

1. 순환소수 $1.13\dot{5}07\dot{2}$ 에서 소수점 아래 60번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

(1) 단계

$1.13\dot{5}07\dot{2}$ 는 소수 셋째 자리부터 순환마디가 시작되고 순환마디의 숫자는 4(개)이다.

(2) 단계

따라서 $60 - 2 = 58$ 를 4으로 나누면 나머지가 2이므로 소수점 아래 60번째 자리의 숫자는 순환마디의 2번째 자리의 숫자와 같다.

(3) 단계

$\therefore$ (소수점아래60번째 자리의숫자) = 0

2. 순환소수 $0.7\dot{1}5\dot{2}$ 의 소수점 아래 46번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$0.7\dot{1}5\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자 3개

$46 - 1 = 3 \times 15$ 이므로 소수점 아래 46번째 자리의 숫자는 2이다.

3. 다음 중 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳은 것은?

$$\textcircled{1} \ 0.\dot{3}4\dot{1} = \frac{341}{900}$$

$$\textcircled{3} \ 0.6\dot{2} = \frac{62-6}{99}$$

$$\textcircled{5} \ 2.5\dot{3} = \frac{253-2}{99}$$

$$\textcircled{2} \ 7.\dot{3} = \frac{73-7}{90}$$

$$\textcircled{4} \ 4.1\dot{8} = \frac{418-4}{90}$$

해설

$$\textcircled{1} \ 0.\dot{3}4\dot{1} = \frac{341}{999}$$

$$\textcircled{2} \ 7.\dot{3} = \frac{73-7}{9}$$

$$\textcircled{3} \ 0.6\dot{2} = \frac{62-6}{90}$$

$$\textcircled{4} \ 4.1\dot{8} = \frac{418-4}{99}$$

$$\textcircled{5} \ 2.5\dot{3} = \frac{253-2}{99}$$

4. 다음을 계산하여 분수로 나타내면?

$$1 + 0.5 + 0.05 + 0.005 + 0.0005 + \dots$$

① $\frac{15}{9}$

② $\frac{15}{90}$

③ $\frac{15}{99}$

④ $\frac{14}{9}$

⑤ $\frac{14}{90}$

해설

$$(\text{주어진 식}) = 1.\dot{5} = \frac{15 - 1}{9} = \frac{14}{9}$$

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^5 \div (x^2)^3 = \frac{1}{x}$

② $y \div y^3 = \frac{1}{y^3}$

③ $\frac{z^2}{z^2} = 1$

④ $a^6 \div a^5 = a$

⑤ $b^{10} \div b^{10} = 1$

해설

① $x^5 \div (x^2)^3 = x^5 \div x^{2 \times 3} = \frac{x^5}{x^6} = \frac{1}{x^{6-5}} = \frac{1}{x}$

② $y \div y^3 = \frac{y}{y^3} = \frac{1}{y^{3-1}} = \frac{1}{y^2} \neq \frac{1}{y^3}$

③ $\frac{z^2}{z^2} = z^{2-2} = z^0 = 1$

④ $a^6 \div a^5 = a^{6-5} = a$

⑤ $b^{10} \div b^{10} = 1$

6. $(x^3)^a = x^{16} \div x$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(x^3)^a = x^{16} \div x, \quad x^{3a} = x^{15}$$

$$3a = 15$$

$$\therefore a = 5$$

7. $\frac{5^{-x}}{2^x} = k$ 일 때, 100^x 의 값을 k 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{k^2}$

해설

$$\frac{5^{-x}}{2^x} = k \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{2^x 5^x} = k, 2^x 5^x = \frac{1}{k} \quad \therefore 10^x = \frac{1}{k}$$

$$100^x = (10^x)^2 = \left(\frac{1}{k}\right)^2 = \frac{1}{k^2}$$

8. $\left(\frac{16^4 + 4^{11}}{8^4 + 4^9}\right)^2$ 의 값을 2 의 거듭제곱으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: 2^8

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{16^4 + 4^{11}}{8^4 + 4^9}\right)^2 &= \left(\frac{(2^4)^4 + (2^2)^{11}}{(2^3)^4 + (2^2)^9}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16} + 2^{22}}{2^{12} + 2^{18}}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16}(1 + 2^6)}{2^{12}(1 + 2^6)}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16}}{2^{12}}\right)^2 \\&= (2^4)^2 = 2^8\end{aligned}$$

9. 자연수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 를 만족하는 함수 f 가 있다. $f(2) = a, f(3) = b, f(5) = c$ 이고, $f(k) = 3a + 2b + c$ 일 때, 자연수 k 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24 개

해설

$f(k) = 3a + 2b + c$ 에서

$$f(k) = 3f(2) + 2f(3) + f(5) = f(2) + f(2) + f(2) + f(3) + f(3) + f(5)$$

$f(xy) = f(x) + f(y)$ 이므로

$$f(k) = f(2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5) = f(2^3 \times 3^2 \times 5)$$

$$\therefore k = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 k 의 약수의 개수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$ (개) 이다.

10. 자연수 a 에 대하여 $a^{a+3} = a^{3a-1}$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$a^{a+3} = a^{3a-1}$ 에서

㉠ 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로

$$a + 3 = 3a - 1, \therefore a = 2$$

㉡ 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $a = 1$ 일 때, $1^4 = 1^2$ 이다. $\therefore a = 1$

따라서 a 의 값은 1 과 2 이다.

11. 안에 알맞은 식을 구하여라.

$$-2(x^2 + 3x + 1) + 5x \text{ } = 4x^2 - 5x + 2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{6x^2 + x + 4}{5x}$

해설

$$\begin{aligned} 5x \text{ } &= 4x^2 - 5x + 2 + 2(x^2 + 3x + 1) \\ &= 4x^2 - 5x + 2 + 2x^2 + 6x + 2 \\ &= 6x^2 + x + 4 \\ \therefore \text{ } &= (6x^2 + x + 4) \div 5x \\ &= \frac{6x^2 + x + 4}{5x} \end{aligned}$$

12. 다음 중 x 에 대한 이차식인 것을 고르면?

① $(1 - 3x + 2x^2) - 2(x^2 - 4x + 1)$

② $\left(\frac{1}{5}x^2 + x - 1\right) - \left(-1 - 4x + \frac{1}{5}x^2\right)$

③ $\frac{1}{x^2} - x + 1$

④ $x(4x - 2) + 5$

⑤ $4x^2 - 5x - 4x^2$

해설

① $(1 - 3x + 2x^2) - 2(x^2 - 4x + 1)$

$$= 1 - 3x + 2x^2 - 2x^2 + 8x - 2$$

$$= 5x - 1$$

⇒ 계산을 하면 이차항이 소거된다.

② $\left(\frac{1}{5}x^2 + x - 1\right) - \left(-1 - 4x + \frac{1}{5}x^2\right)$

$$= \frac{1}{5}x^2 + x - 1 + 1 + 4x - \frac{1}{5}x^2$$

$$= 5x$$

⇒ 계산을 하면 이차항이 소거된다.

③ $\frac{1}{x^2} - x + 1$

⇒ 이차항이 분모에 있으므로 이차식이 아니다.

④ $x(4x - 2) + 5 = 4x^2 - 2x + 5 \Rightarrow$ 이차식이다.

⑤ $4x^2 - 5x - 4x^2 = -5x$

⇒ 계산을 하면 이차항이 소거된다.

13. $x : y = 2 : 3$ 일 때, $\frac{3x^7y^8}{(-2x^2y^3)^3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

$$x : y = 2 : 3$$

$$3x = 2y$$

$$\begin{aligned}\frac{3x^7y^8}{(-2x^2y^3)^3} &= \frac{3x^7y^8}{-8x^6y^9} = -\frac{3x}{8y} \\ &= -\frac{2y}{8y} = -\frac{1}{4}\end{aligned}$$

14. $A = (24a^4b^5 - 12a^5b^4) \div (-2a^2b)^2$, $B = (8a^3b^4 - 4a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때, $A - (B + 3C) = ab^2 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면?

① $C = b^3 - 2ab^2 - 1$

② $C = b^3 - 4ab^2 - 2$

③ $C = 2b^3 - ab^2 - 1$

④ $C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$

⑤ $C = b^3 - ab^2 - 4$

해설

주어진 식 A, B 를 정리하면

$$A = 6b^3 - 3ab^2, B = 8ab^2 - 4$$

$$A - (B + 3C) = ab^2 + 1 \text{ 에서}$$

$$A - B - 3C = ab^2 + 1 \text{ 이고,}$$

$$3C = A - B - ab^2 - 1$$

$$\begin{aligned} 3C &= 6b^3 - 3ab^2 - 8ab^2 + 4 - ab^2 - 1 \\ &= 6b^3 - 12ab^2 + 3 \end{aligned}$$

양변을 3으로 나누면

$$C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$$

15. $2x - y = 1$ 일 때, 식 $3x^2 + xy - 2$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면 $ax^2 + bx + c$ 라 한다. 이때, a, b, c 의 값을 차례로 나열하면?

① $a = 3, b = 1, c = -1$

② $a = 3, b = 2, c = -1$

③ $a = 3, b = -1, c = -2$

④ $a = 5, b = 1, c = -1$

⑤ $a = 5, b = -1, c = -2$

해설

$2x - y = 1$ 을 y 로 정리하면 $y = 2x - 1$ 이다.

이것을 $3x^2 + xy - 2$ 에 대입하면

$$3x^2 + xy - 2 = 3x^2 + x(2x - 1) - 2 = 5x^2 - x - 2$$

$$\therefore a = 5, b = -1, c = -2$$

16. $5x - 3y - 7 = -x + 9y - 1$ 일 때, $-5x + 2y - 1$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면 $ay + b$ 라고 한다. $a + b$ 의 값은?

① -14

② -10

③ -5

④ 10

⑤ 14

해설

$$5x - 3y - 7 = -x + 9y - 1,$$

$6x = 12y + 6$, $x = 2y + 1$ 대입한다.

$$(\text{준식}) = -5(2y + 1) + 2y - 1$$

$$= -10y - 5 + 2y - 1$$

$$= -8y - 6$$

$$\therefore a + b = -14$$