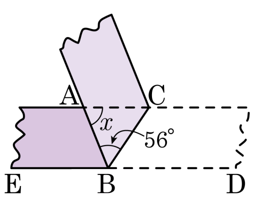
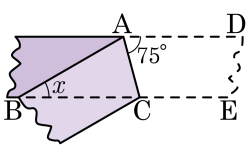
1. 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $68°$

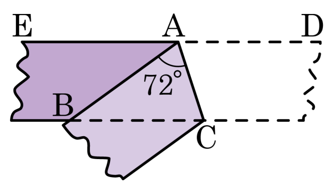
▷ 정답 : (2) $30°$

해설

(1) $\angle CBD = \angle ABC = 56°$(접힌각)
$\angle ACB = \angle CBD = 56°$(엇각)
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC$은 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \angle x = 180° - (56° + 56°) = 68°$

(2) $\angle BAC = \angle DAC = 75°$(접힌각)
$\angle BCA = \angle DAC = 75°$(엇각)
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC$은 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \angle x = 180° - (75° + 75°) = 30°$

2. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



▶ 답:

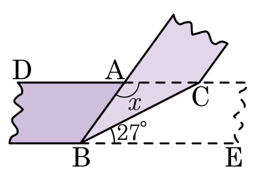
▷ 정답: 이등변삼각형

해설

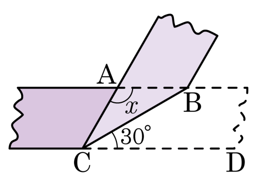
종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC$ 이다. $\angle DAC = \angle BCA$ (엇각) 이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

3. 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $126°$

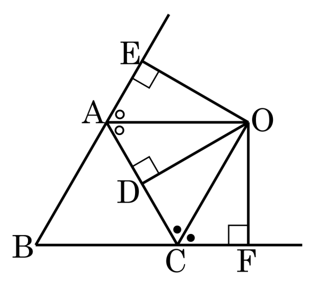
▷ 정답 : (2) $120°$

해설

(1) $\angle ABC = \angle EBC = 27°$(접힌각)
$\angle ACB = \angle EBC = 27°$(엇각)
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC$은 이등변삼각형이다.
$\therefore \ \angle x = 180° - (27° + 27°) = 126°$

(2) $\angle ACB = \angle DCB = 30°$(접힌각)
$\angle ABC = \angle DCB = 30°$(엇각)
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC$은 이등변삼각형이다.
$\therefore \ \angle x = 180° - (30° + 30°) = 120°$

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 $\angle A$, $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, 점 O 에서 각 변의 연장선 위에 내린 수선의 발을 D, E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ ② $\triangle ADO \equiv \triangle CDO$

③ $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$ ④ $\overline{CD} = \overline{CF}$

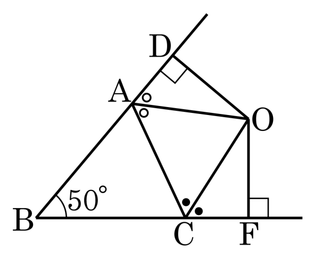
⑤ $\overline{AD} = \overline{AE}$

해설

그림에서 $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$, $\triangle CFO \equiv \triangle CDO$ (RHA 합동) 이므로

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$, $\overline{CD} = \overline{CF}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$

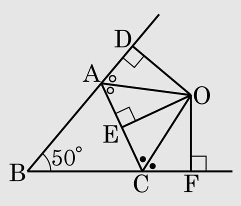
5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, $\angle B = 50°$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 65 ② 63 ③ 61 ④ 60 ⑤ 59

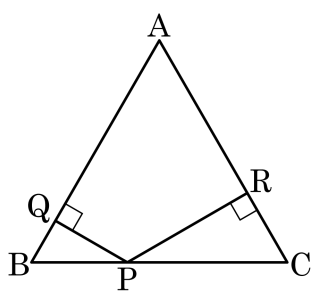
해설

점 O 에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E 라 하면



$\triangle ODA \equiv \triangle OEA$ (RHA합동) 이므로 $\angle AOD = \angle AOE$
$\triangle OEC \equiv \triangle OFC$ (RHA합동) 이므로 $\angle COE = \angle COF$
□DBFO 에서 $\angle B + \angle F + \angle DOF + \angle D = 360°$
$\angle AOE = \angle a,\ \angle COE = \angle b$ 라 하면
$50° + 90° + 2\angle a + 2\angle b + 90° = 360° \therefore\ \angle a + \angle b = 65° \therefore\ \angle AOC = 65°$

6. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 한다. $\overline{\mathrm{PQ}} = 3\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{PR}} = 5\mathrm{cm}$ 일 때, 점 B 에서 $\overline{\mathrm{AC}}$ 에 이르는 거리를 구하여라.

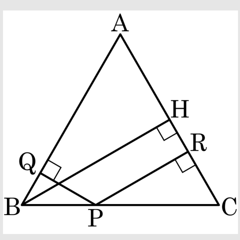


▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 8 cm

해설

점 B 에 $\overline{\mathrm{AC}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면,

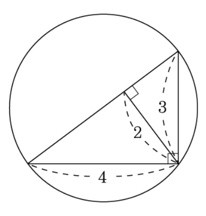


$\triangle\mathrm{PBA} + \triangle\mathrm{PCA} = \triangle\mathrm{ABC}$

$\frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{BA}} \times 3 + \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{CA}} \times 5 = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{CA}} \times \overline{\mathrm{BH}}$

$\overline{\mathrm{BH}} = 8\,(\mathrm{cm})$

7. 다음 그림은 어떤 직각삼각형의 외접원을 그리고 각각의 변의 길이를 나타낸 것이다. 이 외접원의 넓이를 구하여라.



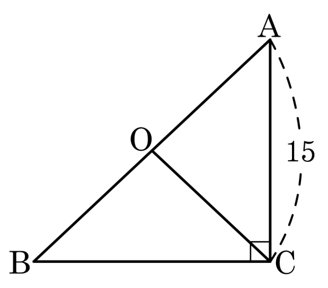
▶ 답 :

▷ 정답 : 9π

해설

직각삼각형의 빗변의 길이를 x라 하면
직각삼각형의 넓이에서
$\frac{1}{2}\times 4\times 3=\frac{1}{2}\times x\times 2$
$\therefore\ x=6$이다.
따라서 반지름의 길이는 3이므로
외접원의 넓이는 $\pi\times 3^2=9\pi$이다.

8. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



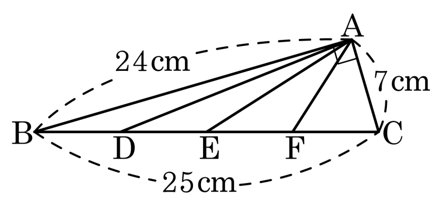
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.
높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$
$\therefore x = 16$

9. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답： cm

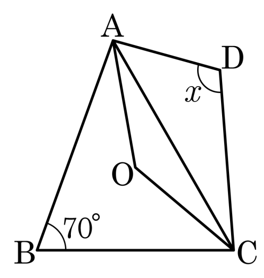
▷ 정답： 12.5 cm

해설

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \dfrac{25}{2} = 12.5\,(\mathrm{cm})$

10. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{ADC}$ 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle\mathrm{ABC} = 70°$ 일 때, $\angle\mathrm{ADC}$ 의 크기를 구하여라.



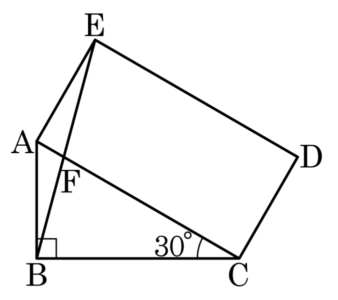
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 110°

해설

$\angle\mathrm{AOC} = 2\angle\mathrm{ABC} = 140°$
$\angle\mathrm{OAD} = a$, $\angle\mathrm{OCD} = b$ 라고 하고, $\overline{\mathrm{OD}}$ 를 그으면 $\angle\mathrm{D} = a + b$
□AOCD 에서, $\angle\mathrm{OAD} + \angle\mathrm{ADC} + \angle\mathrm{DCO} + \angle\mathrm{COA} = 360°$,
$360° = 140° + a + b + a + b = 140° + 2(a + b)$, $a + b = \angle\mathrm{ADC} = 110°$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?



① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60^\circ$ 이므로

$\angle EAB = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$

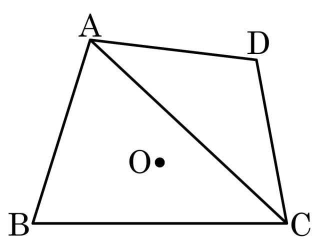
$\angle ABE = \angle AEB = (180^\circ - 150^\circ) \div 2 = 15^\circ$

$\angle DEF = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

$\angle EFC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105^\circ - 75^\circ = 30^\circ$

12. 다음 그림에서 삼각형 ABC 와 ACD 의 외심은 점 O 로 같은 점이다. $\angle ABC + \angle ADC$ 의 값을 구하여라.



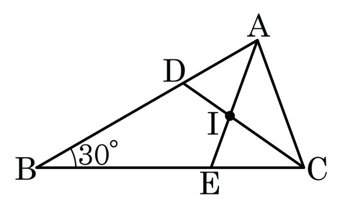
▶ 답: $\underline{\quad\quad}^{\circ}$

▷ 정답: 180°

해설

$\angle ABC = x$, $\angle ADC = y$ 라 하면
점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ 는 모두 이등변삼각형
$\angle OAB + \angle OCB = \angle OBA + \angle OBC = x$
$\therefore\ \angle AOC = 2x$
점 O 가 $\triangle ACD$ 의 외심이므로 $\triangle OAD$, $\triangle ODC$ 도 이등변삼각형
$\angle OAD = \angle ODA,\ \angle ODC = \angle OCD$
$\square AOCD$ 에서
$\angle OAD + \angle ODA + \angle ODC + \angle OCD + \angle AOC = 360^{\circ}$ 이므로
$2(\angle ODA + \angle ODC) = 360^{\circ} - \angle AOC$
$2y = 360^{\circ} - 2x,\ x + y = 180^{\circ}$
$\therefore\ \angle ABC + \angle ADC = 180^{\circ}$

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① 110° ② 123° ③ 135° ④ 148° ⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC = 105°$

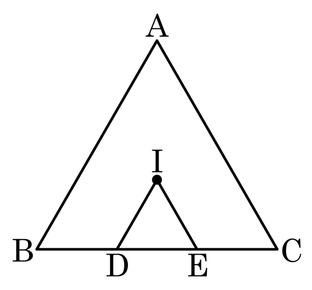
$\angle AIC = \angle DIE = 105°$.

□BEID 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$.

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$, $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$

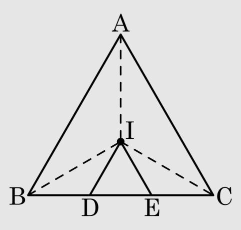
14. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, $\angle\mathrm{DIE}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}°$

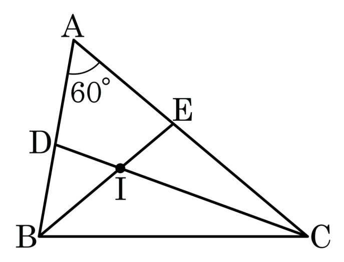
▷ 정답 : $60\underline{°}$

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로
$\angle\mathrm{ABI} = \angle\mathrm{IBC} = \angle\mathrm{ICE} = \angle\mathrm{ACI} = \angle\mathrm{IAB} = \angle\mathrm{IAC} = 30°$
따라서 $\overline{\mathrm{AB}} /\!/ \overline{\mathrm{DI}}$, $\overline{\mathrm{AC}} /\!/ \overline{\mathrm{EI}}$
$\angle\mathrm{DIB} = \angle\mathrm{ABI} = 30°$ (엇각)
$\angle\mathrm{EIC} = \angle\mathrm{ACI} = 30°$ (엇각)
또, $\angle\mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{A} = 120°$ 이므로
$\angle\mathrm{DIE} = 120° - (30° + 30°) = 60°$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BDC + \angle BEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 180°

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 120°$, $\angle DIE = 120°$.

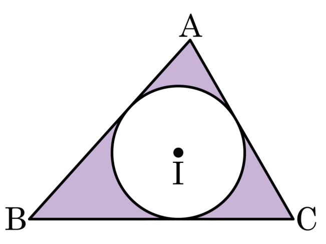
$\square ADIE$ 에서 $\angle ADI + \angle AEI + 60° + 120° = 360°$

$\angle ADI + \angle AEI = 180°$.

$\angle BDI + \angle ADI + \angle CEI + \angle AEI = 360°$, $\angle BDC + \angle BEC = 180°$

.

16. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 20cm 이고, 원 I 의 둘레의 길이가 8πcm 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿ cm^2

▷ 정답 : $(40 - 16\pi)$ cm^2

해설

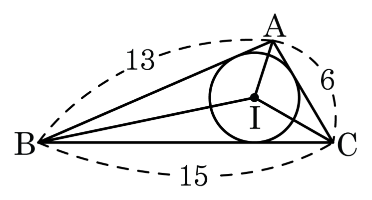
원 I 의 둘레가 8πcm 이므로 반지름은 4cm 이다. 그러므로 원의 넓이는 $\pi 4^2 = 16\pi(cm^2)$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 20 = 40(cm^2)$ 이므로

색칠한 부분의 넓이는 $(\triangle ABC) - ($원 I 의 넓이$)$ 이다.

$\therefore\ 40 - 16\pi(cm^2)$

17. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 13$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{CA} = 6$ 이다. $\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA$ 를 $a : b : c$ 라고 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.(단, a, b, c는 서로 소인 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

($\triangle AIB$ 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 13 = \frac{13}{2}r$

($\triangle BIC$ 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}r$

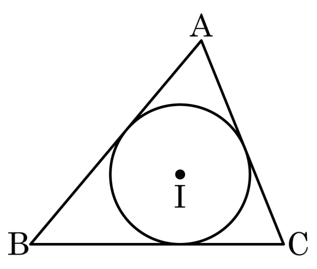
($\triangle CIA$ 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 6 = 3r$ 이다.

$\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA = \frac{13}{2}r : \frac{15}{2}r : 3r = 13 : 15 : 6$ 이므로,

$a = 13$, $b = 15$, $c = 6$ 이다.

따라서 $13 + 15 - 6 = 22$ 이다.

18. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이다. 삼각형의 둘레의 길이가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\ \text{cm}^2}$

▷ 정답: 16π $\underline{\text{cm}^2}$

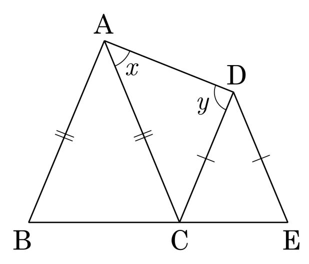
해설

삼각형의 둘레가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 이므로 $\frac{1}{2} \times 30 \times$ (반지름의 길이) $= 60$

반지름의 길이는 4cm 이다.

따라서 내접원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$, $\triangle DCE$는 이등변삼각형이고 $\angle A = 38°$, $\angle DCE = 72°$라 할 때, $\angle x + \angle y$의 값 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $143°$

해설

$\triangle ABC$에서 $\angle A = 38°$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \frac{1}{2}(180° - 38°) = 71°$

$\triangle DCE$가 이등변삼각형이므로 $\angle DEC = 72°$

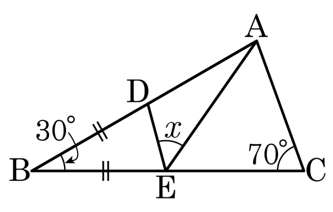
또한 $\angle CDE = 180° - (72° \times 2) = 36°$

따라서 $\square ABED$에서

$\angle x + \angle y + 38° + 71° + 72° + 36° = 360°$

$\therefore \ \angle x + \angle y = 143°$

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{BE}$, $\overline{CA} = \overline{CE}$ 이고 $\angle DBE = 30°$, $\angle ACE = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

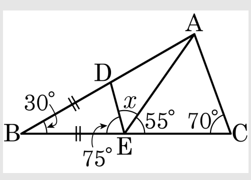
▷ 정답 : 50 °

해설

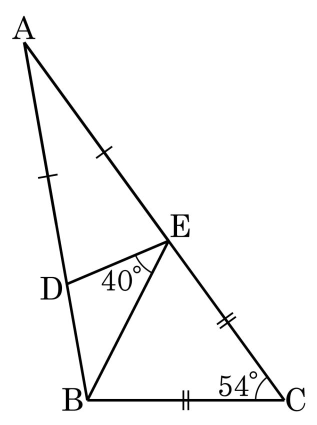
$\triangle BED$ 에서 $\angle BED = \frac{1}{2}(180° - 30°) = 75°$

$\triangle CAE$ 에서 $\angle AEC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

$\therefore \angle x = 180° - (75° + 55°) = 50°$



21. 다음 그림에서 $\triangle ADE$ 와 $\triangle EBC$ 는 이등변삼각형이다. $\angle DEB = 40°$, $\angle C = 54°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 26 °

해설

$\angle BEC = (180° - 54°) \div 2 = 63°$
$\angle AED = 180° - (40° + 63°) = 77°$
$\angle A = 180° - 77° \times 2 = 26°$

22. 한 내각의 크기가 $a°(a < 45)$ 인 직각삼각형의 각 변과 내접원이 접하는 세 점을 연결하여 만든 삼각형의 세 내각의 크기를 각각 $x,\ y,\ z(x < y < z)$ 라 할 때, $x,\ y,\ z$ 를 각각 a 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답: $\underline{\quad}°$

▶ 답: $\underline{\quad}° + \frac{1}{2}a$

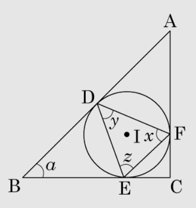
▶ 답: $\underline{\quad}° - \frac{1}{2}a$

▷ 정답: $x = 45°$

▷ 정답: $y = 45° + \frac{1}{2}a$

▷ 정답: $z = 90° - \frac{1}{2}a$

해설



위의 그림과 같을 때, $\angle A = 90° - a$

$\triangle ADI$ 와 $\triangle AFI$ 에서 $\angle DAI = \angle FAI$ ($\because$ 점 I 가 내심),

$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$ 는 공통이므로

$\triangle ADI \equiv \triangle AFI$ (RHA 합동) $\quad \therefore\ \overline{AD} = \overline{AF}$

같은 방법으로 $\overline{BD} = \overline{BE},\ \overline{CF} = \overline{CE}$

즉 $\triangle ADF,\ \triangle BDE,\ \triangle CEF$ 는 모두 이등변삼각형이므로 $\angle ADF = \angle AFD = \frac{1}{2}(180° - 90° + a) = 45° + \frac{1}{2}a$

$\angle CEF = \angle CFE = 45°$ 이므로

$x = 180° - \left(45° + \frac{1}{2}a + 45°\right) = 90° - \frac{1}{2}a$

$\angle BDE = \angle DEB = \frac{1}{2}(180° - a) = 90° - \frac{1}{2}a$

$\therefore\ y = 180° - \left(45° + \frac{1}{2}a + 90° - \frac{1}{2}a\right) = 45°$

$\therefore\ z = 180° - \left(45° + 90° - \frac{1}{2}a\right) = 45 + \frac{1}{2}a$

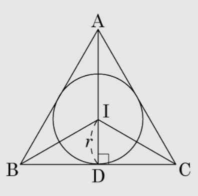
따라서 $a < 45°$ 이므로 $90° - \frac{1}{2}a > 45° + \frac{1}{2}a > 45°$ 의 순이므로 $x < y < z$ 일 경우에는 $x,\ y,\ z$ 는 각각 $45°,\ 45° + \frac{1}{2}a,\ 90° - \frac{1}{2}a$ 이다.

23. $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=10$, $\overline{\mathrm{BC}}=14$ 인 삼각형 ABC 의 내심을 I 라 하고 직선 AI 와 선분 BC 와의 교점을 D 라고 할 때, $\dfrac{\overline{\mathrm{DI}}}{\overline{\mathrm{AI}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{7}{10}$

해설



삼각형 ABC 는 이등변삼각형이므로 위의 그림과 같이 선분 AD 와 선분 BC 가 수직으로 만난다.
내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

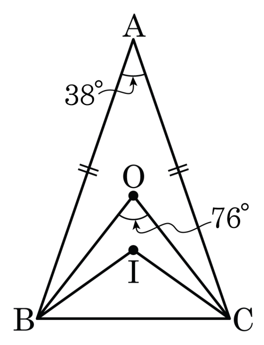
$\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}r(10+10+14)=17r$

$\triangle\mathrm{IBC}=\dfrac{1}{2}\times r\times 14=7r$

밑변이 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같으므로
$\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{ID}}=17r:7r=17:7$

$\therefore\ \dfrac{\overline{\mathrm{DI}}}{\overline{\mathrm{AI}}}=\dfrac{7}{10}$

24. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$, $\angle O = 76°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기는?



① 14° ② 15.2° ③ 16.5° ④ 17° ⑤ 17.5°

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$

$\angle OBC = 52°$, $\angle IBC = 35.5°$

$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 52° - 35.5° = 16.5°$