

1. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x 축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8

② -1

③ 0

④ 5

⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$$k^2 + 8k \geq 0, k(k + 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -8 \text{ 또는 } k \geq 0$$

따라서 위의 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

2. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이 $x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가질 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이

$x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가지므로

$$y = a(x - 2)^2 + 5 = ax^2 - 4ax + 4a + 5$$

위의 식이 $y = ax^2 + bx - 3$ 과 일치하므로

$$-4a = b, 4a + 5 = -3$$

$$\therefore a = -2, b = 8$$

$$\therefore a + b = 6$$

3. $-3a - 2 < -3b - 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a < b$

② $-3a > -3b$

③ $5a - 3 > 5b - 3$

④ $3 - a > 3 - b$

⑤ $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$

해설

$$-3a - 2 < -3b - 2 \cdots \textcircled{7}$$

($\textcircled{7} + 2$) $\div (-3)$ 하면, $a > b$ 이다.

따라서 만족하는 식은 $5a - 3 > 5b - 3$

4. 정수 x 의 값이 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $2x + 1$ 의 최댓값은?

① -3

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

$2x + 1$ 은 x 에 2를 곱하고 1을 더하여 얻은 값이다. 그러므로 x 가 커지면 $2x + 1$ 값도 커진다.

따라서 $x = 2$ 일 때 $2x + 1$ 값은 최대이고 그 값은 5이다.

해설

$$-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq 4$$

$$\Rightarrow -3 \leq 2x + 1 \leq 5$$

$\therefore$ 최댓값은 5

5. $A < B < C$ 꼴의 문제를 풀 때 맞는 것은?

① $\begin{cases} A < B \\ A < C \end{cases}$

④ $\begin{cases} B < A \\ B < C \end{cases}$

② $\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} A < B \\ C < B \end{cases}$

③ $\begin{cases} A < C \\ B < C \end{cases}$

해설

$A < B < C$ 꼴의 부등식은

$$\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$$

로 고쳐서 푼다.

6. 어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고, 어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다고 한다. 어떤 수의 범위로 옳은 것은?

① $8 < x < \frac{37}{3}$

② $8 < x < \frac{40}{3}$

③ $9 < x < \frac{37}{3}$

④ $9 < x < \frac{40}{3}$

⑤ $9 < x < \frac{43}{3}$

해설

어떤 수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만든다. ‘어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고.’ 를 식으로 표현하면, $3x - 8 < 32$ 이고, ‘어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다’ 를 식으로 표현하면, $6(x - 5) > 24$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면,
$$\begin{cases} 3x - 8 < 32 \\ 6(x - 5) > 24 \end{cases}$$

이다. 이를 간단히 하면,
$$\begin{cases} x < \frac{40}{3} \\ x > 9 \end{cases}$$
 따라서 $9 < x < \frac{40}{3}$ 이다.

7. 좌표평면에서 두 점 $A(7, 2)$, $B(3, 5)$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 점 $A(7, 2)$, $B(3, 5)$ 사이의 거리는 $\overline{AB} = \sqrt{(3-7)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{16+9} = 5$

8. 세 점 $A(-1, -1)$, $B(1, -5)$, $C(3, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 어떤 삼각형인가?

- ① 이등변삼각형이다.
- ② 정삼각형이다.
- ③ $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
- ④ $\angle B$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
- ⑤ 예각삼각형이다

해설

두 점 사이의 거리를 모두 구해본다.

$$\overline{AB} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$$

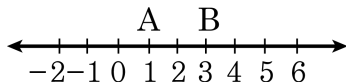
$$\overline{AC} = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}$$

$\triangle ABC$ 는 $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형

9. 다음 빈 칸에 들어갈 수를 차례로 써라.

다음 수직선의 점들 중에서 선분 AB를 2 : 1로 외분하는 점의 좌표는 ()이고, 1 : 2로 외분하는 점의 좌표는 ()이다.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

선분 AB를 2 : 1로 외분하는 점은 선분 AB의 오른쪽 연장선 위에 있다.

선분 AB를 2 : 1로 외분하는 점을 Q라 놓으면 선분 AQ의 길이와 선분 BQ의 길이의 비가 2 : 1이 되어야 하므로 구하는 점 Q의 좌표는 Q(5)이다.

선분 AB를 1 : 2로 외분하는 점은 선분 AB의 왼쪽 연장선 위에 있다.

선분 AB를 1 : 2로 외분하는 점을 R라 놓으면 선분 AR의 길이와 선분 BR의 길이의 비가 1 : 2이 되어야 하므로 구하는 점 R의 좌표는 R(-1)이다.

10. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11

② 21

③ 25

④ 81

⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

11. $x^4 - 5x^2 - 14 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② -4

③ 8

④ -8

⑤ -16

해설

$x^4 - 5x^2 - 14 = (x^2 + 2)(x^2 - 7) = 0$ 이므로

두 허근 α, β 는

각각 $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = -2 - 2 = -4$$

12. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

13. 연립방정식 $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ xy - y^2 = 6 \end{cases}$ 의 해를 구하면 $x = p, y = q$ 또는 $x = r, y = s$ 이다. $p + q + r + s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x - 2y = 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ xy - y^2 = 6 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $x = 2y + 1 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면

$$y^2 + y - 6 = 0(y - 2)(y + 3) = 0$$

$$\therefore y = 2, -3$$

$y = 2, y = -3$ 을 ㉢에 대입하면

$$\text{각각 } x = 5, x = -5$$

$$\therefore x = 5, y = 2 \text{ 또는 } x = -5, y = -3$$

14. 연립부등식 $\begin{cases} 3x + 2 \geq -13 \\ x - 1 \geq 2x \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① 해가없다

② $1 \leq x \leq 5$

③ $-5 \leq x \leq 1$

④ $-1 \leq x \leq 5$

⑤ $-5 \leq x \leq -1$

해설

부등식 $3x + 2 \geq -13$ 을 풀면

$$3x + 2 \geq -13$$

$$\therefore x \geq -5$$

부등식 $x - 1 \geq 2x$ 을 풀면

$$x - 1 \geq 2x$$

$$\therefore x \leq -1$$

$$\therefore -5 \leq x \leq -1$$

15. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1$ 의 그래프가 a 의 값에 관계없이 직선 $y = mx + n$ 과 접할 때, 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값은?

① -4

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 2

해설

이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1$ 의 그래프가
직선 $y = mx + n$ 과 접하므로

$$x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1 = mx + n$$

$$\text{즉, } x^2 - (2a + m)x + a^2 + 2a - n - 1 = 0$$

$$\therefore 4am + m^2 - 8a + 4n + 4 = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 성립하므로

$$(4m - 8)a + (m^2 + 4n + 4) = 0$$

$$4m - 8 = 0, \quad m^2 + 4n + 4 = 0 \text{에서}$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = 2, n = -2$

$$\therefore m + n = 0$$

16. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{3}$, $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ 일 때 $x^2 - y^2 + z^2$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -40

해설

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{3} = t \text{ 라 하면}$$

$x = 2t - 1, y = 5t + 3, z = 3t - 2$ 이므로

$$x^2 - y^2 + z^2 = (2t - 1)^2 - (5t + 3)^2 + (3t - 2)^2 = -12t^2 - 46t - 4 \\ \dots \textcircled{1}$$

$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ 이므로

$$t \geq \frac{1}{2}, t \geq -\frac{3}{5}, t \geq \frac{2}{3}$$

$$\therefore t \geq \frac{2}{3}$$

이 범위에서 $\textcircled{1}$ 은 감소하므로

$$t = \frac{2}{3} \text{ 일 때 최대이고 최댓값은}$$

$$-12 \left(\frac{2}{3} \right)^2 - 46 \cdot \frac{2}{3} - 4 = -40$$

17. x 가 실수일 때 $\frac{x^2 - x + 4}{x^2 + x + 1}$ 의 값이 취할 수 있는 정수의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

$$\frac{x^2 - x + 4}{x^2 + x + 1} = k \text{라 두면}$$

$$x^2 - x + 4 = k(x^2 + x + 1)$$

$$(k - 1)x^2 + (k + 1)x + k - 4 = 0$$

x 가 실수이므로 실근이다.

따라서, 판별식 $D = (k + 1)^2 - 4(k - 1)(k - 4) \geq 0$

$$3k^2 - 22k + 15 \leq 0$$

$$\therefore \frac{11 - 2\sqrt{19}}{3} \leq k \leq \frac{11 + 2\sqrt{19}}{3}$$

k 는 정수이므로 대강의 범위를 구해보면

$$0. \times \times \leq k \leq 6. \times \times \text{에서}$$

$k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 의 6개이다.

18. 지상 40m 높이에서 $v\text{m/s}$ 의 속도로 똑바로 위로 쏘아올린 공이 t 초 후에 지면으로부터 $h\text{m}$ 만큼의 높이가 될 때, $h = vt + 40 - 5t^2$ 의 식이 성립한다. 공이 3 초 후에 최고 높이에 도달했을 때, 이 최고 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▷ 정답: 85 m

해설

$$h = -5t^2 + vt + 40 = -5 \left(t - \frac{v}{10} \right)^2 + \frac{v^2}{20} + 40$$

이 물체는 $t = \frac{v}{10}$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v^2}{20} + 40$ 에 도달하고, $\frac{v}{10} = 3$

이므로 $v = 30$ 이다.

따라서 최고 높이는 85m 이다.

19. 방정식 $2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 x 와 y 의 곱은?

① -2

② 3

③ 4

④ 8

⑤ 10

해설

$2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0$ 에서

$$(x^2 - 4xy + 4y^2) + (x^2 - 8x + 16) = 0,$$

$$(x - 2y)^2 + (x - 4)^2 = 0$$

$$x = 2y, x = 4$$

$$\therefore x = 4, y = 2 \quad \therefore xy = 8$$

20. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 고르면?

- ① $\begin{cases} 3x - 2 > -2x + 3 \\ 2(x + 1) \geq 8 \end{cases}$
- ② $\begin{cases} -\frac{x}{2} \leq \frac{1}{4} - x \\ -0.2x - 1 \geq -1.2x - 3 \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} 7x - 1 > 4x + 11 \\ 3x - 3 \leq 1 - 2x \end{cases}$
- ④ $\begin{cases} 2x > 6 \\ -x \geq -3 \end{cases}$
- ⑤ $\begin{cases} 2x - 3x \leq 7 \\ x + 1 > 5 \end{cases}$

해설

① $x \geq 3$

② $-2 \geq x \leq \frac{1}{2}$

③ $x \geq 4$ 또는 $x \leq \frac{4}{5}$ 이므로 해가 없다.

④ $x > 3$ 또는 $x \leq 3$ 이므로 해가 없다.

⑤ $x > 4$

21. 부등식 $-1 \leq 3x - 7 \leq 2x + a$ 의 해가 $b \leq x \leq 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$-1 \leq 3x - 7 \leq 2x + a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 \leq 3x - 7 \\ 3x - 7 \leq 2x + a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq a + 7 \end{cases}$$

$2 \leq x \leq a + 7$ 은 $b \leq x \leq 4$ 이므로

$$\therefore a = -3, b = 2$$

따라서 $a + b = -3 + 2 = -1$ 이다.

22. 부등식 $\begin{cases} x - 11 \geq 2x - 4 \\ a - x < 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수는?

① -3

② -4

③ -5

④ -6

⑤ -7

해설

$$\begin{cases} x - 11 \geq 2x - 4 \\ a - x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -7 \\ x > a - 1 \end{cases}$$

의 해가 없으므로 $a - 1 \geq -7$

$$\therefore a \geq -6$$

따라서 a 의 가장 작은 수 : -6 이다.

23. $\triangle ABC$ 의 변 BC 위에 $2\overline{BD} = \overline{DC}$ 인 점 D를 잡으면 $2\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = m\overline{AD}^2 + n\overline{BD}^2$ 이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 9

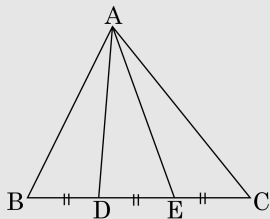
⑤ 10

해설

$$\text{중선 정리 } \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) \quad \overline{DC}$$

의 중 점을 E 라 하면

$\triangle ABE$ 에서 중선 정리에 의하여



$$\overline{AB}^2 + \overline{AE}^2 = 2(\overline{BD}^2 + \overline{DE}^2) \quad \dots\dots (가)$$

$\triangle ADC$ 에서

$$\overline{AD}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{BD}^2 + \overline{DE}^2) \quad \dots\dots (나)$$

2(가)+(나)를 하면

$$\overline{AC}^2 + 2\overline{AB}^2 = 3\overline{AD}^2 + 6\overline{BD}^2$$

$$\therefore m = 3, n = 6$$

24. 두 방정식 $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$, $x^2 + kx - 2k = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값이 존재할 때, 상수 k 의 값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

공통인 근을 α 라 하면

$$\alpha^2 - (k+2)\alpha + 2k = 0$$

$$\alpha^2 + k\alpha - 2k = 0$$

두 식을 더하면

$$2\alpha^2 - 2\alpha = 0, \quad \alpha(\alpha - 1) = 0$$

$$\alpha = 0 \text{ 이면 } k = 0$$

$$\alpha = 1 \text{ 이면 } k = 1$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } 0$$

해설

$$\textcircled{㉠} : x^2 - (k+2)x + 2k = 0 \text{에서 } (x-k)(x-2) = 0$$

$$\textcircled{㉡} : x^2 + kx - 2k = 0$$

i) $x = k$ 가 $\textcircled{㉡}$ 의 해일 때

$$k^2 + k^2 - 2k = 0,$$

$$k^2 - k = 0$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 0$$

ii) $x = 2$ 가 $\textcircled{㉡}$ 의 해일 때

$$4 + 2k - 2k = 0, \quad 4 = 0 \text{ 성립하지 않는다.}$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } 0$$

25. $A : 5(x + 1) > 2x - 1$, $B : \frac{x - 4}{3} + \frac{3x + 1}{2} > 1$ 에 대하여 A 에서 B 를 제외한 수들의 갯수는? (단, x 는 정수)

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$A : x > -2$, $B : x > 1$ 이므로

A 에서 B 를 제외한 수는 $-1, 0, 1$
따라서 3개이다.