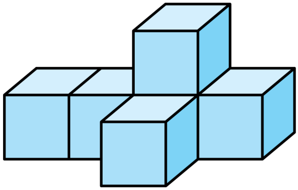
**1.** 마주보는 면에 있는 눈의 합이 7 인 정육면체 주사위 6 개를 다음과 같이 이어붙였을 때, 겉면에 나타나는 눈의 총합의 최댓값을 $M$ , 최솟값을 $m$ 이라고 하자. $M - m$ 의 값을 구하여라.

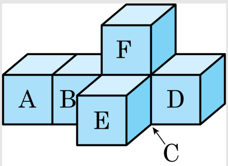


▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

주사위 6 개를 다음 그림과 같이 A, B, C, D, E, F 라 할 때,




보이는 면의 눈의 합이 최댓값을 갖기 위해서는
A, D, E, F 의 보이지 않는 면의 눈이 1 , C 의 보이지 않는 면의 눈의 합이 $1 + 2 + 7 = 10$
따라서 $M = (7 \times 3) \times 6 - 7 - (1 \times 4 + 10) = 112$
보이는 면의 눈의 합이 최솟값을 갖기 위해서는
A, D, E, F 의 보이지 않는 면의 눈이 6 , C 의 보이지 않는 면의 눈의 합이 $6 + 5 + 7 = 18$
따라서 $m = (7 \times 3) \times 6 - (6 \times 4 + 18) = 77$
$\therefore M - m = 105 - 77 = 28$

**2.** (꼭짓점의 개수)×(면의 개수)=(모서리의 개수)×8 을 만족하는 정다면체를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 정십이면체

▷ 정답 : 정이십면체

해설

주어진 조건 $vf = 8e$ 와 $v - e + f = 2$ 를 동시에 만족하는 $f$ 를 구해야 한다.

$e = \dfrac{vf}{8}$ 를 $v-e+f = 2$ 에 대입하여 정리하면 $vf-8v-8f = -16$, $(v-8)(f-8) = 48$

식을 만족하는 정다면체는 $f = 12, 20$ 일 때이므로 정십이면체와 정이십면체이다.

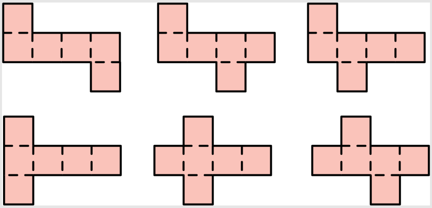
**3.** 정육면체의 서로 다른 전개도의 개수를 구하여라. (단, 돌리거나 뒤집어서 같은 모양은 하나의 전개도로 본다.)

▶ 답 : ______ 가지

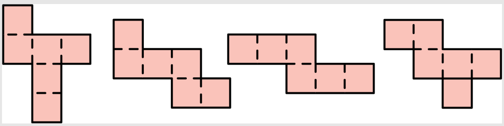
▷ 정답 : 11 가지

해설

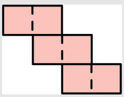
(1) 옆면을 이루는 정사각형 4 개가 모두 연속으로 붙어있는 경우 : 6 가지



(2) 옆면을 이루는 정사각형 4 개 중 3 개가 연속으로 붙어있는 경우 : 4 가지

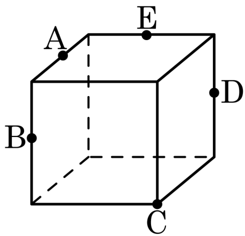


(3) 옆면을 이루는 정사각형 4 개 중 2 개가 연속으로 붙어있는 경우 : 1 가지



따라서 정육면체의 서로 다른 전개도는 총 11 가지이다.

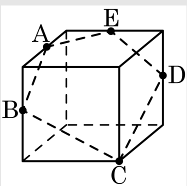
**4.** 다음 그림과 같은 정육면체를 점 A, B, C, D, E 를 지나는 평면으로 자를 때 나누어지는 두 입체도형의 면의 개수의 합을 구하여라.




▶ **답 :** ______ 개

▷ **정답 :** 13 개

해설




다음 그림과 같이 나누어지는 두 입체도형 중 큰 입체도형은 칠면체이므로 면의 개수가 7 개이다.
그리고 작은 입체도형은 육면체이므로 면의 개수가 6 개이다.
따라서 두 입체도형의 면의 개수의 합은 $7+6=13$(개) 이다.

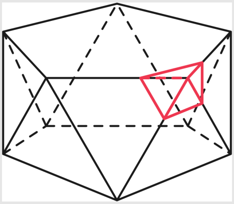
**5.** 모서리의 길이가 모두 같은 정오각형 2 개와 정삼각형 10 개로 이루어진 십이면체가 있다. 각 모서리를 삼등분한 점들을 이어서 만들어지는 사각뿔을 모두 잘라 내고 남은 도형의 꼭짓점의 개수 $v$ 와 모서리의 개수 $e$ 와 면의 개수 $f$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 122

해설

십이면체의 꼭짓점의 개수는10 개
십이면체의 모서리의 개수는 20 개
십이면체의 면의 개수는12 개
십이면체의 삼등분점을 이어서 만들어지는 사각뿔은 다음 그림과 같으며, 이런 사각뿔은 각 꼭짓점마다 만들어지므로 총 10 개의 사각뿔이 잘리게 된다.



이런 사각뿔을 모두 잘라 내면 십이면체의 한 꼭짓점마다 꼭짓점은 4 개가 새로 생기고 1 개가 없어져서 총 3 개씩 늘어나고, 모서리는 4 개씩 늘어나고, 면은 1 개씩 늘어나므로

$v = 10 + 3 \times 10 = 40$

$e = 20 + 4 \times 10 = 60$

$f = 12 + 1 \times 10 = 22$

$\therefore v + e + f = 122$

**6.** 정이십면체의 각 모서리의 삼등분점을 연결한 평면으로 모두 잘라내면, 각 면이 정오각형과 정육각형으로 이루어진 축구공 모양의 준정다면체가 만들어진다. 정오각형 면의 개수를 $f$ , 정육각형 면의 개수를 $s$ , 꼭짓점의 개수를 $v$ , 모서리의 개수를 $e$ 라고 할 때, $f+s+v+e$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 182

해설

축구공 모양의 준정다면체에서 정오각형은 정이십면체의 한 개의 꼭짓점에서 한 개씩 생기고, 정육각형은 정이십면체의 한 면에 한 개씩 생긴다.
따라서 $f$ 는 정이십면체의 꼭짓점의 개수이므로 12 개, $s$ 는 정이십면체의 면의 개수이므로 20개이다.
정오각형의 꼭짓점은 5 개씩 12 개, 정육각형의 꼭짓점은 6 개씩 20 개이고, 각 꼭짓점은 3 개씩 겹쳐지므로

$$v=\frac{5\times12+6\times20}{3}=60\ (\text{개})$$

또한, 정오각형의 모서리는 $5\times12$ (개), 정육각형의 모서리는 $6\times12$ (개)이고, 각 모서리는 2 개씩 겹쳐지므로

$$e=\frac{5\times12+6\times20}{2}=90\ (\text{개})$$

$\therefore f+s+v+e=12+20+60+90=182$

**7.** 작은 정육면체 블록 N 개를 쌓아서 큰 정육면체 하나를 만들었다. 이 정육면체의 겉면에 페인트를 칠한 후, 다시 블록으로 나누었더니, 두 개의 면에만 색칠된 블록의 개수가 72 개였다. 어떤 면에도 색칠되지 않은 블록의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 216 개

해설

큰 정육면체의 한 모서리를 이루는 작은 정육면체의 개수가 $n$ 개일 때, 두 면이 색칠된 작은 정육면체의 개수는 $12(n-2)=72$

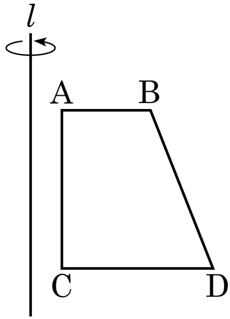
$\therefore n=8$

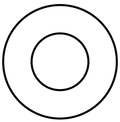
어떤 면에도 색칠되지 않은 정육면체의 블록은 한 모서리가 $n-2$ 개인 큰 정육면체를 이루므로

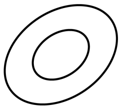
총 개수는 $(n-2)\times(n-2)\times(n-2)$ 개

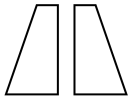
따라서 어떤 면에도 색칠되지 않은 블록의 수$=6\times6\times6=216$(개)

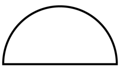
**8.** 사각형 ABCD 를 직선 $l$ 을 축으로 하여 회전시킬 때 생기는 입체도형을 여러 방향에서 자르려고 한다. 이 때 생기는 단면으로 옳지 않은 것은?

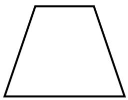



① 

② 

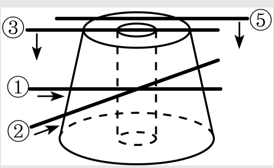
③ 

④ 

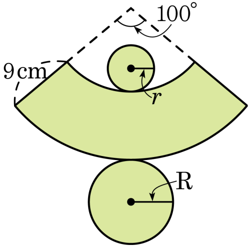
⑤ 

**해설**

다음 그림처럼 화살표 방향으로 자르면 각 번호의 그림과 일치하는 단면이 나온다.



**9.** 다음 그림의 원뿔대의 전개도에서 $\mathrm{R}-r$ 의 값을 구하여라.




▶ 답 : ______ cm

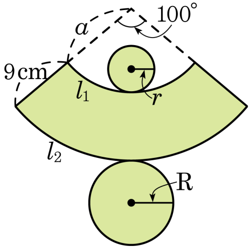
▷ 정답 : $\frac{5}{2}$ cm

해설

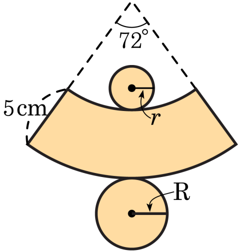
$l_1 = 2\pi a \times \frac{100°}{360°} = 2\pi r$, $l_2 = 2\pi(a+9) \times \frac{100°}{360°} = 2\pi \mathrm{R}$

$\therefore\ r = \frac{5}{18}a$, $\mathrm{R} = \frac{5}{18}(a+9)$

$\therefore\ \mathrm{R}-r = \frac{5}{18}(a+9) - \frac{5}{18}a = \frac{45}{18} = \frac{5}{2}(\mathrm{cm})$



**10.** 다음 그림의 원뿔대의 전개도에서 $\mathrm{R}-r$ 의 값은?




① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm

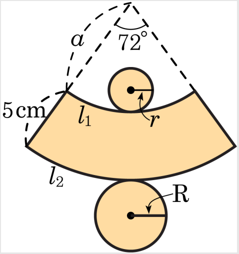
④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

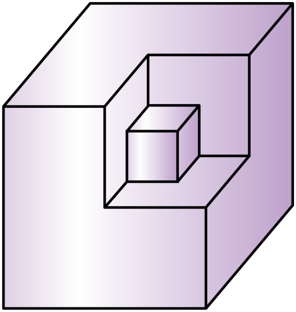
$l_1 = 2\pi a \times \dfrac{72°}{360°} = 2\pi r,\ l_2 = 2\pi(a+5) \times \dfrac{72°}{360°} = 2\pi\mathrm{R}$

$\therefore r = \dfrac{1}{5}a,\ \mathrm{R} = \dfrac{1}{5}(a+5)$

$\therefore \mathrm{R} - r = \dfrac{1}{5}(a+5) - \dfrac{1}{5}a = 1(\mathrm{cm})$



**11.** 한 변의 길이가 8 인 정육면체의 한 쪽 가장 자리를 길이가 4 인 정육면체 모양으로 잘라내고, 다시 잘라낸 입체의 한 가장 자리를 길이가 2 인 정육면체 모양으로 잘라서 처음 잘라낸 자리에 그림과 같이 붙였다. 이 입체의 겉넓이를 구하여라.



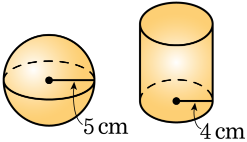
▶ 답 :

▷ 정답 : 384

해설

한 변의 길이가 8 인 정사각형이 3 개, 한 변의 길이가 4 인 정사각형이 9 개, 한 변의 길이가 2 인 정사각형이 12 개이므로 이 입체의 겉넓이는 $8 \times 8 \times 3 + 4 \times 4 \times 9 + 2 \times 2 \times 12 = 384$

**12.** 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 cm 인 구와 밑면의 반지름의 길이가 4 cm 인 원기둥이 있다. 두 입체도형의 겉넓이가 같을 때, 원기둥의 높이를 구하여라.




▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{17}{2}$ cm

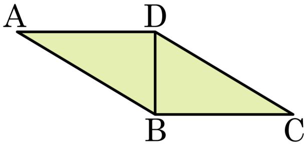
해설

원기둥의 높이를 $h$ 라고 하면

$4\pi \times 5^2 = 2 \times \pi \times 4^2 + 2\pi \times 4 \times h$

$\therefore\ h = \frac{17}{2}(\mathrm{cm})$

**13.** 다음 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 는 변 CD 와 수직으로 만난다. $\overline{AB} = 12, \overline{BC} = 20$ 일 때, 이 평행사변형을 대각선 BD 를 중심으로 1 회전 하였을 때 생기는 회전체의 겉넓이를 구하여라.

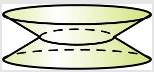



▶ 답 : ______ $cm^3$

▷ 정답 : $1160\pi$ $cm^3$

해설

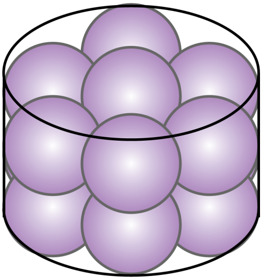
다음 그림과 같이 원뿔대를 2 개 붙인 모양의 입체도형이 만들어진다.



따라서 회전체의 겉넓이는

$$
\begin{aligned}
&(\text{겉넓이}) \\
&= (\text{밑넓이}) \times 2 + (\text{원뿔대의 옆넓이}) \times 2 \\
&= (\pi \times 20^2) \times 2 \\
&\quad + \left(\frac{1}{2} \times 40\pi \times 12 - \frac{1}{2} \times 20\pi \times 6\right) \times 2 \\
&= 800\pi + 360\pi \\
&= 1160\pi(\text{cm}^3)
\end{aligned}
$$

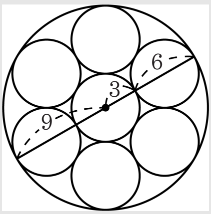
**14.** 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 9cm 인 원기둥 모양의 통에 공이 14 개 꼭 맞게 들어있다. 이 원기둥에 물을 가득 담은 후 공 14 개를 넣은 뒤, 14 개를 모두 꺼내면 남아 있는 물의 높이는?



① $\frac{5}{3}$cm ② $\frac{10}{3}$cm ③ $\frac{52}{3}$cm
④ $\frac{52}{9}$cm ⑤ 5cm

해설

원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 9cm, 높이가 12cm 이므로 원기둥의 부피는
$\pi \times 9^2 \times 12 = 972\pi(\text{cm}^3)$




통의 반지름의 길이가 9cm 이므로, 공의 반지름의 길이는 3cm 이므로 반지름의 길이가 3cm 인 공 한 개의 부피는
$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi(\text{cm}^3)$
남아 있는 물의 부피는
$972\pi - 36\pi \times 14 = 468\pi(\text{cm}^3)$,
따라서 남아 있는 물의 높이를 $h$cm 라고 하면 $\pi \times 9^2 \times h = 468\pi$,
$h = \frac{52}{9}(\text{cm})$ 이다.