

1. $x = 1 + 2i$, $y = \frac{1 + 2i}{1 - i}$, $z = \frac{1 - 2i}{1 - i}$ 일 때, $xy + xz$ 의 값을 구하면?

① $-1 + 3i$

② $-1 - 2i$

③ $-1 + 2i$

④ $-1 - i$

⑤ $-1 + i$

해설

$$x = 1 + 2i, y = \frac{1 + 2i}{1 - i}, z = \frac{1 - 2i}{1 - i}$$

$$\begin{aligned}\therefore xy + xz &= \frac{(1 + 2i)^2}{1 - i} + \frac{(1 - 2i)(1 + 2i)}{1 - i} \\ &= \frac{-3 + 4i + 5}{1 - i} \\ &= \frac{2 + 4i}{1 - i} \\ &= -1 + 3i\end{aligned}$$

2. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - 2mx + (m+2) = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값과 그 때의 중근을 α 라 할 때, $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

주어진 방정식이 이차방정식이므로 $m \neq 1$ 이고, x 의 계수가 $2m$ 이므로

$$\frac{D}{4} = m^2 - (m-1)(m+2) = 0$$

정리하면, $-m + 2 = 0 \quad \therefore m = 2$

$m = 2$ 를 준식에 대입하면

$$x^2 - 4x + 4 = 0, (x-2)^2 = 0$$

$\therefore x = 2$ (중근 α)

$$\therefore m + \alpha = 2 + 2 = 4$$

3. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = -2(x + 3)^2 + 4$$

따라서 $x = -3$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

4. 함수 $y = -x^2 - 2x + 5$ ($-2 \leq x \leq 2$) 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$y = -x^2 - 2x + 5 = -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 5 = -(x + 1)^2 + 6$$

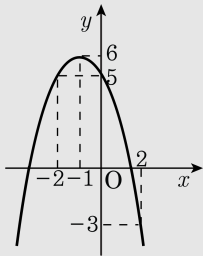
점 $(-1, 6)$ 을 꼭지점으로 하고 위로 볼록한 포물선으로 다음 그림과 같다.

$$f(-2) = 5, f(2) = -3$$

따라서 최댓값은 $x = -1$ 일 때 $f(-1) = 6$ 이며

최솟값은 $x = 2$ 일 때 $f(2) = -3$ 이다.

$$\therefore M + m = 6 - 3 = 3$$



5. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \dots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

6. 0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 성립할 때, $|a| + |b| - |a - b|$ 를 간단히 하면?

① $2a$

② $-2b$

③ 0

④ $-2a$

⑤ $2b$

해설

$$a \geq 0, b < 0$$

$$|a| + |b| - |a - b| = a - b - (a - b) = 0$$

7. x, y, z 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$
 $= -(x^2 - 4x) - y^2 - z^2 + 5$
 $= -(x - 2)^2 - y^2 - z^2 + 9$
 x, y, z 는 실수이므로
 $(x - 2)^2 \geq 0, y^2 \geq 0, z^2 \geq 0$
따라서 $4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$ 는
 $x - 2 = 0, y = 0, z = 0$ 일 때,
최댓값 9를 갖는다.

8. 지면으로부터 60m 되는 높이에서 초속 60m 로 곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 대략 $y = -5x^2 + 60x + 60$ 인 관계가 성립한다. 그 물체의 높이가 최대가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가? 또한, 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▷ 정답: 6초

▷ 정답: 240m

해설

$$y = -5x^2 + 60x + 60 = -5(x - 6)^2 + 240$$

따라서 $x = 6$ 일 때, 최댓값 240을 갖는다.

9. 다음 방정식 중에서 실근의 개수가 가장 많은 것은?

① $x^3 - x^2 - x - 2 = 0$

② $x^4 + x^2 - 2 = 0$

③ $x^3 - x^2 - 14x + 24 = 0$

④ $x^4 - 16 = 0$

⑤ $5x^2 - 4x + 1 = 0$

해설

조립제법과 인수분해를 통하여 근을 구한다

① $(x - 2)(x^2 + x + 1) = 0 \Rightarrow$ 실근 1개, 허근 2개

② $(x^2 - 1)(x^2 + 2) = 0 \Rightarrow$ 실근 2개, 허근 2개

③ $(x - 3)(x + 4)(x - 2) = 0 \Rightarrow$ 실근 3개

④ $(x^2 + 4)(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow$ 실근 2개, 허근 2개

⑤ $x = \frac{2 \pm i}{5} \Rightarrow$ 허근 2개

10. 삼차방정식 $x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\alpha + \beta + \gamma = 3, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2, \alpha\beta\gamma = -1$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) = 3^2 - 2 \cdot (2) = 9 - 4 = 5$$

11. a, b 가 실수일 때, 방정식 $x^3 + ax^2 - 4x + b = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 이면 $a + b$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

계수가 실수이므로 $1 + i$ 가 근이면 $1 - i$ 도 근이다. 나머지 한 근을 α 라 하면

$$(1 + i) + (1 - i) + \alpha = -a$$

$$\therefore 2 + \alpha = -a \cdots \textcircled{1}$$

$$(1 + i)(1 - i) + (1 - i)\alpha + (1 + i)\alpha = -4$$

$$\therefore 2 + 2\alpha = -4 \cdots \textcircled{2}$$

$$(1 + i)(1 - i)\alpha = -b$$

$$\therefore 2\alpha = -b \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{에서 } \alpha = -3, a = 1, b = 6$$

$$\therefore a + b = 7$$

12. $x^2 + x + 1 = 0$ 일 때, $x^{100} + x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^{100}}$ 의 값은?

① 1

② -2

③ 0

④ -1

⑤ 2

해설

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\therefore x^3 = 1$$

$$(\text{준식}) = x \cdot x^{99} + x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x \cdot x^{99}}$$

$$= x + x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$$

$$= -1 + \frac{x+1}{x^2} (\because x^2 + x = -1)$$

$$= -1 + \frac{-x^2}{x^2} (\because x + 1 = -x^2)$$

$$= -2$$

13. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x + y = u$, $xy = v$ 로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 25 \\ v = 12 \end{cases}$$

$$\therefore u = \pm 7, v = 12$$

따라서, 주어진 연립방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} x + y = 7 & \cdots \textcircled{\text{E}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x + y = -7 & \cdots \textcircled{\text{E}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases}$$

(i) $\textcircled{\text{E}}$, $\textcircled{\text{L}}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 - 7t + 12 = 0$ 의 두 근이
므로 $x = 3, y = 4$ 또는 $x = 4, y = 3$

(ii) $\textcircled{\text{E}}$, $\textcircled{\text{L}}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 + 7t + 12 = 0$ 의 두 근이
므로 $x = -3, y = -4$ 또는 $x = -4, y = -3$

(i), (ii)로부터 구하는 모든 해의 합은 0

14. 방정식 $2x + 5y = 84$ 를 만족하는 양의 정수 x, y 의 해 중에서 x 의 최댓값을 구하면?

① 36

② 37

③ 38

④ 39

⑤ 40

해설

준식을 y 에 대하여 정리하면

$$y = \frac{84 - 2x}{5} = \frac{2(42 - x)}{5} \dots\dots \textcircled{7}$$

⑦에서 y 가 양의 정수이므로 $42 - x$ 가 5의 배수이다.

따라서, $x = 2, 7, \dots, 37$

$\therefore x$ 의 최댓값은 37

15. $z^2 = \sqrt{5} + i$ 를 만족하는 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z}$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} z &= x + yi \quad (x, y \text{ 는 실수}) \text{로 놓으면 } (x + yi)^2 = \sqrt{5} + i \\ x^2 - y^2 + 2xyi &= \sqrt{5} + i \text{ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여} \\ x^2 - y^2 &= \sqrt{5}, \quad 2xy = 1 \\ z\bar{z} &= (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2 \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2 = (\sqrt{5})^2 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6$$

$$x^2 + y^2 > 0 \text{ 이므로 } x^2 + y^2 = \sqrt{6}$$

$$\therefore z\bar{z} = \sqrt{6}$$

해설

$$\begin{aligned} z^2 &= \sqrt{5} + i, \quad \bar{z}^2 = \sqrt{5} - i \\ z^2\bar{z}^2 &= (\sqrt{5} + i)(\sqrt{5} - i) = 6 \\ z\bar{z} &= \pm\sqrt{6} \\ z\bar{z} &\geq 0 \text{ 이므로 } z\bar{z} = \sqrt{6} \end{aligned}$$

16. $\frac{\bar{z}+1}{z} + \frac{z-1}{\bar{z}} = i$ 를 만족하는 복소수 z 에 대하여 z^2 의 값을 구하면?

① ± 1

② $\pm 2i$

③ ± 2

④ $\pm i$

⑤ 0

해설

$$\begin{cases} z = a + bi \\ z = a - bi \end{cases}$$

$$\frac{\bar{z}+1}{z} + \frac{z-1}{\bar{z}} = i$$

$$\frac{\bar{z}^2 + \bar{z} + z^2 - z}{z\bar{z}} = i$$

$$\frac{a^2 - 2abi - b^2 + a - bi + a^2 + 2abi - b^2 - a - bi}{a^2 + b^2}$$

$$= i$$

$$\frac{2(a^2 - b^2)}{a^2 + b^2} + \frac{-2b}{a^2 + b^2}i = i$$

$$a^2 = b^2, \frac{-2b}{a^2 + b^2} = +1$$

$$\therefore a = \pm 1, b = -1$$

$$z = \pm 1 - i, z^2 = \pm 2i$$

17. $w = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i}$ 일 때, $(w + 2w^2)^2 + (2w + w^2)^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$w = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore w^2 + w + 1 = 0, \quad w^3 = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore (w + 2w^2)^2 + (2w + w^2)^2 &= (w - 2w - 2)^2 + (2w - w - 1)^2 \\ &= (-w - 2)^2 + (w - 1)^2 \\ &= w^2 + 4w + 4 + w^2 - 2w + 1 \\ &= 2w^2 + 2w + 5 \\ &= 2(w^2 + w + 1) + 3 \\ &= 3 \end{aligned}$$

18. 이차방정식 $2x^2 + x - 5 = 0$ 을 만족하는 양수 x 에 대하여 $(4x - \sqrt{41})^2 + (2x - 1)(x + 1)$ 의 값은?

① 4

② 2

③ -1

④ 5

⑤ -5

해설

근의 공식을 이용하여 x 를 구하면

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = \frac{-1 + \sqrt{41}}{4}$$

$$4x - \sqrt{41} = -1, 2x^2 + x = 5$$

$$(\text{준식}) = (-1)^2 + (2x^2 + x - 1) = 1 + (5 - 1) = 5$$

19. 이차방정식 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 이차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(\alpha) = 3, f(\beta) = 3, f(1) = -2$ 를 만족한다. 이차방정식 $f(x) = 0$ 를 구하면?

① $x^2 - 2x - 4 = 0$

② $x^2 - 4x - 1 = 0$

③ $x^2 - x - 4 = 0$

④ $x^2 - x + 4 = 0$

⑤ $x^2 - 2x - 1 = 0$

해설

$x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 이고

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

$ax^2 + bx + c = 3$ 에서 $ax^2 + bx + c - 3 = 0$

$$\therefore -\frac{b}{a} = \alpha + \beta = 2$$

$$\text{또, } \frac{c-3}{a} = \alpha\beta = -4$$

$f(1) = a + b + c = -2$ 이므로

$a = -b - c - 2, b = -2a$ 에서

$$b = -2(-b - c - 2) = 2b + 2c + 4$$

$$\therefore b + 2c + 4 = 0$$

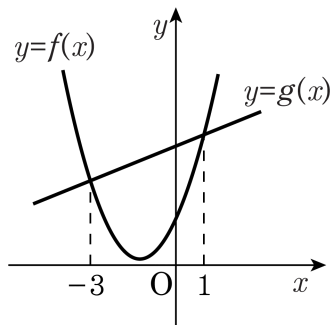
$c - 3 = -4a$ 에서

$$c = -4(-b - c - 2) + 3 = 4b + 4c + 11$$

연립하여 풀면 $c = -1, b = -2, a = 1$

$$\therefore f(x) = x^2 - 2x - 1$$

20. 아래 그림과 같이 두 함수 $f(x) = 2x^2 + ax + 4$, $g(x) = cx + d$ 의 그래프가 $x = 1$ 과 $x = -3$ 에서 만난다. 이 때, 함수 $y = f(x) - g(x)$ 의 최솟값은?



① -8

② -6

③ -4

④ 2

⑤ 4

해설

두 함수를 연립하면,

$$2x^2 + ax + 4 = cx + d$$

$$\Rightarrow 2x^2 + (a - c)x + 4 - d = 0 \cdots \textcircled{7}$$

근이 -3, 1 이므로

$$2(x + 3)(x - 1) = 0 \text{ 과 일치한다.}$$

$$\textcircled{7} \text{ 과 비교하면 } a - c = 4, d = 10$$

$$\therefore f(x) - g(x) = 2x^2 + (a - c)x + 4 - d$$

$$= 2x^2 + 4x - 6$$

$$= 2(x + 1)^2 - 8$$

$\therefore$ 최솟값 : -8

21. 이차방정식 $x^2 + x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 한다. $S_n = \alpha^n + \beta^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)이라 할 때, $S_{n+2} + S_{n+1} + 2S_n =$ (가), $S_4 + S_3 + S_2 =$ (나)이다. 이 때, (가), (나)에 알맞은 수를 차례로 쓰면?

① 0, 1

② 0, 2

③ 0, 3

④ 1, 1

⑤ 1, 2

해설

$$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = 2$$

$$S_{n+2} + S_{n+1} + 2S_n$$

$$= (\alpha^{n+2} + \beta^{n+2}) + (\alpha^{n+1} + \beta^{n+1}) + 2(\alpha^n + \beta^n)$$

$$= \alpha^n(\alpha^2 + \alpha + 2) + \beta^n(\beta^2 + \beta + 2) = 0$$

$$(\because \alpha^2 + \alpha + 2 = 0, \beta^2 + \beta + 2 = 0)$$

$$n = 2 \text{를 대입하면 } S_4 + S_3 + 2S_2 = 0$$

$$\therefore S_4 + S_3 + S_2 = -S_2$$

$$= -(\alpha^2 + \beta^2)$$

$$= -\{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta\}$$

$$= -(1 - 4) = 3$$

22. 서로 다른 두 실수 a, b 에 대하여 두 방정식 $x^2 + 2ax + b = 0$ 과 $x^2 + 2bx + a = 0$ 의 두 근의 차가 서로 같을 때, a, b 의 관계식은?

① $a + b = 0$

② $a - b - 1 = 0$

③ $a - b + 1 = 0$

④ $a + b - 1 = 0$

⑤ $a + b + 1 = 0$

해설

$x^2 + 2ax + b = 0$ 의 해를 α, β

$x^2 + 2bx + a = 0$ 의 해를 γ, δ 라 하면

$|\alpha - \beta| = |\gamma - \delta|$ 에서

$$(\alpha - \beta)^2 = (\gamma - \delta)^2,$$

$$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (\gamma + \delta)^2 - 4\gamma\delta$$

$$(-2a)^2 - 4b = (-2b)^2 - 4a$$

$$\therefore (a - b)(a + b + 1) = 0$$

$a \neq b$ 이므로 $a + b + 1 = 0$

23. $f(x) = |2x - 3| - 2$, $g(x) = x^2 - 3$ 일 때, $0 \leq x \leq 2$ 에서 $(g \circ f)(x)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f(x) = t$ 로 놓으면,

$$-2 \leq t \leq 1$$

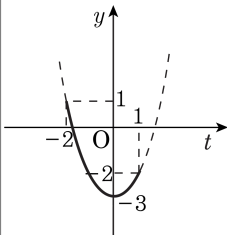
$$(g \circ f)(x) = g(t) = t^2 - 3$$

따라서 최댓값은 1,

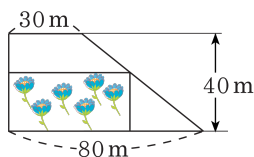
최솟값은 -3

$$\therefore M = 1, m = -3$$

$$\therefore M + m = -2$$



24. 아래 그림과 같은 사다리꼴 모양의 토지 안에 직사각형 모양의 꽃밭을 가능한 한 넓게 만들려고 한다. 이 꽃밭의 넓이의 최댓값은? (단, 넓이의 단위는 m^2)



① 1240 m^2

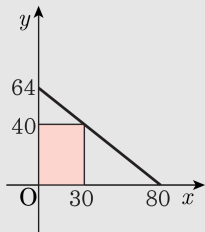
② 1260 m^2

③ 1280 m^2

④ 1300 m^2

⑤ 1320 m^2

해설



$80 : 30 = 40 + k : k$ 이므로 $k = 24$

따라서 y 절편은 64 가 된다.

빗변의 그래프는 $y = -\frac{4}{5}x + 64$ 이므로

사각형의 넓이는

$$\begin{aligned} x \left(-\frac{4}{5}x + 64 \right) &= -\frac{4}{5}x^2 + 64x \\ &= -\frac{4}{5}(x - 40)^2 + 1280 \end{aligned}$$

즉, 밑변의 길이가 40 m 일때 직사각형 넓이의 최댓값 1280 m^2 이 된다.

25. 철수는 모든 모서리의 길이의 총합이 40 cm, 겉넓이는 62 cm^2 , 부피가 30 cm^3 인 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 이 때, 이 상자의 가장 긴 모서리의 길이는 얼마로 해야 하겠는가?

① 3 cm

② 3.5 cm

③ 4 cm

④ 4.5 cm

⑤ 5 cm

해설

각 모서리의 길이를 x, y, z 라고 하면
문제의 뜻에서

$$(i) 4(x + y + z) = 40$$

$$\therefore x + y + z = 10$$

$$(ii) 2(xy + yz + zx) = 62$$

$$\therefore xy + yz + zx = 31$$

$$(iii) xyz = 30$$

따라서, x, y, z 는 삼차방정식

$$t^3 - 10t^2 + 31t - 30 = 0 \text{ 의 세 근이다.}$$

$$(t - 2)(t - 3)(t - 5) = 0$$

$$\therefore t = 2, 3, 5$$

이 중 가장 긴 모서리의 길이는 5 (cm) 이다.