1. 다음 중 점 $(-2,\ 3)$ 을 지나고 기울기가 2 인 직선의 방정식은?

① $2x+y=7$

② $y=2x+7$

③ $y+3=2(x+2)$

④ $y=2x+3$

⑤ $y=-\frac{1}{2}x+2$

해설

$\therefore\quad y=2(x+2)+3=2x+7$

2. 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 선분 AB 의 중점이 $(2,\ 3)$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 에서

$y=0$ 일 때 $x=a$, $x=0$ 일 때, $y=b$

$\mathrm{A}(a,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ b)$

한편 선분 AB 의 중점이 $(2,\ 3)$ 이므로

$\frac{a+0}{2}=2$, $\frac{0+b}{2}=3$

$\therefore\ a=4,\ b=6$

$\therefore\ a+b=10$

3. 세 점 $(3,1)$, $(-2+a,4)$, $(7,a)$가 한 직선 위에 있도록 하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

세 점 $\mathrm{A}(3,1)$, $\mathrm{B}(-2+a,4)$, $\mathrm{C}(7,a)$가
동일 직선 위에 있으려면
(직선 AB의 기울기)= (직선 BC의 기울기)이므로

$$\frac{4-1}{-2+a-3} = \frac{a-4}{7-(-2+a)}$$

$$\frac{3}{a-5} = \frac{a-4}{9-a}$$

$$27-3a = a^2-9a+20$$

$$a^2-6a-7 = (a+1)(a-7) = 0$$

$\therefore\ a=-1$ 또는 $a=7$

따라서 양수 a 의 값은 7

4. 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1$ 과 점 $(0, 1)$ 에서 수직으로 만나는 직선의 방정식을 $y = mx + n$ 이라 할 때, $m^2 + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1$ 과 수직인 직선이므로

기울기 m 은 $\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot m = -1$

$\therefore m = -\sqrt{3}$

따라서 $y = -\sqrt{3}x + 1$ 이므로 $n = 1$

$\therefore \quad m^2 + n = 4$

5. 두 점 $A(1, -4)$, $B(3, 2)$를 지나는 직선과 수직인 직선의 기울기는?

① -3 ② $-\frac{1}{3}$ ③ -1 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 3

해설

직선 AB의 기울기는 $\frac{2-(-4)}{3-1}=3$이므로

수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{3}$이다.

6. 직선 $2x-3y=1$과 수직이고, 점 $(4,\ 11)$를 지나는 직선의 y절편은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2x-3y=1$과 수직이므로 직선의 기울기는 $-\frac{3}{2}$

$y=-\frac{3}{2}x+b$에 $(4,\ 11)$를 대입하면 $b=5$

따라서 y절편은 5이다.

7. 두 점 $(2, 1)$, $(3, 4)$ 를 지나는 직선에 평행하고, x 절편이 2 인 직선의 기울기를 a, y 절편을 b 라 할 때 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 점 $(2, 1)$, $(3, 4)$ 를 지나는

직선의 기울기는 $a = \dfrac{4-1}{3-2} = 3$

$\therefore y = 3(x-2)$

$y = 3x - 6$ 에서

y 절편은 $b = -6$ 이므로

$\therefore \quad a - b = 9$

8. 점 $(1, 0)$을 지나고 직선 $x+\sqrt{2}y+3=0$에 수직인 직선의 y절편은?

① $-\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ -1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

직선 $x+\sqrt{2}y+3=0$의 기울기가 $-\frac{1}{\sqrt{2}}$이므로

구하는 직선의 기울기는 $\sqrt{2}$이다.
따라서 구하는 직선은 $y=\sqrt{2}(x-1)$이므로
이 직선의 y절편은 $-\sqrt{2}$이다.

9. 두 직선 $(a-2)x+3y-1=0$, $ax-y+3=0$ 이 평행할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$ 에서

$\frac{a-2}{a}=\frac{3}{-1}\neq\frac{-1}{3}$ $(a\neq 0)$

$\therefore\ 3a=-a+2$

$\therefore\ a=\frac{1}{2}$

10. 세 직선 $x+y-1=0$, $x+ay+3=0$, $x-y-3=0$이 한 점에서 만날 때, 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 직선 $x+y-1=0$, $x-y-3=0$의 교점을 구하면 $(2,\ -1)$ 이고,
이 점을 직선 $x+ay+3=0$이 지나면 되므로 $2+a\cdot(-1)+3=0$
$\therefore a=5$

11. 점 $(4, 5)$ 와 직선 $3x - 4y - 2 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\text{거리 } d = \frac{|3 \cdot 4 - 4 \cdot 5 - 2|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

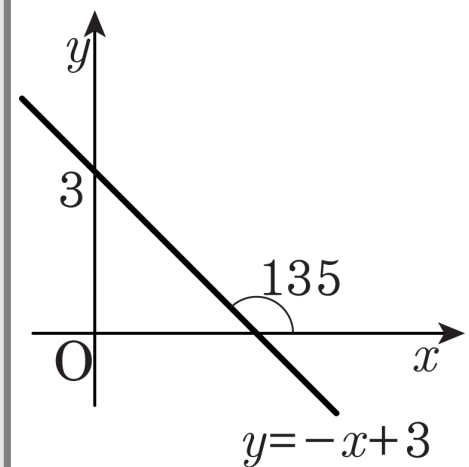
$$= \frac{10}{5} = 2$$

12. 함수 $y = -x + 3$ 의 그래프와 x 축의 양의 방향이 이루는 각 θ 는 몇 $^\circ$ 인지 구하면?

① 45° ② 60° ③ 120° ④ 135° ⑤ 150°

해설

$y = -x + 3$ 를 그리면
기울기 : -1 , y 절편 : 3 이므로
다음 그림과 같다.
이 때, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기 θ 는
$-1 = \tan\theta$ 에서 $\theta = 135^\circ$



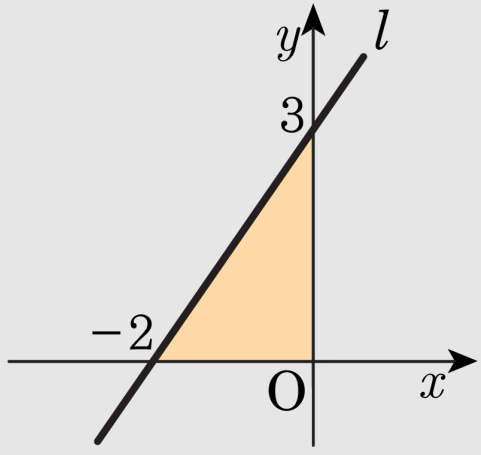
13. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$이 x 축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

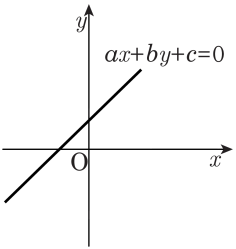
해설

$3x - 2y + 6 = 0$을 그래프에 도시해보면,



∴ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

14. 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



① 제1사분면

② 제2사분면

③ 제3사분면

④ 제4사분면

⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0,\ b \neq 0,\ c \neq 0$ 이므로

주어진 직선의 방정식은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

기울기 : $-\frac{a}{b} > 0 \quad \therefore\ \frac{a}{b} < 0$

y 절편 : $-\frac{c}{b} > 0 \quad \therefore\ \frac{c}{b} < 0$

두 부등식에서 $\frac{a}{c} > 0$

마찬가지로 일차함수 $cx+ay+b=0$ 은

$y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$,

기울기 : $-\frac{c}{a} < 0$

y 절편 : $-\frac{b}{a} > 0$

이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

15. 세 직선 $l : y = -\frac{1}{2}x + 4$, $m : x + 2y - 2 = 0$, $n : 2x - y + 4 = 0$ 에 대한 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 두 직선 l 과 m 은 평행하다.

㉡ 두 직선 m 과 n 은 수직이다.

㉢ 두 직선 l 과 n 은 수직이다.

① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$l : y = -\frac{1}{2}x + 4$

$m : x + 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 1$

$n : 2x - y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 4$

㉠ 두 직선 l 과 m 은 기울기는 같고 y 절편은 다르므로 평행하다. (참)

㉡ 두 직선 m 과 n 의 기울기의 곱은 $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 2 = -1$ 이므로 수직이다. (참)

㉢ 두 직선 l 과 n 의 기울기의 곱은 $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 2 = -1$ 이므로 수직이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢이다.

16. 세 직선 $2x-y-4=0,\ x-2y-2=0,\ y=ax+2$ 가 오직 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면 두 직선의 교점을 나머지 한 직선이 지나야 한다.

$2x-y-4=0 \cdots$ ㉠

$x-2y-2=0 \cdots$ ㉡

$y=ax+2 \quad \cdots$ ㉢이라 할 때,

㉠, ㉡의 교점이 ㉢위에 있으면, 한 점에서 만나므로

㉠, ㉡를 연립하여 풀면 $x=2,\ y=0$

두 직선의 교점 $(2,\ 0)$ 이 직선 $y=ax+2$ 를 지나면 한 점에서 만나므로

$0=2a+2,\ 2a=-2$

$\therefore \quad a=-1$

17. 함수 $f(x) = ax + 1$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 구하면?

① $(1, 0)$ ② $(1, 1)$ ③ $(0, 1)$

④ $(-1, 0)$ ⑤ $(0, -1)$

해설

함수 $f(x) = ax + 1$ 의 그래프는
a 의 값에 관계없이 점$(0,\ 1)$ 을 지나는 직선이다.

18. 직선 $y = mx - m + 2$ 는 m 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 그 점의 좌표를 $(a,\ b)$ 라 할 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

m 에 관해서 정리하면
$(x-1)m + 2 - y = 0$ 이므로 이것은
m 의 값에 관계없이 두 직선
$x - 1 = 0,\ 2 - y = 0$ 의 교점을 지난다.
$x - 1 = 0$ 에서 $x = 1$, $2 - y = 0$ 에서 $y = 2$
따라서 교점은 $(1, 2)$ 이다.
「$y = mx - m + 2 \Leftrightarrow y - 2 = m(x-1)$」 이므로
공식 $y - y_1 = m(x - x_1)$ 과 비교해 보면
$(x_1,\ y_1) = (1,\ 2)$ 임을 알 수 있다.
$\therefore a + b = 3$

19. $(3k+2)x-(k+1)y+4=0$ 은 k 값에 관계없이 한 정점 $\mathrm{A}(a,\ b)$ 를 지난다. 이때, $a+b$ 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

준 식 : $(3x-y)k+2x-y+4=0$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$3x-y=0 \cdots$ ㉠

$2x-y+4=0 \cdots$ ㉡

㉠ − ㉡ : $x=4,\ y=12$

$\therefore\ \mathrm{A}(a,\ b)=(4,\ 12)$

$\therefore\ a+b=4+12=16$

20. 포물선 $y = x^2 - x + 1$ 위의 점 중에서 직선 $y = x - 3$ 에의 거리가 최소인 점을 $(a,\ b)$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

직선 $y = x - 3$ 에 평행인 직선 $y = x + k$ 와
포물선 $y = x^2 - x + 1$ 과의 접점이 구하는 점이다.

$x^2 - x + 1 = x + k$ 에서 $\frac{D}{4} = 1 - (1 - k) = 0$

$\therefore\ k = 0$

이때, $x = 1,\ y = 1$ 이므로

구하는 점은 $(1,\ 1)$

$\therefore\ a = 1,\ b = 1$

$\therefore\ a + b = 2$

21. 원점에서 직선 $ax + by + 4 = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 8 ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

원점 $(0,\ 0)$ 에서 직선 $ax + by + 4 = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|a \times 0 + b \times 0 + 4|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{2}$$

$$4 = \sqrt{2}\sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow\ 2(a^2 + b^2) = 16$$

$$\therefore\ a^2 + b^2 = 8$$

22. 두 직선 $x-3y+5=0$, $x+9y-7=0$ 의 교점을 지나고, x 축의 양의 방향과 $30°$ 의 각을 이루는 직선의 방정식이 $x+by+c=0$ 일 때 $b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 식을 연립하여 풀면 두 직선의 교점의 좌표는

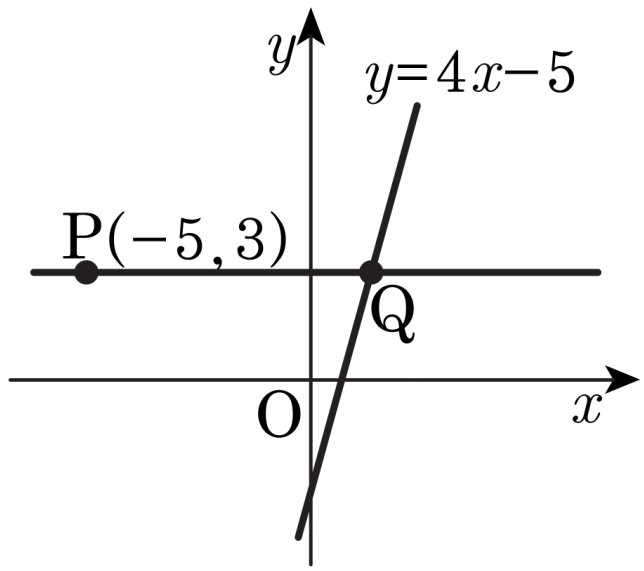
$(-2,\ 1)$ 이고, 기울기는 $\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y-1=\frac{1}{\sqrt{3}}(x+2)$

$\therefore x-\sqrt{3}y+\sqrt{3}+2=0$

$\therefore b=-\sqrt{3},\ c=2+\sqrt{3}$ $\quad\therefore\ b+c=2$

23. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(-5, 3)$을 지나고 x축에 평행한 직선이 일차함수 $y = 4x - 5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 길이는?



① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

해설

점 P 를 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 3$ 이다.
점 Q 의 y좌표가 3 이므로
$y = 4x - 5$에 $y = 3$을 대입하면 $3 = 4x - 5$
$\therefore x = 2$
따라서 점 Q의 좌표는 (2, 3) 이다.
$\therefore \overline{\mathrm{PQ}} = 2 - (-5) = 7$

24. 좌표평면 위에 서로 다른 세 점 $A(-2k-1, 5)$ $B(k, -k-10)$, $C(2k+5, k-1)$가 일직선 위에 있을 때, k의 값의 곱을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

세 점 A, B, C가 일직선 위에 있으므로
직선 AB와 직선 BC의 기울기는 같다.

$$\frac{-k-10-5}{k-(-2k-1)} = \frac{(k-1)-(-k-10)}{2k+5-k}$$

이 식을 정리하면 $k^2+7k+12=0$

$\therefore$ k의 값의 곱은 12이다.

25. x, y에 관한 이차방정식 $2x^2 - 3xy + ay^2 - 2x + 9y + b = 0$이 직교하는 두 직선의 곱을 나타낼 때, ab를 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

준식이 나타내는 두 직선을
$px + qy + r = 0 \cdots$㉠,
$p'x + q'y + r' = 0 \cdots$㉡이라 하자.
㉠과 ㉡은 서로 직교하므로
$pp' + qq' = 0$이다.
(준식)$= (px + qy + r)(p'x + q'y + r') = 0$의
전개식에서 x^2의 계수와 y^2의 계수의 합은
$pp' + qq'$이므로 $a + 2 = pp' + qq' = 0$
$\therefore\ a = -2$
$a = -2$를 준식에 대입하여 정리하면
(준식)
$= 2x^2 - (3y + 2)x + (-2y^2 + 9y + b) = 0 \cdots$㉢
㉢이 두 직선의 곱을 나타내므로
㉢의 판별식 $D_1 = (3y + 2)^2 - 8(-2y^2 + 9y + b)$
$= 25y^2 - 60y + (4 - 8b) \cdots$㉣이 완전제곱식이다.
따라서 ㉣의 판별식 $\frac{D_2}{4}$는 0이다.
$\frac{D_2}{4} = 30^2 - 25(4 - 8b) = 0$
$\therefore\ b = -4$
$\therefore\ ab = (-2) \cdot (-4) = 8$

26. 직선 $2x+y+3=0$은 직선 $ax+by-5=0$과는 평행하고, 직선 $2x+ay+b=0$과는 수직이라 한다. 이 때, $a+b$의 값은?

① -6 ② -8 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$ax+by-5=0 \Rightarrow y=-\frac{a}{b}x+\frac{5}{b}$ ⋯ ㉠

$2x+ay+b=0 \Rightarrow y=-\frac{2}{a}x-\frac{b}{a}$ ⋯ ㉡

㉠ 은 $y=-2x-3$에 평행하므로, $\frac{a}{b}=2$

㉡ 는 $y=-2x-3$에 수직하므로,

$-2\times(-\frac{2}{a})=-1 \Rightarrow a=-4$

$\therefore \quad a=-4 \quad b=-2 \quad \therefore \quad a+b=-6$

27. 직선 $x+ay+1=0$이 직선 $2x+by+1=0$에 수직이고 직선 $x-(b-1)y-1=0$과 평행할 때, a^2+b^2의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

두 직선 $x+ay+1=0$, $2x+by+1=0$이 서로 수직이므로

$1\cdot 2+a\cdot b=0 \quad \therefore\ ab=-2\cdots$ ㉠

두 직선 $x+ay+1=0$, $x-(b-1)y-1=0$이 서로 평행하므로

$\frac{1}{1}=\frac{a}{1-b}\neq\frac{1}{-1} \quad \therefore\ a+b=1\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$\therefore\ 1-2\cdot(-2)=5$

28. $ax-6y-2=0,\ 2x-(2a-5)y-1=0$ 일 때,
두 식을 동시에 만족하는 $(x,\ y)$ 가 하나도 없도록 하는 a 의 값은?(단, $a>0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

두 식을 동시에 만족하는 $(x,\ y)$ 가 하나도 없도록 하기 위해서는 두 직선이 서로 평행해야한다.

직선 $ax-6y-2=0$ 는

$y=\frac{a}{6}x-\frac{1}{3}$ 이므로 기울기가 $\frac{a}{6}$ 이다.

$2x-(2a-5)y-1=0$ 는

$y=\frac{2}{2a-5}x-\frac{1}{2a-5}$ 이므로

기울기가 $\frac{2}{2a-5}$ 이다.

$\frac{a}{6}=\frac{2}{2a-5}$ 이므로

$2a^2-5a-12=0(2a+3)(a-4)=0$

$a=-\frac{3}{2}$ 또는 $a=4$

$\therefore a=4$

29. 두 직선 $3x+4y=24$와 $3x+4y=4$사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점과 나머지 직선 사이의 거리를 구하면 된다.

$3x+4y=24$의 점 $(0,6)$

$$\frac{|0\times 3+6\times 4-4|}{\sqrt{3^2+4^2}}=4$$

30. 두 직선 $x+2y+2=0,\ \ x+2y-8=0$ 사이의 거리를 구하면?

① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ 10

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점에 서 나머지 직선 사이의 거리를 구하면 된다.

$\Rightarrow$ $x+2y+2=0$ 의 점 $(0,-1)$

$$\Rightarrow \frac{|1\times 0+2\times(-1)-8|}{\sqrt{1^2+2^2}}=2\sqrt{5}$$

31. 직선 $3x+4y=0$ 에 평행하고 원점으로부터 거리가3 인 직선 중 1 사분면을 지나는 직선의 y 절편은?

① 15 ② -15 ③ $\frac{15}{4}$ ④ $-\frac{15}{4}$ ⑤ 3

해설

직선을 $3x+4y+a=0$ 라 하면,

$\frac{|a|}{\sqrt{3^2+4^2}}=3$ 에서

$\therefore\ a=\pm 15$

y 에 대해 정리하면 $y=-\frac{3}{4}x\pm\frac{15}{4}$

기울기가 음수인 직선이 1 사분면을 지나기 위해서는 y 절편은 양수이어야 한다.

따라서 이 직선의 y 절편은 $\frac{15}{4}$

32. 원점을 지나고, 점 $(2,\ 1)$에서의 거리가 1인 직선의 방정식은? (단, x축은 제외)

① $y = \frac{2}{3}x$ ② $y = -\frac{2}{3}x$ ③ $y = \frac{1}{3}x$

④ $y = -\frac{4}{3}x$ ⑤ $y = \frac{4}{3}x$

해설

원점을 지나는 직선을
$y = kx(k \neq 0)$이라 하면,
$(2,\ 1)$에서의 거리가 1이므로

$$\frac{|2k-1|}{\sqrt{k^2+1}} = 1,\ |2k-1| = \sqrt{k^2+1},\ k(3k-4) = 0$$

$$k = \frac{4}{3}\ (\because k \neq 0)$$

$$\therefore\ y = \frac{4}{3}x$$

33. 직선 $3x+4y=0$ 에 평행하고, 원점에서의 거리가 2 인 직선의 방정식을 모두 고르면?

① $3x+4y+6=0$ ② $3x+4y+8=0$

③ $3x+4y+10=0$ ④ $3x+4y-8=0$

⑤ $3x+4y-10=0$

해설

$y=-\frac{3}{4}x$ 에 평행하므로 기울기가 $-\frac{3}{4}$ 이다.

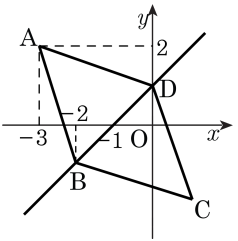
$\Rightarrow \quad y=-\frac{3}{4}x+k \quad \Rightarrow \quad 3x+4y+4k=0$

원점에서 거리가 2 이므로 $\frac{|4k|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2$

$\therefore \ k=\pm\frac{5}{2} \Rightarrow \quad 3x+4y+10=0,$

$3x+4y-10=0$

34. 다음 그림에서 점 B 와 점 D 를 지나는 직선의 x 절편이 -1 이고 A$(-3,\ 2)$ 일 때, 마름모 ABCD 의 넓이를 구하면?



▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

대각선 BD 의 중점은 M$(-1,\ 0)$, 사각형 ABCD 가 마름모이므로
$\overline{AM} \perp \overline{BD}$,
$\overline{AM}$ 의 기울기가 -1 이므로
$\overline{BD}$ 의 기울기는 1,
점 B와 점 D의 y값을 a, b라 하면

$b - a = 2$, $\dfrac{a+b}{2} = 0$ 이므로 $a = -1$, $b = 1$ 이다.

$\therefore$ D$(0,\ 1)$
$\overline{AM} = 2\sqrt{2}$, $\overline{MD} = \sqrt{2}$ 이므로
마름모 ABCD 의 넓이는

$4\left(\dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{2}\right) = 8$

35. 두 점 $A(-5,\ -8)$, $B(3,\ -2)$ 를 잇는 선분의 수직 이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때 $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

구하는 도형 위의 한 점을 $P(x,\ y)$ 라 하면,

$\overline{PA} = \overline{PB} \Rightarrow \sqrt{(x+5)^2 + (y+8)^2}$

$= \sqrt{(x-3)^2 + (y+2)^2}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 10x + 16y + 89$

$= x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 \Rightarrow 4x + 3y + 19 = 0$

(다른 풀이) $\overline{AB}$ 의 중점 $M(-1,\ -5)$ 를 지나고 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선이다.

$$\therefore y + 5 = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3} - 5$$

$$\therefore y + 5 = -\frac{4}{3}x - \frac{19}{3}$$

$$\therefore a - b = -\frac{4}{3} + \frac{19}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

36. 점 $\mathrm{A}(-2,1)$, $\mathrm{B}(4,4)$ 를 이은 선분 AB 를 $2:1$ 로 내분하는 점을 지나 AB 에 수직인 직선의 방정식을 l 이라고 할 때, 점 $(1,0)$ 에서 직선 l 에 이르는 거리는?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

선분 AB 의 내분점의 좌표

$$\mathrm{M}\left(\frac{2\times 4+1\times(-2)}{2+1}, \frac{2\times 4+1\times 1}{2+1}\right) = (2,3)$$

직선 AB 의 기울기는 $\dfrac{4-1}{4-(-2)} = \dfrac{1}{2}$

그러므로 직선 l 은 기울기가 -2 이고

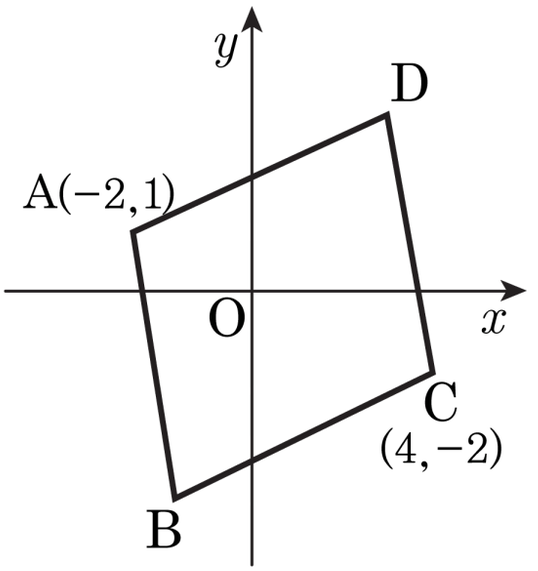
$(2,3)$ 을 지나므로 $l : y-3 = -2(x-2)$

$\therefore \quad 2x+y-7=0$

따라서 $(1,0)$ 으로부터 직선 l 까지의 거리는

$$\frac{|2\cdot 1+0-7|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

37. 좌표평면 위에 마름모 ABCD 가 있다. 두 점 A, C 의 좌표가 각각 $(-2,\ 1)$, $(4,\ -2)$ 일 때, 두 점 B, D 를 지나는 직선의 방정식은?



① $y = x - 2$ ② $y = x - \frac{5}{2}$

③ $y = 2x - \frac{3}{2}$ ④ $y = 2x - 2$

⑤ $y = 2x - \frac{5}{2}$

해설

마름모의 두 대각선은 서로를 수직 이등분하므로 $\overline{BD}$ 는 $\overline{AC}$ 와 수직이고 두 점 A, C 의 중점을 지난다.

$\overline{AC}$ 의 기울기는 $\frac{1-(-2)}{-2-4} = -\frac{1}{2}$,

중점은 $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$

두 점 B, D 를 지나는 직선의 방정식은

$y = 2(x-1) - \frac{1}{2} = 2x - \frac{5}{2}$

38. 두 점 A(−1, 4), B(3, 2) 을 이은 선분 AB 의 수직이등분선 위에 있는 점을 고르면?

① (−2, 5)　② (1, 2)　③ (4, 9)

④ (5, −7)　⑤ (7, −15)

해설

$\overline{AB}$ 의 방정식을 구해보면,

$$y = \frac{2-4}{3-(-1)}(x-3)+2 \quad \therefore\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$

$\therefore$ 수직이등분성의 기울기는 2 이고 $\overline{AB}$ 의 중점 을 지난다.

$$\Rightarrow\ y = 2\left(x - \frac{-1+3}{2}\right) + \frac{4+2}{2} = 2x+1$$

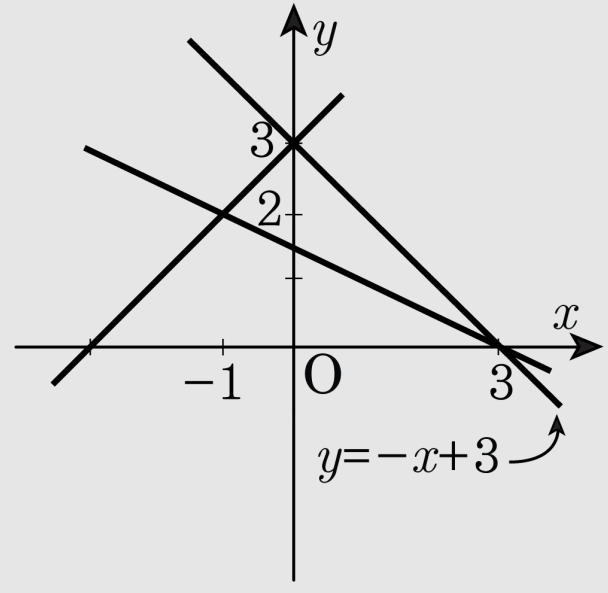
$\Rightarrow$ 점 (4, 9) 를 지난다.

39. 두 직선 $y=-x+3, y=mx+m+2$이 제 1사분면에서 만나도록 하는 m 의 값의 범위가 $\alpha < m < \beta$ 일 때, $2\alpha+\beta$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$m(x+1)-(y-2)=0$ 에서 $y=mx+m+2$ 는
m 의 값에 관계없이 $(-1,\ 2)$ 를 지난다.



$(3,\ 0)$ 을 지날때 $m=-\frac{1}{2}$

$(0,\ 3)$ 을 지날때 $m=1$

$\therefore\ -\frac{1}{2}<m<1$

따라서 $2\alpha+\beta=\ 0$

40. 원점에서 직선 $(a-1)x+(a+3)y-4=0$ 에 이르는 거리를 $f(a)$ 라 할 때, $f(a)$ 의 최댓값은? (단, a 는 상수)

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

$$f(a)=\frac{|-4|}{\sqrt{(a-1)^2+(a+3)^2}}$$

$$=\frac{4}{\sqrt{2a^2+4a+10}}$$

이 때, $f(a)$ 의 값이 최대가 되려면 분모가 최소이어야 한다.

$2a^2+4a+10=2(a^2+2a)+10=2(a+1)^2+8$

즉, 분모의 최솟값은 $\sqrt{8}$ 이므로

$f(a)$ 의 최댓값은 $\therefore \frac{4}{\sqrt{8}}=\sqrt{2}$

41. 좌표평면 위에서 원점과 직선 $x-y-3+k(x+y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, k 는 상수이다.)

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$x-y-3+k(x+y)=0$ 에서

$(k+1)x+(k-1)y-3=0$

원점에서 이 직선까지의 거리

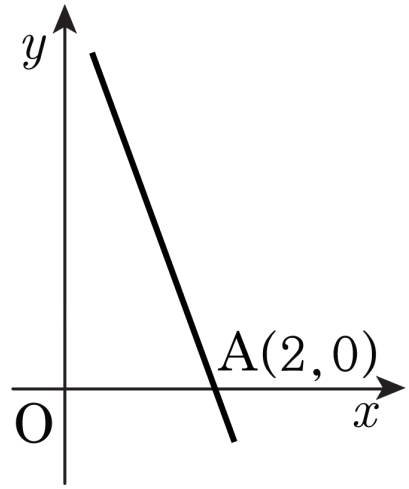
$$f(k)=\frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2+(k-1)^2}}$$

$$=\frac{3}{\sqrt{2(k^2+1)}}$$

따라서 $f(k)$ 는 분모가 최소일 때 최대가 되므로 $f(k)$ 의 최대값은

$k=0$ 일 때 $\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

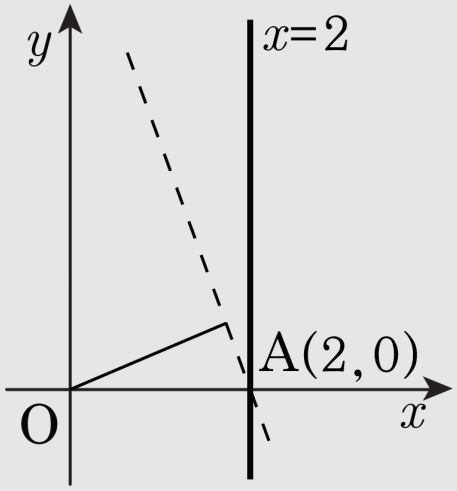
42. 점 $A(2,0)$ 을 지나는 임의의 직선 l 에 대하여 원점 O 와 직선 l 사이의 거리의 최댓값은?



① 2 ② 3 ③ $2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{5}$ ⑤ 4

해설



다음의 그림에서 점 $A(2,0)$ 을 지나고
y 축에 평행한 직선 l , 곧 직선 $x=2$ 에 대하여
원점 O 와 l 사이의 거리가 최대가 되며
이 때 그 거리는 2 이다

43. x축의 양의 방향과 $60°$의 각을 이루고, 점 $(2,\ 3)$을 지나는 직선의 y 절편은?

① $3-2\sqrt{3}$ ② $3+2\sqrt{3}$ ③ $-3-2\sqrt{3}$

④ $-3+3\sqrt{3}$ ⑤ $3-3\sqrt{3}$

해설

x축과 $60°$의 각을 이루므로

기울기는 $\tan 60° = \sqrt{3}$

$\therefore y-3=\sqrt{3}(x-2)$

$\therefore y=\sqrt{3}x-2\sqrt{3}+3$

44. 직선 $(a-2)x-y-b+1=0$ 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45° 이고, 점 $(1,\ 0)$ 을 지날 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y=(a-2)x-b+1$ 에서 기울기는

$a-2=\tan 45^\circ=1$

$\therefore\ a=3$

직선 $y=x-b+1$ 이 점 $(1,\ 0)$ 을 지나므로

$0=1-b+1$

$\therefore\ b=2$

$\therefore\ a+b=5$

45. x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $45°$ 이고, 점 $(-1,\ 2)$ 를 지나는 직선이 점 $(a,\ 7)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

x 축 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $45°$ 인 직선의 기울기는 1 이다.

$(-1,\ 2)$ 를 지나므로, 직선의 방정식은

$y = (x+1) + 2 = x + 3$

$(a, 7)$ 을 대입하면, $7 = a + 3, \quad a = 4$