1. $\sqrt{72n}$ 이 정수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하여라.

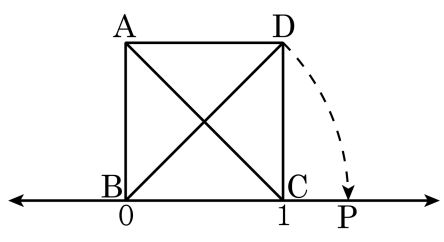
▶ 답:

▷ 정답: $n = 2$

해설

$\sqrt{72n} = \sqrt{2^3 \times 3^2 \times n}$ 에서 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $n = 2$ 이다.

2. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형일 때, 수직선 위의 점 P 에 대응하는 수는?



① $\sqrt{2}-1$ ② $1-\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{2}+1$

해설

$\overline{BD}=\sqrt{2}$

점 P 는 점 B 를 기준으로 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이므로 $0+\sqrt{2}=\sqrt{2}$ 이다.

3. 다음 세 수를 큰 순서대로 나열할 때, 가운데에 위치하는 수를 구하시오.

$\sqrt{15}$, $3+\sqrt{2}$, 4

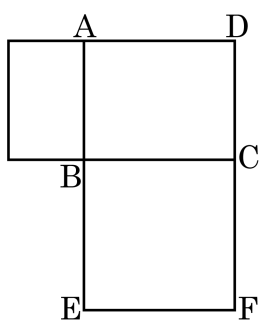
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\sqrt{15}-4=\sqrt{15}-\sqrt{16}<0 \therefore \sqrt{15}<4$
$(3+\sqrt{2})-4=\sqrt{2}-1>0 \therefore 3+\sqrt{2}>4$
$\therefore \sqrt{15}<4<3+\sqrt{2}$

4. 다음 그림과 같이 정사각형 BEFC의 넓이가 8이고, 직사각형 ABCD의 넓이가 $\sqrt{40}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

BEFC의 넓이가 8이므로 $\overline{BC} = \sqrt{8}$ 이고 ABCD의 넓이가 $\sqrt{40}$ 이므로 $\sqrt{40} = \sqrt{8} \times \overline{AB}$ 이다. 따라서 $\overline{AB} = \sqrt{5}$ 이다.

5. $\frac{3}{\sqrt{2}}+\frac{5}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}(2+\sqrt{6})=x\sqrt{2}+y\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① 12 ② 8 ③ 4 ④ 0 ⑤ −4

해설

$\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{5\sqrt{2}}{2}-(2\sqrt{2}+2\sqrt{3})$
$=4\sqrt{2}-(2\sqrt{2}+2\sqrt{3})$
$=2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$
$\therefore x=2, y=-2$
$\therefore x+y=2+(-2)=0$

6. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8}-3$, $b = -\sqrt{7}+\sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a-b>0$　② $b-a<0$　③ $b+\sqrt{7}>3$

④ $ab>0$　⑤ $a+1>0$

해설

① $a-b=\sqrt{8}-3-\left(-\sqrt{7}+\sqrt{8}\right)$

$=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$

$\therefore\ a-b<0$

② $b-a=-\sqrt{7}+\sqrt{8}-\left(\sqrt{8}-3\right)$

$=-\sqrt{7}+3=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$

$\therefore\ b-a>0$

③ 좌변$=b+\sqrt{7}=-\sqrt{7}+\sqrt{8}+\sqrt{7}=\sqrt{8}$

우변$=3=\sqrt{9}$

$\therefore\ b+\sqrt{7}<3$

④ $a=\sqrt{8}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$

$b=\sqrt{8}-\sqrt{7}>0$

$\therefore\ ab<0$

⑤ $a+1=\left(\sqrt{8}-3\right)+1=\sqrt{8}-2=\sqrt{8}-\sqrt{4}>0$

$\therefore\ a+1>0$

7. 제곱근표에서 $\sqrt{5} = 2.236$, $\sqrt{50} = 7.071$ 일 때, $\sqrt{5000}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 70.71

해설

$\sqrt{5000} = 10\sqrt{50} = 70.71$

8. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① -7 의 제곱근은 없다.

② 3 의 제곱근은 2 개이다.

③ $\sqrt{16^2}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

④ $(-5)^2$ 의 제곱근은 -5 이다.

⑤ 제곱근 4 는 2 이다.

해설

④ ($(-5)^2$ 의 제곱근) = (25 의 제곱근) = ± 5

9. $x < 0$ 일 때, $\sqrt{(-3x)^2} - \sqrt{(5x)^2} - \sqrt{(9x^2)}$ 을 간단히 하면?

① $-5x$ ② x ③ $5x$ ④ $11x$ ⑤ $13x$

해설

$x < 0$ 일 때, $-3x > 0$, $5x < 0$, $3x < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}&\sqrt{(-3x)^2} - \sqrt{(5x)^2} - \sqrt{(9x^2)}\\ &= -3x - (-5x) - (-3x)\\ &= -3x + 5x + 3x = 5x\end{aligned}$$

10. $5 < a < b$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(5-a)^2} + \sqrt{(b-5)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2a+12$　② $-2a+2b$　③ 0

④ $2a-12$　⑤ $2b-12$

해설

$a < b$ 에서 $a-b < 0$

$5 < a$ 에서 $5-a < 0$

$5 < b$ 에서 $b-5 > 0$

(주어진 식) $= -(a-b) - \{-(5-a)\} + (b-5)$

$= -a+b+5-a+b-5$

$= -2a+2b$

11. $\sqrt{54-x}$ 가 자연수가 되는 양의 정수 x 의 값들의 합은?

① 60 ② 116 ③ 155 ④ 197 ⑤ 238

해설

$\sqrt{54-x}$ 가 자연수가 되기 위해서는,
$54-x$ = 완전제곱수가 되어야 한다.
$54-x = 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 36,\ 49$
$\therefore\ x = 5+18+29+38+45+50+53 = 238$

12. 다음 중 유리수는?

① $\sqrt{3}-3$ ② $-\sqrt{3.61}$ ③ $\frac{\pi}{5}$

④ $\frac{1+\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\sqrt{9}$ 의 제곱근

해설

$$-\sqrt{3.61}=-\sqrt{\frac{361}{100}}=-\sqrt{\left(\frac{19}{10}\right)^2}=-\frac{19}{10}$$

13. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 자연수가 아니다.
㉡ $3\sqrt{4}$ 는 무리수이다.
㉢ $\sqrt{0.01}$ 는 정수가 아닌 유리수이다.
㉣ $\sqrt{9} \times \frac{\sqrt{4}}{4}$ 는 자연수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 무리수이다.

㉡ $3\sqrt{4}$ 는 6이므로 자연수이므로 무리수가 아니다.

㉢ $\sqrt{0.01} = 0.1$ 이므로 정수가 아닌 유리수이다.

㉣ $\sqrt{9} \times \frac{\sqrt{4}}{4} = 3 \times \frac{2}{4} = \frac{3}{2}$ 이므로 자연수가 아니다.

14. 다음 보기의 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.

㉢ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.

㉤ 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

① ㉠,㉡ ② ㉡,㉣ ③ ㉠,㉢,㉣

④ ㉡,㉣,㉤ ⑤ ㉠,㉡,㉣,㉤

해설

㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다,
반례) 1 과 2 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
반례) $\sqrt{3}+(-\sqrt{3})=0$ 유리수가 되는 경우도 존재한다.

15. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결되지 않은 것은?

① $1-\sqrt{2}$: B　② $1+\sqrt{2}$: E　③ $2+\sqrt{5}$: G

④ $2-\sqrt{3}$: C　⑤ $\sqrt{5}-4$: D

해설

① $-\sqrt{4}<-\sqrt{2}<-\sqrt{1}$

$1-\sqrt{4}<1-\sqrt{2}<1-\sqrt{1}$

$\therefore -1<1-\sqrt{2}<0$: B

② $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$

$1+\sqrt{1}<1+\sqrt{2}<1+\sqrt{4}$

$\therefore 2<1+\sqrt{2}<3$: E

③ $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$

$2+\sqrt{4}<2+\sqrt{5}<2+\sqrt{9}$

$\therefore 4<2+\sqrt{5}<5$: G

④ $-\sqrt{4}<-\sqrt{3}<-\sqrt{1}$

$2-\sqrt{4}<2-\sqrt{3}<2-\sqrt{1}$

$\therefore 0<2-\sqrt{3}<1$: C

⑤ $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$

$\sqrt{4}-4<\sqrt{5}-4<\sqrt{9}-4$

$\therefore -2<\sqrt{5}-4<-1$: A

16. $2\times\sqrt{3}\times\sqrt{a}=3\times\sqrt{6}$ 를 만족하는 양의 유리수 a 의 값은?

① 3　② $\frac{7}{2}$　③ 4　④ $\frac{9}{2}$　⑤ 5

해설

좌변 $=\sqrt{4\times3\times a}$, 우변 $=\sqrt{9\times6}=\sqrt{54}$

$4\times3\times a=54$

$\therefore a=\frac{9}{2}$

17. $a=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$, $b=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $\sqrt{5}(a+b)+\sqrt{3}(a-b)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$a+b=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}=\sqrt{5}$$

$$a-b=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$$

$$\therefore\ \sqrt{5}(a+b)+\sqrt{3}(a-b)=\sqrt{5}\sqrt{5}+\sqrt{3}\sqrt{3}$$
$$=5+3$$
$$=8$$

18. $4-\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 m 이라 할 때, m^2-6m+6 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a<b \Leftrightarrow \sqrt{a}<\sqrt{b}$ 이므로

$m=4-\sqrt{5}-1=3-\sqrt{5}$

$m-3=-\sqrt{5}$ 의 양변을 제곱하면

$m^2-6m+9=5$

$\therefore m^2-6m+6=2$

19. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10}\sqrt{6} = \frac{2}{5}\sqrt{6}$$

$\therefore\ x = \frac{2}{5}$

20. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}-\sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6-4\sqrt{2}$ ② $-4\sqrt{2}$ ③ 6

④ 0 ⑤ $-6+4\sqrt{2}$

해설

$3>2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned}&\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}-\sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}\\&=|3-2\sqrt{2}|-|2\sqrt{2}-3|\\&=3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-3\\&=0\end{aligned}$$