1. $x^4 \times y^a \times x^b \times y^5 = x^{10}y^8$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^{4+b} \times y^{a+5} \\ &= x^{10}y^8\end{aligned}$$

$4+b=10,\ b=6$

$a+5=8\ ,\ a=3$

$\therefore\ a+b=9$

2. $\dfrac{2x+y}{4}+\dfrac{x+3y}{9}=ax+by$일 때, 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① $\dfrac{41}{36}$ ② $\dfrac{7}{6}$ ③ $\dfrac{43}{36}$ ④ $\dfrac{11}{9}$ ⑤ $\dfrac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2x+y}{4}+\frac{x+3y}{9}&=\frac{9(2x+y)}{36}+\frac{4(x+3y)}{36}\\&=\frac{18x+9y}{36}+\frac{4x+12y}{36}\\&=\frac{18x+9y+4x+12y}{36}\\&=\frac{22x+21y}{36}\\&=\frac{22}{36}x+\frac{21}{36}y\end{aligned}$$

$\therefore a+b=\dfrac{22}{36}+\dfrac{21}{36}=\dfrac{43}{36}$

3. A가 $\frac{11}{30}, \frac{12}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}, \frac{15}{30}$이고, B는 무한소수일 때, A와 B의 공통적인 수의 갯수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분모가 $30 = 2 \times 3 \times 5$이므로, 분자에서 3의 배수를 찾으면 된다.

따라서, 유한소수는 $\frac{12}{30}, \frac{15}{30}$이고, 무한소수는 $\frac{11}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}$으로 3개다.

4. 다음 분수 $\frac{217}{990}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디는?

① 219 ② 19 ③ 217 ④ 17 ⑤ 15

해설

$217 \div 990 = 0.21919...$, 순환마디 19

5. 다음 순환소수 중 0.8 과 같은 것은?

① $0.7\dot{9}$ ② $0.\dot{8}$ ③ $0.8\dot{9}$ ④ $0.\dot{7}\dot{9}$ ⑤ $0.\dot{8}\dot{0}$

해설

① $0.7\dot{9} = \dfrac{79-7}{90} = \dfrac{72}{90} = \dfrac{4}{5} = 0.8$

6. 다음 중 순환소수 $x = 0.3\dot{1}\dot{5}$ 를 분수로 고치는 가장 편리한 식은?

① $10x - x$ ② $100x - 10x$ ③ $100x - x$

④ $1000x - x$ ⑤ $1000x - 10x$

해설

$x = 0.3\dot{1}\dot{5}$

$10x = 3.1515\cdots \rightarrow$ ㉠

$1000x = 315.1515\cdots \rightarrow$ ㉡

㉡ − ㉠을 하면

$(1000x - 10x) = 312$

$x = \dfrac{312}{990}$

7. 부등식 $0.\dot{9} < x < \frac{38}{15}$ 을 만족하는 자연수 x의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$0.\dot{9} = \frac{9}{9} = 1$, $\frac{38}{15} = 2.5333\cdots$ 이므로
x는 2이다.

8. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.

② 무한소수는 순환소수이다.

③ 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있는 기약분수는 모두 무한소수로 나타낼 수 있다.

④ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.

⑤ 유한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

해설

① $0.\dot{1}+0.\dot{8}=\frac{1}{9}+\frac{8}{9}=1$ 인 경우가 있으므로 거짓.

② 무한소수에는 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.

⑤ 모든 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.

9. $(x^3y^az)^b = x^{12}y^{16}z^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$x^{3b}y^{ab}z^b = x^{12}y^{16}z^c$

i) $3b = 12,\ b = 4$

ii) $ab = 16,\ 4a = 16,\ a = 4$

iii) $b = c,\ c = 4$

따라서 $a+b+c = 12$ 이다.

10. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\left(\frac{yz}{x}\right)^2 = \frac{y^2z^2}{x^2}$
② $\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^2}{27}$
③ $\left(\frac{x}{2y^2}\right)^3 = \frac{x^3}{8y^6}$
④ $\left(\frac{3}{x}\right)^4 = \frac{81}{x^4}$
⑤ $\left(-\frac{xy}{2}\right)^4 = \frac{x^4y^4}{16}$

해설

$\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^6}{27}$ 이므로 옳지 않은 것은②이다.

11. $3^x \div 3^2 = 81,\ 3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^y$ 일 때, $x - y$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$3^x \div 3^2 = 3^{x-2} = 3^4$

$x - 2 = 4$

$\therefore\ x = 6$

$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \cdot 3^5 = 3^6 = 3^y$

$\therefore\ y = 6$

$x = 6,\ y = 6,\ x - y = 0$

12. 다음 중 가장 큰 수는?

① $2^{10} \times 5^9 \times 7$　② $2^{12} \times 3 \times 5^{11}$　③ $2^{10} \times 5^{11}$

④ $2^{10} \times 5^9$　⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13$

해설

① $2^{10} \times 5^9 \times 7 = 14 \times 10^9$ 이므로 11 자리의 수

② $2^{12} \times 3 \times 5^{11} = 6 \times 10^{11}$ 이므로 12 자리의 수

③ $2^{10} \times 5^{11} = 5 \times 10^{10}$ 이므로 11 자리의 수

④ $2^{10} \times 5^9 = 2 \times 10^9$ 이므로 10 자리의 수

⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13 = 26 \times 10^8$ 이므로 10 자리의 수

13. $\frac{7}{3}x^4 \div \left(\frac{7}{12}x^3y\right) \div \left(-\frac{1}{4}xy^2\right)$ 을 간단히 하면?

① $-16x^8y^3$ ② $-\frac{16x^6}{y}$ ③ $-\frac{16}{y^3}$

④ $-\frac{1}{16y^3}$ ⑤ $-\frac{16x^8}{y^3}$

해설

$\frac{7x^4}{3} \times \frac{12}{7x^3y} \times \left(-\frac{4}{xy^2}\right) = -\frac{16}{y^3}$

14. $(2x^2y)^3 \times (-x^2y^3) \div \{(-x)^3y\}^2$ 을 간단히 하면?

① $-8x^2y^4$ ② $2x^2y^3$ ③ $8x^2y^4$

④ $-2x^2y^3$ ⑤ $4x^4y^2$

해설

$2^3x^6y^3 \times (-x^2y^3) \div x^6y^2$

$= -8x^8y^6 \div x^6y^2 = -8x^2y^4$

15. 다음 $\square$ 안에 알맞은 식을 구하여라.

$$\left(-\frac{14a}{7b^2}\right)^2 \div (\square)^2 \times \frac{b^6}{a^4} = \frac{1}{a^2}$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $2b$

▷ 정답: $-2b$

해설

$\left(-\frac{14a}{7b^2}\right)^2 \div (\square)^2 \times \frac{b^6}{a^4} = \frac{1}{a^2}$

$\frac{4a^2}{b^4} \times (\frac{1}{\square})^2 \times \frac{b^6}{a^4} = \frac{1}{a^2}$

$\left(\frac{1}{\square}\right)^2 \times \left(\frac{4a^2}{b^4}\right) \times \frac{b^6}{a^4} = \frac{1}{a^2}$

$\left(\frac{1}{\square}\right)^2 \times \frac{4b^2}{a^2} = \frac{1}{a^2}$

$\left(\frac{1}{\square}\right)^2 = \frac{1}{4b^2}, \left(\frac{1}{\square}\right)^2 = \left(\frac{1}{2b}\right)^2$

$\therefore \square = \pm 2b$

16. $(5x-y+1)-(\quad)=2x+y-3$ 에서 ( ) 안에 알맞은 식은?

① $3x-2y+4$ ② $-3x+2y+4$ ③ $-3x-2y-4$

④ $3x+y-4$ ⑤ $3x-y$

해설

$(5x-y+1)-(2x+y-3)=(\quad)$ 이므로

$(\quad)=5x-y+1-2x-y+3$

$=3x-2y+4$

17. 식 $(5x^2-3x+4)+(2x^2+x-1)$ 을 간단히 하면?

① $2x^2-5x+6$ ② $5x^2-2x+5$ ③ $5x^2-4x+2$

④ $7x^2-2x+3$ ⑤ $7x^2-3x+6$

해설

$(5x^2-3x+4)+(2x^2+x-1)$

$=5x^2-3x+4+2x^2+x-1$

$=7x^2-2x+3$

18. 식 $(a^2-2a+4)-(-3a^2-5a+1)$ 을 간단히 하였을 때, a 의 계수와 상수항의 곱은?

① 21　② 15　③ 9　④ −15　⑤ −21

해설

$a^2-2a+4+3a^2+5a-1$

$=4a^2+3a+3$

a 의 계수는 3, 상수항은 3

$\therefore\ 3\times 3=9$

19. 어떤 다항식 A 에서 $-x^2-2x+4$ 를 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였더니 $4x^2+x-3$ 이 되었다. 이 때, 어떤 다항식 A 는?

① $2x^2+x-1$ ② $3x^2-x+1$ ③ $4x^2+x-3$
④ $5x^2+3x-7$ ⑤ $6x^2+5x-11$

해설

$$\begin{aligned} A &= (4x^2+x-3)-(-x^2-2x+4) \\ &= 4x^2+x-3+x^2+2x-4 \\ &= 5x^2+3x-7 \end{aligned}$$

20. $(4a^2b-8ab+2b)\div(-2b)+(a^2x-ax)\div\frac{1}{3}x$ 를 간단히 하면?

① a^2+a-1 ② a^2-a+1 ③ a^2-a-1

④ a^2+a-3 ⑤ a^2+a+1

해설

$$(4a^2b-8ab+2b)\div(-2b)+(a^2x-ax)\div\frac{1}{3}x$$
$$=(4a^2b-8ab+2b)\times\left(-\frac{1}{2b}\right)+(a^2x-ax)\times\frac{3}{x}$$
$$=\frac{4a^2\cancel{b}}{-2\cancel{b}}+\frac{-8a\cancel{b}}{-2\cancel{b}}+\frac{2\cancel{b}}{-2\cancel{b}}+a^2\cancel{x}\times\frac{3}{\cancel{x}}-a\cancel{x}\times\frac{3}{\cancel{x}}$$
$$=-2a^2+4a-1+3a^2-3a$$
$$=(-2+3)a^2+(4-3)a-1$$
$$=a^2+a-1$$

21. 두 식 a , b 에 대하여 $\#$, $*$ 을 $a\#b = a + b - ab$, $a * b = a(a + b)$ 로 정의하자. $a = -x$, $b = x - 4y$ 일 때, $(a\#b) + (a * b)$ 를 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - y$ ② $x^2 - 4$ ③ $2x^2 - y$

④ $2x^2 - 2y$ ⑤ $x^2 - 4y$

해설

$(-x)\#(x - 4y)$
$= -x + x - 4y + x(x - 4y) = x^2 - 4xy - 4y \quad \cdots$㉠
$(-x) * (x - 4y) = -x(-x + x - 4y) = 4xy \quad \cdots$㉡
㉠ + ㉡하면 $x^2 - 4y$이다.

22. $2a+b=a-b$일 때, $\dfrac{a-3b}{a-b}$의 값은?

① $\dfrac{2}{3}$ ② $-\dfrac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\dfrac{4}{3}$ ⑤ $\dfrac{5}{3}$

해설

$2a+b=a-b$ 에서 $a=-2b$ 이므로 주어진 식에 대입하면

$$\frac{a-3b}{a-b}=\frac{-2b-3b}{-2b-b}=\frac{-5b}{-3b}=\frac{5}{3}$$

23. $\frac{2}{125}$ 를 유한소수로 나타내기 위하여 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a , n 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\frac{2}{125}=\frac{2}{5^3}$ 의 분자, 분모에 2^3 을 곱하면 $\frac{2^4}{2^3\times 5^3}=\frac{16}{10^3}$

$\therefore a=16$, $n=3$

$\therefore a+n=16+3=19$

24. 유리수 $\frac{a}{70}$ 를 정수가 아닌 유한소수가 되도록 하는 자연수 a 의 갯수를 A 라 하고, $\frac{18}{3\times5\times b}$ 을 무한소수가 되도록 하는 자연수 b 의 개수를 B 라 할 때, $A-B$ 의 값을 구하여라. (단, $1 \le a \le 100$, $1 \le b \le 10$)

▶ 답:

▷ 정답: $A-B=11$

해설

$\frac{a}{70}=\frac{a}{2\times5\times7}$ 가 유한소수이기 위해서는

a 는 70을 제외한 7의 배수이므로 $A=13$

$\frac{18}{3\times5\times b}=\frac{2\times3}{5\times b}$ 가 무한소수이므로 $b=7,\ 9$ 이다. $B=2$

$\therefore A-B=11$

25. 분수 $\frac{a}{150}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{b}$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값은? (단,$10 < a < 20$)

① 34 ② 43 ③ 48 ④ 55 ⑤ 59

해설

$\frac{a}{150} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5^2} = \frac{3}{b}$

a 는 3^2 을 가져야 하고, $10 < a < 20$ 이어야 하므로

$a = 3^2 \times 2 = 18$, $b = 25$

$\therefore a + b = 18 + 25 = 43$

26. 분수 $\frac{6}{7}$을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 20번째 자리의 수를 a, 99번째 자리의 수를 b라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}57142\dot{}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개

$20 = 6 \times 3 + 2$ 이므로 $a = 5$
$99 = 6 \times 16 + 3$ 이므로 $b = 7$
$\therefore a + b = 12$

27. 순환소수 $0.\dot{3}$ 와 $0.0\dot{2}$ 의 합을 $0.a\dot{b}$ 라고 할 때, $0.\dot{b}-0.0\dot{a}$ 를 순환소수로 나타낸 것은?

① $0.4\dot{8}$ ② $0.5\dot{2}$ ③ $0.5\dot{6}$ ④ $0.6\dot{0}$ ⑤ $0.6\dot{4}$

해설

$0.\dot{3}+0.0\dot{2}=\frac{3}{9}+\frac{2}{90}=0.3\dot{5}$ $\therefore\ a=3,\ b=5$

$0.\dot{b}-0.0\dot{a}=0.\dot{5}-0.0\dot{3}=\frac{5}{9}-\frac{3}{90}=\frac{47}{90}=0.5\dot{2}$

28. 순환소수 $1.\dot{4}$ 를 a 라 하고 $0.2\dot{8}$ 의 역수를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$1.\dot{4} = \frac{13}{9} = a$, $0.2\dot{8} = \frac{26}{90}$, $b = \frac{90}{26}$

$\therefore\ ab = \frac{13}{9} \times \frac{90}{26} = 5$

29. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 세정이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{5}$ 가 되었고, 유정이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.5\dot{2}$가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{47}{9}$

해설

세정 : $0.\dot{5} = \frac{5}{9}$,

유정 : $0.5\dot{2} = \frac{52-5}{90} = \frac{47}{90}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{유정이가 본 분자})}{(\text{세정이가 본 분모})} = \frac{47}{9} = A$ 이다.

30. n이 자연수일 때, $(-1)^{2n+1} \times (-1)^{2n} \times (-1)^{2n-1}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$2n+1$, $2n-1$은 홀수, $2n$은 짝수 이다.

$\therefore$ (준식) $= (-1)^{2n+1+2n+2n-1}$

$= (-1)^{6n} = 1 (\because n$은 자연수)

31. $7^{2x-1}+(7^2)^x+7^{2x-1}=63$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$7^{2x-1}+(7^2)^x+7^{2x-1}=63$ 에서

$7^{2x-1}+7^{2x}+7^{2x-1}=63$

$7^{2x}\times\frac{1}{7}+7^{2x}+7^{2x}\times\frac{1}{7}=63$

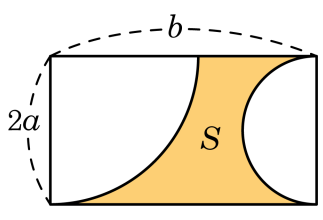
$7^{2x}(\frac{1}{7}+1+\frac{1}{7})=63$

$\frac{9}{7}\times 7^{2x}=63$

$7^{2x}=63\times\frac{7}{9}=7^2$

$\therefore\ x=1$

32. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 S 라 할 때, S 의 값은? (단, S 가 아닌 부분은 각각 사분원과 반원이다.)



① $2ab - \frac{1}{2}a\pi$ ② $2ab - a^2\pi$ ③ $2ab - \frac{3}{2}a^2\pi$
④ $2ab - 2a^2\pi$ ⑤ $2ab - \frac{5}{2}a^2\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= 2ab - \frac{1}{4} \times \pi \times (2a)^2 - \frac{1}{2} \times \pi \times a^2 \\ &= 2ab - a^2\pi - \frac{1}{2}a^2\pi \\ &= 2ab - \frac{3}{2}a^2\pi \end{aligned}$$

33. $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=3$ 일 때, $\dfrac{a+3ab+b}{a-ab+b}$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

해설

$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=3,\ \dfrac{a+b}{ab}=3$

$\therefore\ 3ab=a+b$

$\dfrac{a+3ab+b}{a-ab+b}=\dfrac{3ab+3ab}{3ab-ab}$

$=\dfrac{6ab}{2ab}$

$=3$

34. $8^{2a+1} \div 2^{a+1} = 16^a$ 을 만족하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$(2^3)^{2a+1} \times \dfrac{1}{2^{a+1}} = 2^{4a}$

$6a + 3 - a - 1 = 4a$

$\therefore\ a = -2$

35. A 가 양의 정수일 때, 한 변의 길이가 A 인 정육면체의 높이를 1만큼 짧게 했더니 부피가 648 이 되었다. 이 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$648 = 2^3 \times 3^4$ 이고,
높이 A 를 1 만큼 짧게하면 높이는 $A - 1$
따라서 부피는 $A^2 \times (A - 1)$ 이다.

$$\begin{aligned} A^2 \times (A - 1) &= 2^3 \times 3^4 \\ &= (3^2)^2 \times 2^3 \\ &= 9^2 \times (9 - 1) \end{aligned}$$

$\therefore A = 9$