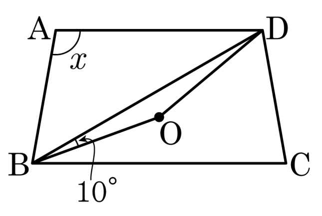
1. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABD$ 와 $\triangle BDC$ 의 외심이다. $\angle OBD = 10°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

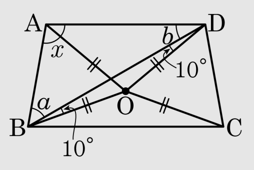
▷ 정답 : 100°

해설

점 O 는 $\triangle BDC$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OD}$

$\triangle ODB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBD = 10°$

$\therefore\ \angle DOB = 180° - 20° = 160°$



점 O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OD}$ 이고 $\angle ABD = a$, $\angle ADB = b$ 라 하면

$\triangle ABO$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OAB = a + 10°$

$\triangle ADO$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAD = b + 10°$

따라서 사각형 OBAD 의 합은 360° 이므로

$\angle OBA + \angle BAD + \angle ADO + \angle DOB$

$= (a + 10°) + (a + 10° + b + 10°) + (b + 10°) + 160°$

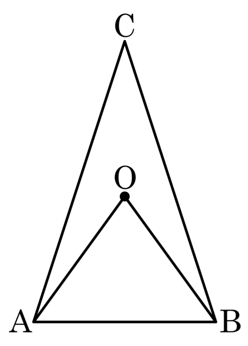
$= 2a + 2b + 200°$

$= 360°$

$\therefore\ a + b = 80°$

$\therefore\ \angle A = a + b + 20° = 80° + 20° = 100°$

2. $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라 하고 $\angle A + \angle B : \angle C = 4 : 1$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}^\circ$

▷ 정답 : 72°

해설

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OBC = \angle OCB = y$, $\angle OCA = \angle OAC = z$ 라고 하면

$2x + 2y + 2z = 180^\circ$, $x + y + z = 90^\circ \cdots$ ㉠

또한, $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로

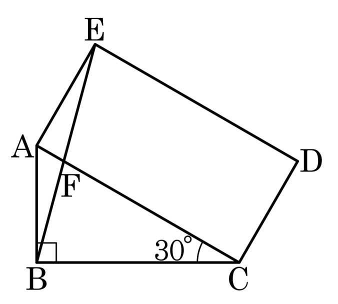
$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 $x = 54^\circ$

$\triangle AOB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle AOB = 180^\circ - (54^\circ \times 2) = 72^\circ$

3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?

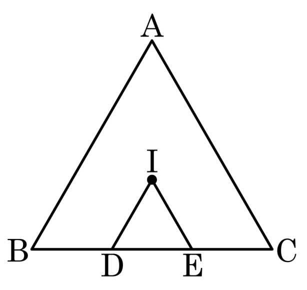


① 30°　② 32°　③ 34°　④ 36°　⑤ 38°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
$\angle BAC = 60°$ 이므로
$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$
$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$
$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$
$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

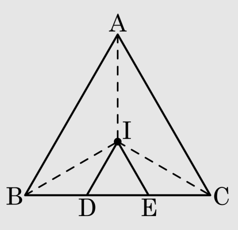
4. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, $\angle$DIE 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 60°

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로

$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30°$

따라서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DI}$, $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{EI}$

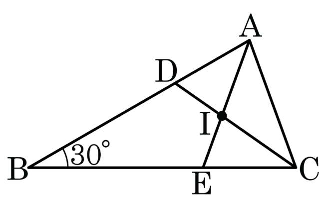
$\angle DIB = \angle ABI = 30°$ (엇각)

$\angle EIC = \angle ACI = 30°$ (엇각)

또, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 120°$ 이므로

$\angle DIE = 120° - (30° + 30°) = 60°$ 이다.

5. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① 110° ② 123° ③ 135° ④ 148° ⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC = 105°$

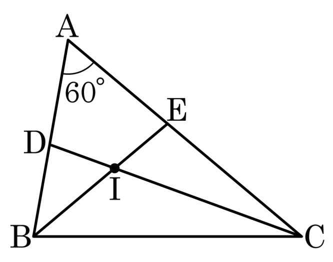
$\angle AIC = \angle DIE = 105°$.

$\square BEID$ 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$.

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$, $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$

6. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내심이다. $\angle\mathrm{A} = 60^\circ$ 일 때, $\angle\mathrm{BDC} + \angle\mathrm{BEC}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}^\circ$

▷ 정답 : 180°

해설

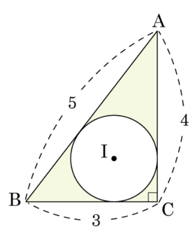
$\angle\mathrm{BIC} = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle\mathrm{BAC} = 120^\circ$, $\angle\mathrm{DIE} = 120^\circ$.

$\square\mathrm{ADIE}$ 에서 $\angle\mathrm{ADI} + \angle\mathrm{AEI} + 60^\circ + 120^\circ = 360^\circ$

$\angle\mathrm{ADI} + \angle\mathrm{AEI} = 180^\circ$.

$\angle\mathrm{BDI} + \angle\mathrm{ADI} + \angle\mathrm{CEI} + \angle\mathrm{AEI} = 360^\circ$, $\angle\mathrm{BDC} + \angle\mathrm{BEC} = 180^\circ$
.

7. 다음 그림에서 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



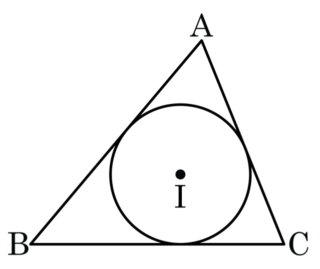
▶ 답 :

▷ 정답 : $6-\pi$

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면 $\frac{1}{2}\times3\times4=\frac{1}{2}\times r\times(5+4+3)$ 이고 $r=1$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 ($\triangle ABC$ 의 넓이) − (원 I 의 넓이) $=\frac{1}{2}\times3\times4-\pi=6-\pi$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이다. 삼각형의 둘레의 길이가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 넓이를 구하여라.



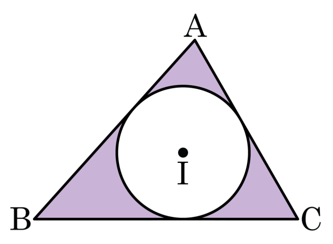
▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 16π cm^2

해설

삼각형의 둘레가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 이므로 $\frac{1}{2} \times 30 \times$ (반지름의 길이) $= 60$
반지름의 길이는 4cm 이다.
따라서 내접원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$

9. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 20cm 이고, 원 I 의 둘레의 길이가 8πcm 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿ cm^2

▷ 정답 : $(40 - 16\pi)$ cm^2

해설

원 I 의 둘레가 8πcm 이므로 반지름은 4cm 이다. 그러므로 원의 넓이는 $\pi 4^2 = 16\pi(cm^2)$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 20 = 40(cm^2)$ 이므로

색칠한 부분의 넓이는 $(\triangle ABC) - ($원 I 의 넓이$)$ 이다.

$\therefore\ 40 - 16\pi(cm^2)$