

1. 두 이차방정식 $x^2 - 3x + a = 0$, $x^2 - 5x - b = 0$ 의 공통인 근이 2일 때, $a - b$ 의 값은?

① 4

② -6

③ -8

④ 8

⑤ -4

해설

2는 두 이차방정식의 공통인 근이므로 각각의 이차방정식에 $x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 3 \times 2 + a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

$$2^2 - 5 \times 2 - b = 0$$

$$\therefore b = -6 \therefore a - b = 2 - (-6) = 8$$

2. 이차방정식 $x^2 - mx - n = 0$ 이 증근을 가지기 위한 조건은?

① $m^2 - 4n > 0$ ② $m^2 + 4n > 0$ ③ $m^2 - 4n = 0$

④ $m^2 + 4n = 0$ ⑤ $m^2 - 4n < 0$

해설

$$D = m^2 - 4(-n) = 0$$

$$\therefore m^2 + 4n = 0$$

3. 다음은 연속하는 두 홀수의 곱이 143일 때, 두 홀수를 구하는 과정이다.
(가)에 알맞은 수는?

연속하는 두 홀수를 각각 x , $x + 2$ 라고 하면

$x(x + 2) = 143$, $x^2 + 2x - 143 = 0$, $(x - 11)(x + 13) = 0$

$\therefore x = \boxed{\text{가}} \quad (x > 0)$

- ① 11

② -13

③ 143

④ 2

⑤ 0

해설

연속하는 두 홀수를 각각 x , $x + 2$ 라 하면

$x(x + 2) = 143$, $x^2 + 2x - 143 = 0$, $(x - 11)(x + 13) = 0$

$\therefore x = 11 \quad (x > 0)$

4. 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 가로를 2 만큼 늘이고, 세로를 2 만큼 줄인 사각형의 넓이가 5가 되었다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(x+2)(x-2) = 5$$

$$x^2 = 9$$

$$\therefore x = 3$$

5. 이차방정식 $x^2 + ax + 6 = 0$ 의 한 근이 3이고 다른 한 근이 이차방정식 $5x^2 - x + b = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 + ax + 6 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면 $a = -5$ 이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$, $(x - 2)(x - 3) = 0$ 이므로

다른 한 근은 $x = 2$ 이다.

$5x^2 - x + b = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $b = -18$

$\therefore a - b = -5 - (-18) = 13$

6. 이차방정식 $(3x-2)(2x+3)=0$ 을 풀면?

① $x=2$ 또는 $x=-3$

② $x=-2$ 또는 $x=3$

③ $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

④ $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

⑤ $x=2$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 값을 찾는다.

$$3x-2=0 \text{ 또는 } 2x+3=0$$

$$\therefore x=\frac{2}{3} \text{ 또는 } x=-\frac{3}{2}$$

7. 다음 이차방정식의 해를 구하면?

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

① $-\frac{1}{2}, -3$

② $-\frac{1}{2}, 3$

③ $\frac{1}{2}, -3$

④ $\frac{1}{2}, 3$

⑤ $\frac{1}{2}, 1$

해설

$$2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

8. 이차방정식 $(2x-1)^2=3$ 의 두 근의 합을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$(2x-1)^2=3$$

$$2x-1=\pm\sqrt{3}$$

$$\therefore x=\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=1$$

9. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
- ④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $-\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

10. $3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - 2\left(x + \frac{1}{3}\right) - 1 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{5}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$x + \frac{1}{3} = A$ 로 치환하면

$$3A^2 - 2A - 1 = (3A + 1)(A - 1) = 0$$

$$A = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } A = 1$$

$$x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 0$ 이다.

11. 높이가 20m 인 건물에서 물체를 떨어뜨렸을 때, x 초 후의 물체를 높이를 ym 라고 하면 $y = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 있다고 한다. 물체가 지상에 떨어진 것은 떨어뜨린 지 몇 초 후인가?

- ① $(3 + 2\sqrt{5})$ 초 ② 6 초 ③ $(3 + \sqrt{13})$ 초
④ $(5 - 2\sqrt{5})$ 초 ⑤ 13 초

해설

물체가 땅에 떨어질 때는 높이 $y = 0$ 일 때이다.

$$-5x^2 + 30x + 20 = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 4 = 0$$

근의 짝수공식으로 풀면 $x = 3 \pm \sqrt{13}$

$$\therefore x > 0 \text{ 이므로 } x = 3 + \sqrt{13}$$

12. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 = \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha$$

$$\therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} = \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10$$

13. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2+2m-2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2+2m-2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

$$\text{따라서 } m = 3, \text{ 나머지 한 근은 } x = \frac{7}{2}$$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

14. 이차방정식 $x^2 - ax - 5x + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차 방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x^2 - ax - 5x + 9 = 0, \quad x^2 - (a + 5)x + 9 = 0$$

$$\left(\frac{a+5}{2}\right)^2 = 9, \quad \frac{a+5}{2} = \pm 3$$

$$a + 5 = \pm 6$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -11$$

$$x^2 + mx + n = 0 \text{ 의 두 근이 } 1, -11 \text{ 이므로}$$

$$1 + m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 121 - 11m + n = 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\quad - 120 + 12m = 0$$

$$\therefore m = 10, \quad n = -11$$

$$\therefore m + n = 10 - 11 = -1$$

15. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때,
 mn 의 값은?

① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x - 3)^2 &= -m + 3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27\end{aligned}$$

16. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

k 에 대해서 정리하면

$$(2a+1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{에 관한 항등식이므로 } 2a+1 = 0, \quad a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

17. $[f(x)]_b^a = f(a) - f(b)$ 라고 할 때, $[2x^2 + x]_1^a = 0$ 을 만족하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} [2x^2 + x]_1^a &= 0 \\ (2a^2 + a) - (2 + 1) &= 0 \\ 2a^2 + a - 3 &= 0 \\ (a - 1)(2a + 3) &= 0 \\ \therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2} \\ \text{따라서 양수 } a \text{ 의 값은 } 1 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

18. $a\%$ 의 소금물 100g 에서 소금물 $(a + 2)$ g 을 퍼낸 다음 퍼낸 만큼의 소금을 넣었더니 소금물의 농도가 52.4% 였다. 퍼낸 소금물의 양을 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 32g

해설

처음 소금의 양 : $\frac{a}{100} \times 100 = a$ (g)
퍼낸 소금물 $a + 2$ g 속의 소금의 양 :
 $(a + 2) \frac{a}{100} = \frac{a^2 + 2a}{100}$ (g)
 $a - \frac{a^2 + 2a}{100} + (a + 2) = \frac{52.4}{100} \times 100$
 $-(a^2 + 2a) + 200a + 200 - 5240 = 0$
 $-a^2 + 198a - 5040 = 0$
 $a^2 - 198a + 5040 = 0$
 $(a - 30)(a - 168) = 0$
 a 는 100보다 작아야 하므로 $a = 30$
따라서 퍼낸 소금물의 양은 $a + 2 = 32$ (g) 이다.

19. 원가가 1800 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $2a\%$ 를 받고 팔았더니 396 원의 손해를 보았다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

정가 : $1800 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$ 원

$$1800 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{2a}{100} + 396 = 1800$$

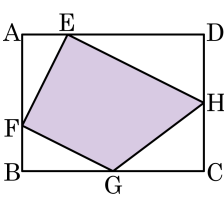
$$36a + \frac{9}{25}a^2 + 396 = 1800$$

$$a^2 + 100a - 3900 = 0$$

$$(a - 30)(a + 130) = 0$$

$$\therefore a = 30(a > 0)$$

20. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에 사각형 EFGH 가 내접하고 있다. 점 H 는 선분 CD 를 이등분하고 점 G 는 선분 BC 를 이등분한다. 삼각형 AFE, FBG, EHD 의 넓이가 각각 1, 1, $\frac{9}{4}$ 일 때, 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\overline{AD} = x, \overline{AB} = y$ 라 하면

$$\overline{DH} = \overline{HC} = \frac{1}{2}y, \overline{BG} = \overline{GC} = \frac{1}{2}x$$

$$\triangle EHD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}y \times \overline{ED} = \frac{9}{4} \quad \therefore \overline{ED} = \frac{9}{y}$$

$$\triangle FBG = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}x \times \overline{FB} = 1 \quad \therefore \overline{FB} = \frac{4}{x}$$

$$\text{따라서 } \triangle AFE = \frac{1}{2} \left(x - \frac{9}{y} \right) \left(y - \frac{4}{x} \right) = 1$$

$$\left(\frac{xy - 9}{y} \right) \left(\frac{xy - 4}{x} \right) = 2$$

$$(xy - 9)(xy - 4) = 2xy$$

$$(xy)^2 - 15xy + 36 = 0$$

$$(xy - 12)(xy - 3) = 0$$

$$\therefore xy = 12 \text{ 또는 } xy = 3$$

$$\text{그런데 } xy > \frac{17}{4} \text{ 이므로 } xy = 12$$

$$\therefore \square ABCD = 12$$