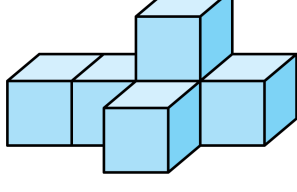


1. 마주보는 면에 있는 눈의 합이 7 인 정육면체 주사위 6 개를 다음과 같이 이어붙였을 때, 겉면에 나타나는 눈의 총합의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 하자. $M - m$ 의 값을 구하여라.

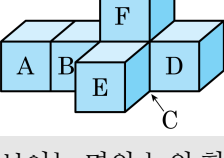


▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

주사위 6 개를 다음 그림과 같이 A,B,C,D,E,F 라 할 때,



보이는 면의 눈의 합이 최댓값을 갖기 위해서는
A,D,E,F 의 보이지 않는 면의 눈이 1 , C 의 보이지 않는 면의
눈의 합이 $1 + 2 + 7 = 10$
따라서 $M = (7 \times 3) \times 6 - 7 - (1 \times 4 + 10) = 112$
보이는 면의 눈의 합이 최솟값을 갖기 위해서는
A,D,E,F 의 보이지 않는 면의 눈이 6 , C 의 보이지 않는 면의
눈의 합이 $6 + 5 + 7 = 18$
따라서 $m = (7 \times 3) \times 6 - (6 \times 4 + 18) = 77$
 $\therefore M - m = 105 - 77 = 28$

2. (꼭짓점의 개수) $\times$ (면의 개수)=(모서리의 개수) $\times$ 8 을 만족하는 정다면체를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 정십이면체

▷ 정답 : 정이십면체

해설

주어진 조건 $vf = 8e$ 와 $v - e + f = 2$ 를 동시에 만족하는 f 를 구해야 한다.

$e = \frac{vf}{8}$ 를 $v - e + f = 2$ 에 대입하여 정리하면 $vf - 8v - 8f = -16$

, $(v - 8)(f - 8) = 48$

식을 만족하는 정다면체는 $f = 12, 20$ 일 때이므로 정십이면체와 정이십면체이다.

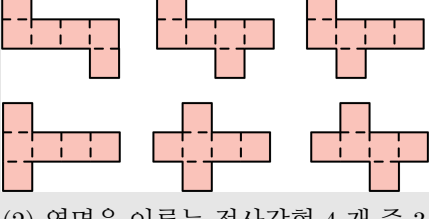
3. 정육면체의 서로 다른 전개도의 개수를 구하여라. (단, 돌리거나 뒤집어서 같은 모양은 하나의 전개도로 본다.)

▶ 답 : 가지

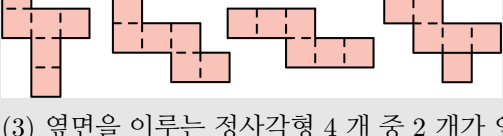
▷ 정답 : 11가지

해설

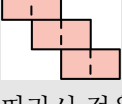
(1) 옆면을 이루는 정사각형 4 개가 모두 연속으로 붙어있는 경우 : 6 가지



(2) 옆면을 이루는 정사각형 4 개 중 3 개가 연속으로 붙어있는 경우 : 4 가지

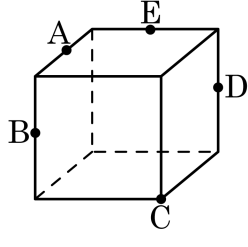


(3) 옆면을 이루는 정사각형 4 개 중 2 개가 연속으로 붙어있는 경우 : 1 가지



따라서 정육면체의 서로 다른 전개도는 총 11 가지이다.

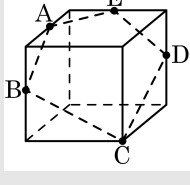
4. 다음 그림과 같은 정육면체를 점 A, B, C, D, E를 지나는 평면으로 자를 때 나누어지는 두 입체도형의 면의 개수의 합을 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 13 개

해설



다음 그림과 같이 나누어지는 두 입체도형 중 큰 입체도형은 칠면체이므로 면의 개수가 7 개이다.
그리고 작은 입체도형은 육면체이므로 면의 개수가 6 개이다.
따라서 두 입체도형의 면의 개수의 합은 $7 + 6 = 13$ (개) 이다.

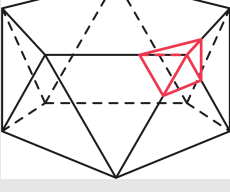
5. 모서리의 길이가 모두 같은 정오각형 2 개와 정삼각형 10 개로 이루어진 십이면체가 있다. 각 모서리를 삼등분한 점들을 이어서 만들어지는 사각뿔을 모두 잘라 내고 남은 도형의 꼭짓점의 개수 v 와 모서리의 개수 e 와 면의 개수 f 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 122

해설

십이면체의 꼭짓점의 개수는 10 개
십이면체의 모서리의 개수는 20 개
십이면체의 면의 개수는 12 개
십이면체의 삼등분점을 이어서 만들어지는 사각뿔은 다음 그림과 같으며, 이런 사각뿔은 각 꼭짓점마다 만들어지므로 총 10 개의 사각뿔이 잘리게 된다.



이런 사각뿔을 모두 잘라 내면 십이면체의 한 꼭짓점마다 꼭짓점은 4 개가 새로 생기고 1 개가 없어져서 총 3 개씩 늘어나고, 모서리는 4 개씩 늘어나고, 면은 1 개씩 늘어나므로
 $v = 10 + 3 \times 10 = 40$
 $e = 20 + 4 \times 10 = 60$
 $f = 12 + 1 \times 10 = 22$
 $\therefore v + e + f = 122$

6. 정이십면체의 각 모서리의 삼등분점을 연결한 평면으로 모두 잘라내면, 각 면이 정오각형과 정육각형으로 이루어진 축구공 모양의 준정다면체가 만들어진다. 정오각형 면의 개수를 f , 정육각형 면의 개수를 s , 꼭짓점의 개수를 v , 모서리의 개수를 e 라고 할 때, $f + s + v + e$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 182

해설

축구공 모양의 준정다면체에서 정오각형은 정이십면체의 한 개의 꼭짓점에서 한 개씩 생기고, 정육각형은 정이십면체의 한 면에 한 개씩 생긴다.

따라서 f 는 정이십면체의 꼭짓점의 개수이므로 12개, s 는 정이십면체의 면의 개수이므로 20개이다.

정오각형의 꼭짓점은 5개씩 12개, 정육각형의 꼭짓점은 6개씩 20개이고, 각 꼭짓점은 3개씩 겹쳐지므로

$$v = \frac{5 \times 12 + 6 \times 20}{3} = 60 \text{ (개)}$$

또한, 정오각형의 모서리는 5×12 (개), 정육각형의 모서리는 6×12 (개)이고, 각 모서리는 2개씩 겹쳐지므로

$$e = \frac{5 \times 12 + 6 \times 20}{2} = 90 \text{ (개)}$$

$$\therefore f + s + v + e = 12 + 20 + 60 + 90 = 182$$

7. 작은 정육면체 블록 N 개를 쌓아서 큰 정육면체 하나를 만들었다. 이 정육면체의 겉면에 페인트를 칠한 후, 다시 블록으로 나누었더니, 두 개의 면에만 색칠된 블록의 개수가 72 개였다. 어떤 면에도 색칠되지 않은 블록의 수를 구하여라.

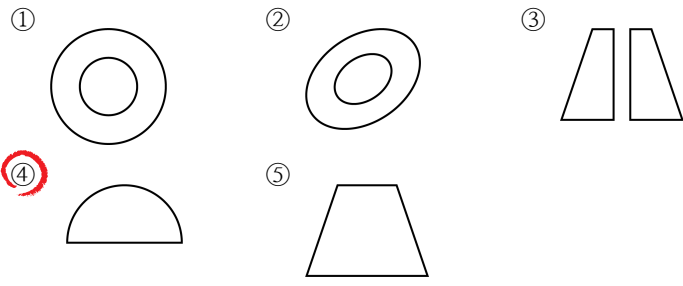
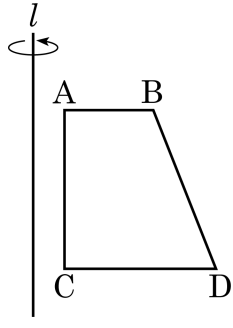
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 216 개

해설

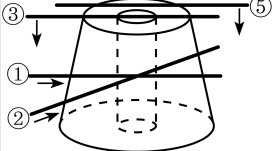
큰 정육면체의 한 모서리를 이루는 작은 정육면체의 개수가 n 개일 때, 두 면이 색칠된 작은 정육면체의 개수는 $12(n-2) = 72$
 $\therefore n = 8$
어떤 면에도 색칠되지 않은 정육면체의 블록은 한 모서리가 $n-2$ 개인 큰 정육면체를 이루므로
총 개수는 $(n-2) \times (n-2) \times (n-2)$ 개
따라서 어떤 면에도 색칠되지 않은 블록의 수 = $6 \times 6 \times 6 = 216$ (개)

8. 사각형 ABCD 를 직선 l 을 축으로 하여 회전시킬 때 생기는 입체도형을 여러 방향에서 자르려고 한다. 이 때 생기는 단면으로 옳지 않은 것은?

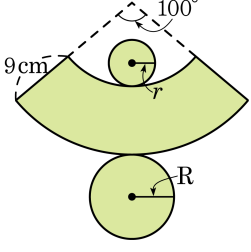


해설

다음 그림처럼 화살표 방향으로 자르면 각 번호의 그림과 일치하는 단면이 나온다.



9. 다음 그림의 원뿔대의 전개도에서 $R - r$ 의 값을 구하여라.

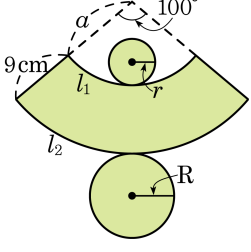


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$ cm

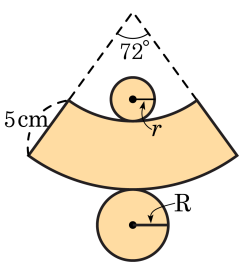
해설

$$\begin{aligned}
 l_1 &= 2\pi a \times \frac{100^\circ}{360^\circ} = 2\pi r, \quad l_2 = 2\pi(a + 9) \times \frac{100^\circ}{360^\circ} = 2\pi R \\
 \therefore r &= \frac{5}{18}a, \quad R = \frac{5}{18}(a + 9) \\
 \therefore R - r &= \frac{5}{18}(a + 9) - \frac{5}{18}a = \frac{45}{18} = \frac{5}{2} \text{ (cm)}
 \end{aligned}$$



10. 다음 그림의 원뿔대의 전개도에서 $R - r$ 의 값은?

- ① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm
 ④ 4 cm ⑤ 5 cm

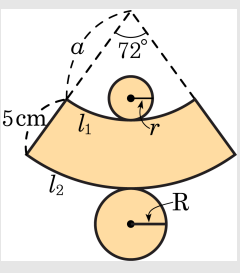


해설

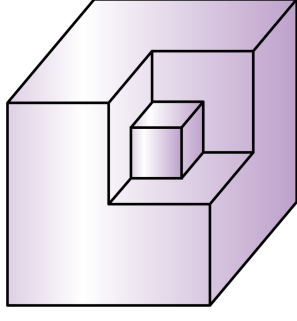
$$l_1 = 2\pi a \times \frac{72^\circ}{360^\circ} = 2\pi r, \quad l_2 = 2\pi(a + 5) \times \frac{72^\circ}{360^\circ} = 2\pi R$$

$$\therefore r = \frac{1}{5}a, \quad R = \frac{1}{5}(a + 5)$$

$$\therefore R - r = \frac{1}{5}(a + 5) - \frac{1}{5}a = 1(\text{ cm})$$



11. 한 변의 길이가 8 인 정육면체의 한 쪽 가장 자리를 길이가 4 인 정육면체 모양으로 잘라내고, 다시 잘라낸 입체의 한 가장 자리를 길이가 2 인 정육면체 모양으로 잘라서 처음 잘라낸 자리에 그림과 같이 붙였다. 이 입체의 겉넓이를 구하여라.



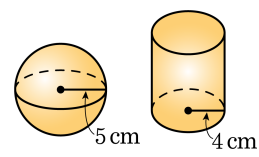
▶ 답 :

▷ 정답 : 384

해설

한 변의 길이가 8 인 정사각형이 3 개, 한 변의 길이가 4 인 정사각형이 9 개, 한 변의 길이가 2 인 정사각형이 12 개이므로 이 입체의 겉넓이는 $8 \times 8 \times 3 + 4 \times 4 \times 9 + 2 \times 2 \times 12 = 384$

12. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 cm 인 구와 밑면의 반지름의 길이가 4 cm 인 원기둥이 있다. 두 입체도형의 겉넓이가 같을 때, 원기둥의 높이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{17}{2}$ cm

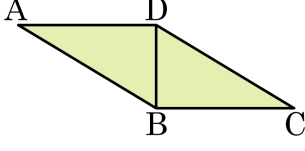
해설

원기둥의 높이를 h 라고 하면

$$4\pi \times 5^2 = 2 \times \pi \times 4^2 + 2\pi \times 4 \times h$$

$$\therefore h = \frac{17}{2} (\text{cm})$$

13. 다음 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 는 변 CD 와 수직으로 만난다. $AB = 12, BC = 20$ 일 때, 이 평행사변형을 대각선 BD 를 중심으로 1 회전 하였을 때 생기는 회전체의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^3

▷ 정답 : 1160π cm³

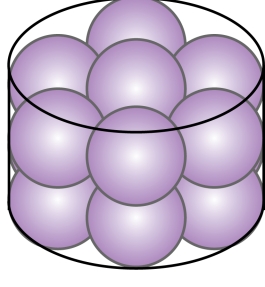
해설

다음 그림과 같이 원뿔대를 2 개 붙인 모양의 입체도형이 만들어진다.



$$\begin{aligned} & \text{따라서 회전체의 겉넓이는} \\ & \text{(겉넓이)} \\ &= (\text{밑넓이}) \times 2 + (\text{원뿔대의 옆넓이}) \times 2 \\ &= (\pi \times 20^2) \times 2 \\ & \quad + \left(\frac{1}{2} \times 40\pi \times 12 - \frac{1}{2} \times 20\pi \times 6 \right) \times 2 \\ &= 800\pi + 360\pi \\ &= 1160\pi(\text{cm}^3) \end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 9cm 인 원기둥 모양의 통에 공이 14 개 꼭 맞게 들어있다. 이 원기둥에 물을 가득 담은 후 공 14 개를 넣은 뒤, 14 개를 모두 꺼내면 남아 있는 물의 높이는?

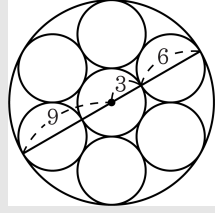


- ① $\frac{5}{3}$ cm ② $\frac{10}{3}$ cm ③ $\frac{52}{3}$ cm
 ④ $\frac{52}{9}$ cm ⑤ 5cm

해설

원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 9cm, 높이가 12cm 이므로 원기둥의 부피는

$$\pi \times 9^2 \times 12 = 972\pi(\text{cm}^3)$$



통의 반지름의 길이가 9cm 이므로, 공의 반지름의 길이는 3cm 이므로 반지름의 길이가 3cm 인 공 한 개의 부피는

$$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi(\text{cm}^3)$$

남아 있는 물의 부피는

$$972\pi - 36\pi \times 14 = 468\pi(\text{cm}^3),$$

따라서 남아 있는 물의 높이를 h cm 라고 하면 $\pi \times 9^2 \times h = 468\pi$,

$$h = \frac{52}{9}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$