의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

(준식) $= 3x^2 - 3xy - 2x^2 + 4xy = x^2 + xy$
따라서 x^2 항의 계수는 1 이다.

20. $A = 2x + 3y - z$, $B = 4x - 5y + 2z$, $C = -x + 4y + 3z$ 일 때, $A - \{B - (A - 2C)\} = lx + my + nz$ 이다. 이때, $l + m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$A - \{B - (A - 2C)\}$
$= A - (B - A + 2C)$
$= A - B + A - 2C$
$= 2A - B - 2C$
$= 2(2x + 3y - z) - (4x - 5y + 2z) - 2(-x + 4y + 3z)$
$= 4x + 6y - 2z - 4x + 5y - 2z + 2x - 8y - 6z$
$= 2x + 3y - 10z$
$\therefore\ l + m + n = 2 + 3 - 10 = -5$

21. 비례식 $(3x-y):(2x-4y)=2:3$ 을 y 에 관하여 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y=-x$

해설

$2(2x-4y)=3(3x-y)$

$4x-8y=9x-3y$

$5y=-5x$

$\therefore y=-x$

22. $\dfrac{a+2b}{12} = \dfrac{a}{2} - \dfrac{b}{6}$ 일 때, $a : b$ 의 비는? (단, $x \neq 0,\ y \neq 0$)

① $2 : 3$ ② $3 : 2$ ③ $4 : 5$ ④ $5 : 4$ ⑤ $1 : 1$

해설

주어진 식의 양변에 12를 곱하면

$a + 2b = 6a - 2b,\ 5a = 4b$

$\therefore\ a : b = 4 : 5$

23. 분수 $\frac{3}{2^2 \times 5^3 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 100 미만의 자연수 중에서 a가 될 수 있는 가장 큰 수 x, 100 초과의 자연수 중에서 a가 될 수 있는 가장 작은 수 y일 때, $y - x$ 를 구하면?

① 4 ② 20 ③ 24 ④ 37 ⑤ 50

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분자에 3이 있으므로,
a의 값은 3의 배수가 되어야 한다.
100 미만의 자연수 중 소인수를 2와 5를 가지고 있는 가장 큰 3의 배수는
$2^5 \times 3 = 96$이고,
100 초과의 자연수 중 가장 작은 수는 $2^3 \times 5 \times 3 = 120$이 된다.
따라서, 두 수의 차는 $y - x = 120 - 96 = 24$이다.

24. 분수 $\frac{a}{45}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{7}{b}$ 이 된다고 한다. a가 두 자리의 자연수일 때, a , b의 값은?

① $a=45$, $b=3$ ② $a=54$, $b=4$ ③ $a=63$, $b=5$

④ $a=72$, $b=6$ ⑤ $a=81$, $b=7$

해설

$\frac{a}{45}=\frac{a}{3^2\times5}$ 가 유한소수이므로 a는 9의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{7}{b}$ 이므로, $a=9\times7=63$, $b=5$

25. $0.\dot{x}$ 의 값은 $\frac{1}{9}$ 이상 $\frac{3}{5}$ 미만이다. 이를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 값을 a, 가장 작은 값을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{1}{9} \leq \frac{x}{9}$ $\therefore\ b = 1$

$\frac{5x}{45} < \frac{27}{45}$ $\therefore\ a = 5$

$\therefore\ a - b = 4$

26. $\frac{1}{250} < 0.\dot{a}bc\dot{0} - 0.\dot{a}b\dot{0}\dot{c} < \frac{1}{200}$ 를 만족하는 한 자리 자연수 c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$0.\dot{a}bc\dot{0} - 0.\dot{a}b\dot{0}\dot{c} = \frac{1000a + 100b + 10c - a}{9990} - \frac{1000a + 100b + c - a}{9990} = \frac{9c}{9990} = \frac{c}{1110}$ 이므로

$\frac{1}{250} < \frac{c}{1110} < \frac{1}{200}$

$4.44 < c < 5.55$ 를 만족하는 한 자리 자연수 c 는 5 이다.

27. $1.\dot{3}+3\left\{\frac{2}{3}+\left(0.\dot{5}-\frac{7}{9}\right)\right\}-0.\dot{8}$ 를 계산하여라.

① $1.\dot{5}$ ② $1.\dot{6}$ ③ $1.\dot{7}$ ④ $1.\dot{8}$ ⑤ $1.\dot{9}$

해설

$$\frac{13-1}{9}+3\left\{\frac{2}{3}+\left(\frac{5}{9}-\frac{7}{9}\right)\right\}-\frac{8}{9}=\frac{4}{3}+3\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{9}\right)-\frac{8}{9}$$

$$=\frac{8}{3}-\frac{8}{9}=\frac{16}{9}=1.\dot{7}$$

28. 메모리 용량 1MB 의 2^{10} 배를 1GB 라고 한다. 기영이가 가지고 있는 MP3 가 1GB 의 용량을 넣을 수 있다고 하면, 기영이는 4MB 의 노래를 몇 개 넣을 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 256 개

해설

1GB 는 1MB 의 2^{10} 배 이므로 2^{10}MB 이다. 4MB 는 2^2 MB 이므로 $2^2 \times x = 2^{10}$,

$x = 2^8 = 256$

29. n 이 자연수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$

㉡ $(-1)^n - (-1)^{n+1} = 1$ (단, n 은 짝수)

㉢ $(-1)^n \times (-1)^{n+1} = -1$

㉣ $(-1)^n \div (-1)^{n+1} = 1$

① ㉠ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ 모든 자연수에 대하여 $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$ 이다.
㉡ $1 - (-1) = 1 + 1 = 2$
㉢ $(-1)^{n+n+1} = (-1)^{2n+1} = -1$
㉣ n 이 홀수일 때, $(-1) \div 1 = -1$ 이고, n 이 짝수일 때, $1 \div (-1) = -1$ 이므로 -1 이다.
이므로 옳은 것은 ㉠, ㉢이 답이다.

30. $3^{x+2}+3^{x+1}+3^{x}=1053$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^{x}=t$ 로 놓으면

$3^{2}\times 3^{x}+3\times 3^{x}+3^{x}$

$=9t+3t+t=1053$

$13t=1053,\ t=81$

$3^{x}=81=3^{4}$

$\therefore x=4$

31. $12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) = -4x^2$ 에서 $a+b$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 1 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) = -4x^2$

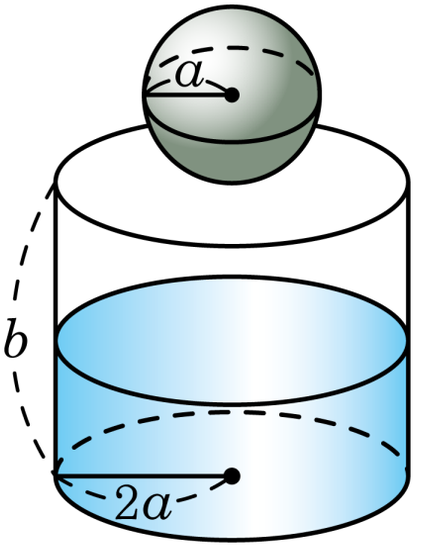
$-4x^{a-2+1}y^{b-2} = -4x^2$

$a-2+1=2 \quad \therefore\ a=3$

$b-2=0 \quad \therefore\ b=2$

$\therefore\ a+b=3+2=5$

32. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?



① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ a
④ $\frac{4}{3}a$ ⑤ $\frac{5}{3}a$

해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$h = \dfrac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$이다.

$(\text{쇠공의 부피}) = \frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a$$ 만큼 높아진다.

33. $b+\frac{6}{c}=c-\frac{1}{a}-1=2$ 일 때, $abc-3$ 의 값은?

① 1 ② 0 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$b+\frac{6}{c}=c-\frac{1}{a}-1=2$ 에서

$b+\frac{6}{c}=2$ 를 b 에 관한 식으로 풀면

$$b=2-\frac{6}{c}=\frac{2(c-3)}{c}$$

$c-\frac{1}{a}-1=2$ 를 a 에 관한 식으로 풀면

$$-\frac{1}{a}=3-c$$

$$\frac{1}{a}=c-3$$

$$a=\frac{1}{c-3}$$

$$\therefore\ abc-3=\frac{1}{(c-3)}\times\frac{2(c-3)}{c}\times c-3=2-3=-1$$

34. 다음과 같은 규칙으로 수를 나열하였을 때, 25^{18} 과 크기가 같은 수는 몇 번 나오는지 구하여라.

1	2	3	4	$\cdots$
1	2^2	3^2	4^2	$\cdots$
1	2^3	3^3	4^3	$\cdots$
1	2^4	3^4	4^4	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 9 번

해설

$25^{18} = (5^2)^{18} = 5^{36}$ 으로 나타낼 수 있다.
자연수 m, n 에 대하여 $(5^m)^n = 5^{mn} = 5^{36}$ 일 때, $mn = 36$ 이 되는 순서쌍 (m, n) 은 36 의 약수의 개수만큼 나타난다.
따라서 $36 = 2^2 \times 3^2$ 에서 36 의 약수의 개수는 $(2+1)\times(2+1) = 9$ (개) 이므로 25^{18} 과 크기가 같은 수는 모두 9 번 나온다.

35. 자연수 n 의 일의 자리 숫자를 $P(n)$ 이라고 할 때, $P(4^{101}) + P(7^{99})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$4 = 4$

$4^2 = 16$

$4^3 = 64$

$7 = 7$

$7^2 = 49$

$7^3 = 343$

$7^4 = 2401$

위에서 알 수 있듯이 일의 자리 숫자는 각각 4 의 거듭제곱은 4, 6 이 반복되며, 7 의 거듭제곱은 7, 9, 3, 1 이 반복된다.

$101 \div 2 = 50 \cdots 1,\ 99 \div 4 = 24 \cdots 3$

그러므로 $P(4^{101}) + P(7^{99}) = 4 + 3 = 7$ 이다.