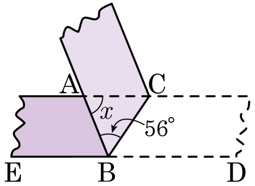
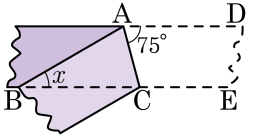
**1.** 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)




(2)




▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $68°$

▷ 정답 : (2) $30°$

해설

(1) $\angle CBD = \angle ABC = 56°$(접힌각)

$\angle ACB = \angle CBD = 56°$(엇각)

따라서 두 밑각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC$은 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle x = 180° - (56° + 56°) = 68°$

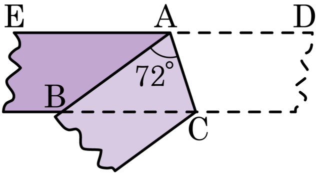
(2) $\angle BAC = \angle DAC = 75°$(접힌각)

$\angle BCA = \angle DAC = 75°$(엇각)

따라서 두 밑각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC$은 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle x = 180° - (75° + 75°) = 30°$

**2.** 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.




▶ 답 :

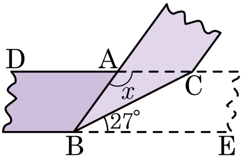
▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

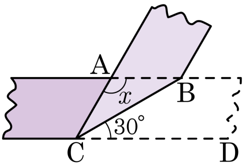
종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC$ 이다. $\angle DAC = \angle BCA$ (엇각)이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

**3.** 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)




(2)




▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $126°$

▷ 정답 : (2) $120°$

해설

(1) $\angle ABC = \angle EBC = 27°$(접힌각)

$\angle ACB = \angle EBC = 27°$(엇각)

따라서 두 밑각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC$은 이등변삼각형이다.

$\therefore \ \angle x = 180° - (27° + 27°) = 126°$

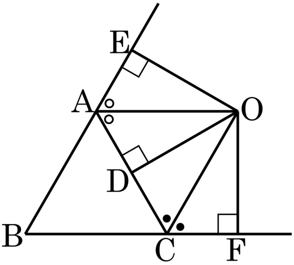
(2) $\angle ACB = \angle DCB = 30°$(접힌각)

$\angle ABC = \angle DCB = 30°$(엇각)

따라서 두 밑각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC$은 이등변삼각형이다.

$\therefore \ \angle x = 180° - (30° + 30°) = 120°$

**4.** 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 $\angle A$, $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, 점 O 에서 각 변의 연장선 위에 내린 수선의 발을 D, E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?




① $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$

② $\triangle ADO \equiv \triangle CDO$

③ $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$

④ $\overline{CD} = \overline{CF}$

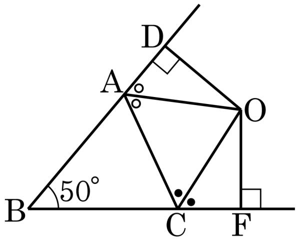
⑤ $\overline{AD} = \overline{AE}$

**해설**

그림에서 $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$ , $\triangle CFO \equiv \triangle CDO$ (RHA 합동)이므로

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ , $\overline{CD} = \overline{CF}$ , $\overline{AD} = \overline{AE}$

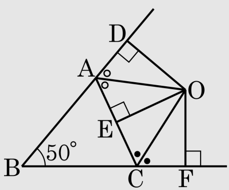
**5.** 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, $\angle B = 50°$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)




① 65 ② 63 ③ 61 ④ 60 ⑤ 59

해설

점 O 에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E 라 하면




$\triangle ODA \equiv \triangle OEA$ (RHA합동) 이므로 $\angle AOD = \angle AOE$

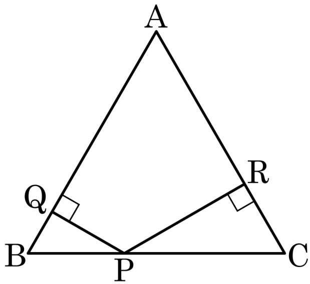
$\triangle OEC \equiv \triangle OFC$ (RHA합동) 이므로 $\angle COE = \angle COF$

$\square DBFO$ 에서 $\angle B + \angle F + \angle DOF + \angle D = 360°$

$\angle AOE = \angle a$, $\angle COE = \angle b$ 라 하면

$50° + 90° + 2\angle a + 2\angle b + 90° = 360°$ $\therefore$ $\angle a + \angle b = 65°$ $\therefore$ $\angle AOC = 65°$

**6.** 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 한다. $\overline{PQ} = 3\mathrm{cm}$, $\overline{PR} = 5\mathrm{cm}$ 일 때, 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 이르는 거리를 구하여라.

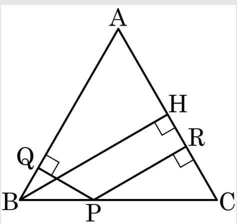



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

점 B 에 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면,

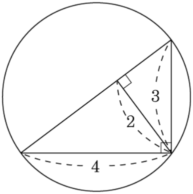



$\triangle PBA + \triangle PCA = \triangle ABC$

$\frac{1}{2} \times \overline{BA} \times 3 + \frac{1}{2} \times \overline{CA} \times 5 = \frac{1}{2} \times \overline{CA} \times \overline{BH}$

$\overline{BH} = 8\,(\mathrm{cm})$

**7.** 다음 그림은 어떤 직각삼각형의 외접원을 그리고 각각의 변의 길이를 나타낸 것이다. 이 외접원의 넓이를 구하여라.



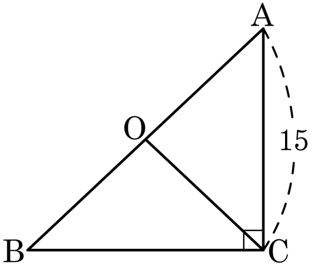

▶ 답 :

▷ 정답 : $9\pi$

해설

직각삼각형의 빗변의 길이를 $x$라 하면
직각삼각형의 넓이에서
$$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times x \times 2$$
$\therefore\ x = 6$이다.
따라서 반지름의 길이는 $3$이므로
외접원의 넓이는 $\pi \times 3^2 = 9\pi$이다.

**8.** 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



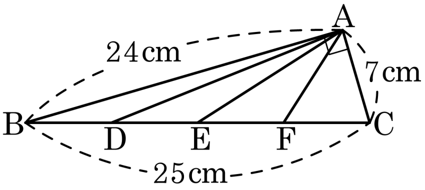

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.
높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$
$\therefore x = 16$

**9.** 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.




▶ **답 :** ＿＿＿＿＿＿ cm

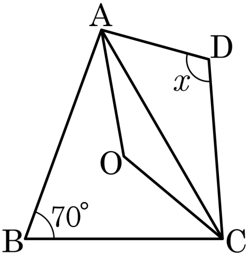
▷ **정답 :** 12.5 cm

**해설**

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \dfrac{25}{2} = 12.5\,(\text{cm})$

**10.** 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle ABC = 70°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿＿＿ °

▷ 정답 : 110 °

해설

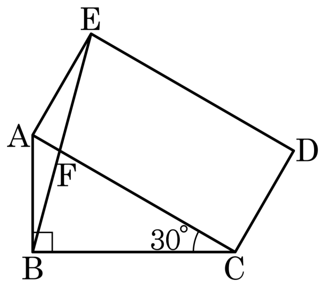
$\angle AOC = 2\angle ABC = 140°$

$\angle OAD = a$ , $\angle OCD = b$ 라고 하고, $\overline{OD}$ 를 그으면 $\angle D = a + b$

$\square AOCD$ 에서, $\angle OAD + \angle ADC + \angle DCO + \angle COA = 360°$ ,

$360° = 140° + a + b + a + b = 140° + 2(a + b)$ , $a + b = \angle ADC = 110°$

**11.** 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 는 $\angle\mathrm{B} = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square\mathrm{ACDE}$ 는 직사각형이다. $\overline{\mathrm{AE}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AC}}$, $\angle\mathrm{ACB} = 30°$ 일 때, $\angle\mathrm{DEF}$ 와 $\angle\mathrm{EFC}$ 의 크기의 차는?




① 30°　② 32°　③ 34°　④ 36°　⑤ 38°

해설

$\overline{\mathrm{AC}}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외심으로 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{OB}}$ 이다.

$\angle\mathrm{BAC} = 60°$ 이므로

$\angle\mathrm{EAB} = 60° + 90° = 150°$

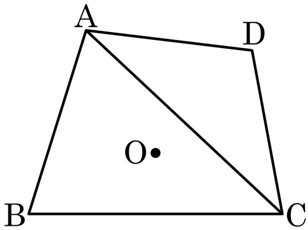
$\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{AEB} = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle\mathrm{DEF} = 90° - 15° = 75°$

$\angle\mathrm{EFC} = 90° + 15° = 105°$

$\therefore \angle\mathrm{EFC} - \angle\mathrm{DEF} = 105° - 75° = 30°$

**12.** 다음 그림에서 삼각형 ABC 와 ACD 의 외심은 점 O 로 같은 점이다. $\angle ABC + \angle ADC$ 의 값을 구하여라.




▶ 답 : $\underline{\qquad}^\circ$

▷ 정답 : $180\,\underline{^\circ}$

해설

$\angle ABC = x$, $\angle ADC = y$ 라 하면

점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ 는 모두 이등변삼각형

$\angle OAB + \angle OCB = \angle OBA + \angle OBC = x$

$\therefore\ \angle AOC = 2x$

점 O 가 $\triangle ACD$ 의 외심이므로 $\triangle OAD$, $\triangle ODC$ 도 이등변삼각형

$\angle OAD = \angle ODA,\ \angle ODC = \angle OCD$

$\square AOCD$ 에서

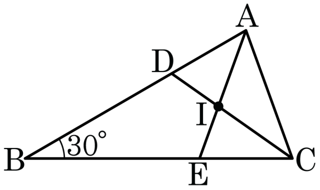
$\angle OAD + \angle ODA + \angle ODC + \angle OCD + \angle AOC = 360^\circ$ 이므로

$2(\angle ODA + \angle ODC) = 360^\circ - \angle AOC$

$2y = 360^\circ - 2x,\ \ x + y = 180^\circ$

$\therefore\ \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

**13.** 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?




① 110° ② 123° ③ 135° ④ 148° ⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC = 105°$

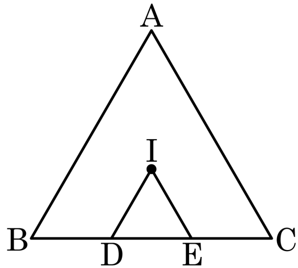
$\angle AIC = \angle DIE = 105°$ .

□BEID 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$ .

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$ .

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$ , $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$

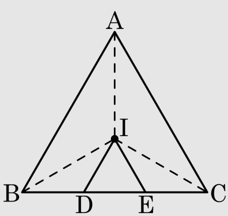
**14.** 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, $\angle$DIE 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad ^{\circ}}$

▷ 정답 : 60 $\underline{^{\circ}}$

해설




점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로

$\angle \mathrm{ABI} = \angle \mathrm{IBC} = \angle \mathrm{ICE} = \angle \mathrm{ACI} = \angle \mathrm{IAB} = \angle \mathrm{IAC} = 30^{\circ}$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}} \,//\, \overline{\mathrm{DI}}$, $\overline{\mathrm{AC}} \,//\, \overline{\mathrm{EI}}$

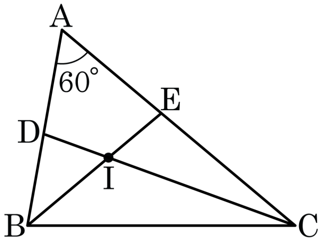
$\angle \mathrm{DIB} = \angle \mathrm{ABI} = 30^{\circ}$ (엇각)

$\angle \mathrm{EIC} = \angle \mathrm{ACI} = 30^{\circ}$ (엇각)

또, $\angle \mathrm{BIC} = 90^{\circ} + \frac{1}{2}\angle \mathrm{A} = 120^{\circ}$ 이므로

$\angle \mathrm{DIE} = 120^{\circ} - (30^{\circ} + 30^{\circ}) = 60^{\circ}$ 이다.

**15.** 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BDC + \angle BEC$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $180\underline{°}$

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 120°$ , $\angle DIE = 120°$ .

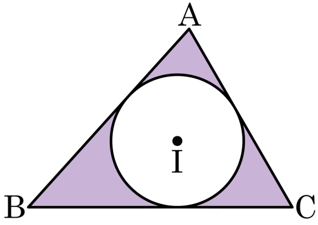
$\square ADIE$ 에서 $\angle ADI + \angle AEI + 60° + 120° = 360°$

$\angle ADI + \angle AEI = 180°$ .

$\angle BDI + \angle ADI + \angle CEI + \angle AEI = 360°$ , $\angle BDC + \angle BEC = 180°$

.

**16.** 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 20cm 이고, 원 I 의 둘레의 길이가 $8\pi$cm 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.




▶ 답 : ______ $\text{cm}^2$

▷ 정답 : $(40 - 16\pi)$ $\text{cm}^2$

해설

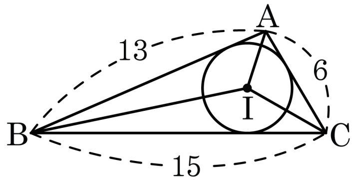
원 I 의 둘레가 $8\pi$cm 이므로 반지름은 4cm 이다. 그러므로 원의 넓이는 $\pi 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 20 = 40(\text{cm}^2)$ 이므로

색칠한 부분의 넓이는 $(\triangle ABC) - ($원 I 의 넓이$)$ 이다.

$\therefore\ 40 - 16\pi(\text{cm}^2)$

**17.** 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 13$ , $\overline{BC} = 15$ , $\overline{CA} = 6$ 이다. $\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA$ 를 $a : b : c$ 라고 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.(단, $a$, $b$, $c$는 서로 소인 자연수)




▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

내접원의 반지름의 길이를 $r$ 이라 하면

$(\triangle AIB \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 13 = \frac{13}{2}r$

$(\triangle BIC \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}r$

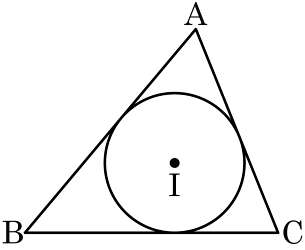
$(\triangle CIA \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 6 = 3r$ 이다.

$\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA = \frac{13}{2}r : \frac{15}{2}r : 3r = 13 : 15 : 6$ 이므로,

$a = 13$, $b = 15$, $c = 6$ 이다.

따라서 $13 + 15 - 6 = 22$ 이다.

**18.** 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이다. 삼각형의 둘레의 길이가 30cm 이고, 넓이가 60$\text{cm}^2$ 일 때, 내접원의 넓이를 구하여라.




▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $16\pi$ $\underline{\text{cm}^2}$

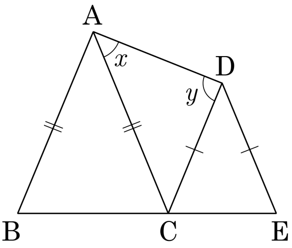
해설

삼각형의 둘레가 30cm 이고, 넓이가 60$\text{cm}^2$ 이므로 $\frac{1}{2} \times 30 \times$ (반지름의 길이) $= 60$

반지름의 길이는 4cm 이다.

따라서 내접원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$

**19.** 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$, $\triangle DCE$는 이등변삼각형이고 $\angle A = 38°$, $\angle DCE = 72°$라 할 때, $\angle x + \angle y$의 값 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $143°$

해설

$\triangle ABC$에서 $\angle A = 38°$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \dfrac{1}{2}(180° - 38°) = 71°$

$\triangle DCE$가 이등변삼각형이므로 $\angle DEC = 72°$

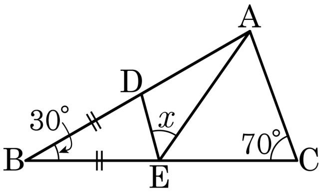
또한 $\angle CDE = 180° - (72° \times 2) = 36°$

따라서 $\square ABED$에서

$\angle x + \angle y + 38° + 71° + 72° + 36° = 360°$

$\therefore \ \angle x + \angle y = 143°$

**20.** 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{BE}$, $\overline{CA} = \overline{CE}$ 이고 $\angle DBE = 30°$, $\angle ACE = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : °

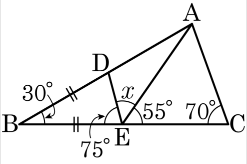
▷ 정답 : 50 °

해설

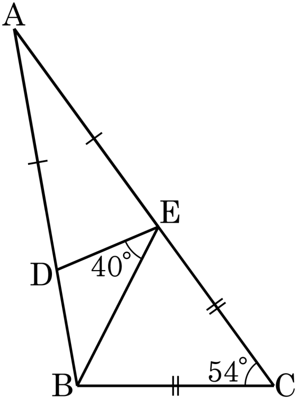
$\triangle BED$ 에서 $\angle BED = \frac{1}{2}(180° - 30°) = 75°$

$\triangle CAE$ 에서 $\angle AEC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

$\therefore \angle x = 180° - (75° + 55°) = 50°$



**21.** 다음 그림에서 $\triangle ADE$ 와 $\triangle EBC$ 는 이등변삼각형이다. $\angle DEB = 40°$, $\angle C = 54°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 26 °

해설

$\angle BEC = (180° - 54°) \div 2 = 63°$

$\angle AED = 180° - (40° + 63°) = 77°$

$\angle A = 180° - 77° \times 2 = 26°$

**22.** 한 내각의 크기가 $a°(a < 45)$ 인 직각삼각형의 각 변과 내접원이 접하는 세 점을 연결하여 만든 삼각형의 세 내각의 크기를 각각 $x,\ y,\ z(x < y < z)$ 라 할 때, $x,\ y,\ z$ 를 각각 $a$ 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 : $\underline{\qquad}°$

▶ 답 : $\underline{\qquad}° + \frac{1}{2}a$

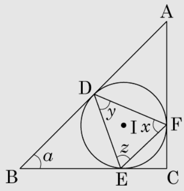
▶ 답 : $\underline{\qquad}° - \frac{1}{2}a$

▷ 정답 : $x = 45°$

▷ 정답 : $y = 45° + \frac{1}{2}a$

▷ 정답 : $z = 90° - \frac{1}{2}a$

해설




위의 그림과 같을 때, $\angle A = 90° - a$

$\triangle ADI$ 와 $\triangle AFI$ 에서 $\angle DAI = \angle FAI$ ($\because$ 점 I 가 내심),

$\angle ADI = \angle AFI = 90°$ , $\overline{AI}$ 는 공통이므로

$\triangle ADI \equiv \triangle AFI$ (RHA 합동) $\quad\therefore\ \overline{AD} = \overline{AF}$

같은 방법으로 $\overline{BD} = \overline{BE},\ \overline{CF} = \overline{CE}$

즉 $\triangle ADF,\ \triangle BDE,\ \triangle CEF$ 는 모두 이등변삼각형이므로 $\angle ADF =$

$\angle AFD = \frac{1}{2}(180° - 90° + a) = 45° + \frac{1}{2}a$

$\angle CEF = \angle CFE = 45°$ 이므로

$x = 180° - \left(45° + \frac{1}{2}a + 45°\right) = 90° - \frac{1}{2}a$

$\angle BDE = \angle DEB = \frac{1}{2}(180° - a) = 90° - \frac{1}{2}a$

$\therefore\ y = 180° - \left(45° + \frac{1}{2}a + 90° - \frac{1}{2}a\right) = 45°$

$\therefore\ z = 180° - \left(45° + 90° - \frac{1}{2}a\right) = 45 + \frac{1}{2}a$

따라서 $a < 45°$ 이므로 $90° - \frac{1}{2}a > 45° + \frac{1}{2}a > 45°$ 의 순이므로

$x < y < z$ 일 경우에는 $x,\ y,\ z$ 는 각각 $45°,\ 45° + \frac{1}{2}a,\ 90° - \frac{1}{2}a$

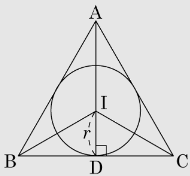
이다.

**23.** $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}} = 10$, $\overline{\mathrm{BC}} = 14$ 인 삼각형 ABC 의 내심을 I 라 하고 직선 AI 와 선분 BC 와의 교점을 D 라고 할 때, $\dfrac{\overline{\mathrm{DI}}}{\overline{\mathrm{AI}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{7}{10}$

해설




삼각형 ABC 는 이등변삼각형이므로 위의 그림과 같이 선분 AD 와 선분 BC 가 수직으로 만난다.

내접원의 반지름의 길이를 $r$ 이라 하면

$$\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}r(10+10+14) = 17r$$

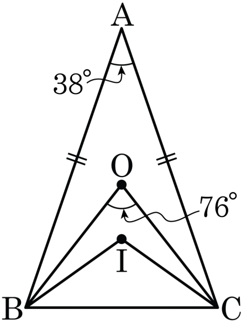
$$\triangle\mathrm{IBC} = \frac{1}{2} \times r \times 14 = 7r$$

밑변이 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같으므로

$\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{ID}} = 17r : 7r = 17 : 7$

$$\therefore \frac{\overline{\mathrm{DI}}}{\overline{\mathrm{AI}}} = \frac{7}{10}$$

**24.** 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$, $\angle O = 76°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기는?




① 14° ② 15.2° ③ 16.5° ④ 17° ⑤ 17.5°

해설

$\angle BIC = 90° + \dfrac{1}{2}\angle BAC = 109°$

$\angle OBC = 52°,\ \angle IBC = 35.5°$

$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 52° - 35.5° = 16.5°$